

Stanisław Sieluk<sup>1)</sup>  
„STATIC” Usługi inżynierskie

## Modelowanie elementów regałów w komputerowej analizie ich konstrukcji (Cz. 3)

Kontynuacja z numeru 5/2002

W poprzednim numerze autor przybliżył zagadnienie modelowania kształtowników cienkościennych o ściankach perforowanych, jako kształtowników najczęściej stosowanego na słupy regałów. Innym, godnym uwagi problemem jest modelowanie połączenia rygła (poprzeczki nośnej) ze słupem.

Od przyjęcia właściwej sztywności tego węzła (moment w funkcji obrotu) może w znacznym stopniu zależeć wynik końcowy analizy nośności konstrukcji całego regału. Zamodelowanie złącza (dla uproszczenia zwanego dalej zaczepem) w sposób wierny, oddające rzeczywistą jego charakterystykę jest bardzo trudne. Projektant bowiem musiałby dysponować takim systemem służącym do analizy konstrukcji, który posiadałby element o zmiennej sztywności. Wynika to z nieliniowej charakterystyki zaczepu (zmienna sztywność, zależna od kąta obrotu złącza). Charakterystyka taka po-

wstaje na skutek odkształceń plastycznych w złączu. Dlatego też w praktyce najczęściej stosuje się uproszczenie polegające na linearyzacji rzeczywistej charakterystyki polegającej na zastąpieniu charakterystyki nieliniowej charakterystyką dwuliniową lub trójliniową. Schematy wszystkich trzech typów charakterystyk przedstawia rys. 8, a rzeczywistą charakterystykę zdjętą podczas badań laboratoryjnych dla celów analizy konkretnego regału i na jej tle przyjętą charakterystykę dwuliniową – rys. 9.

Przykładową charakterystykę przedstawiono również w artykule autora opublikowanym w „Logistyce” 2/2002.

Charakterystykę trójliniową, mimo że wierniej oddaje rzeczywistość, stosuje się rzadziej. Wymaga ona bowiem nadawania w trakcie obliczeń, elementowi (elementom) symulującemu złącze zaczepowe, różnych sztywności w zależności od zakresu w jakim znajduje się wartość momentu panującego w tym złączu. Istnieje jeszcze jedno istotne utrudnienie w stosowaniu charakterystyki trójliniowej.

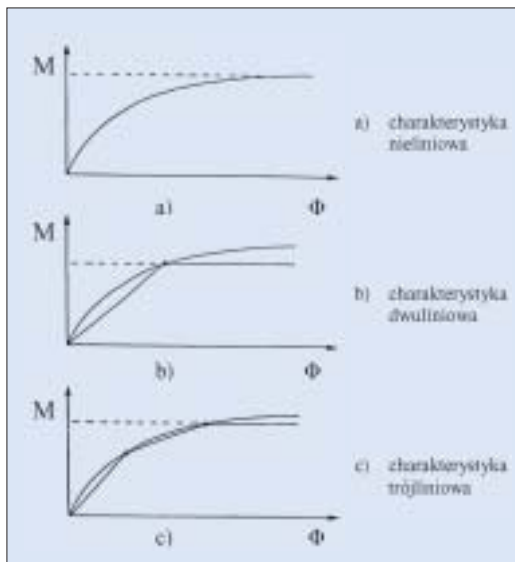
Otóż w regale obciążonym wzdłużnie (siłami zewnętrznymi i wewnętrznymi), momenty w zaczepach pochodzące od tego obciążenia, jako składowe całkowitych momentów, są różne dla różnych poziomów składowania regału<sup>2)</sup>, i są największe dla poziomu najniższego a najmniejsze dla najwyższego, co widać na rys. 10.

Schemat stanowiska badawczego przedstawiono na rys. 11. Ponieważ odcinek rygła zostaje obciążony siłą działającą na pewnym ramieniu, w praktyce lepiej jest, by charakterystyka przedstawiała funkcję  $F = f(\Phi)$  (co widać na rys. 9). W takim przypadku wartość momentu granicznego, która jest niezbędna przy sprawdzaniu warunku nośności zaczepu, zostaje określona jako:

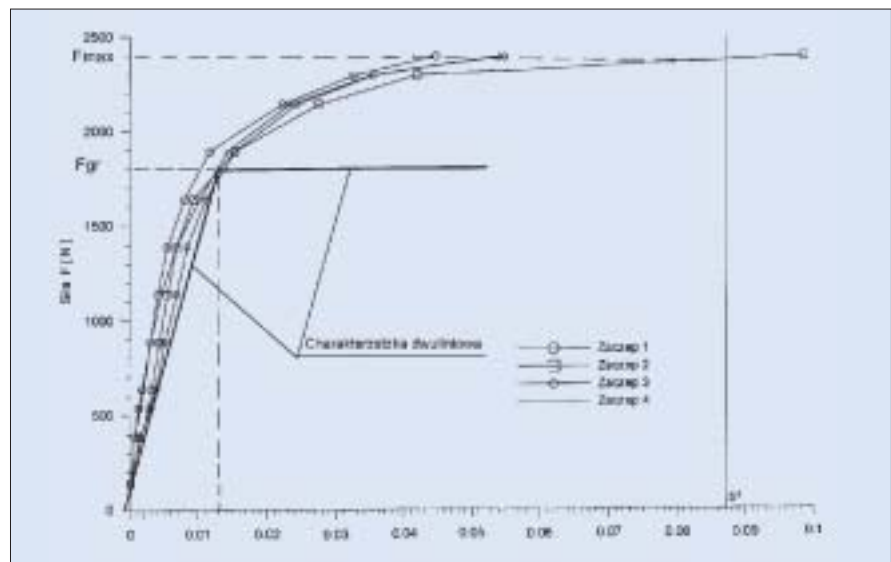
$$M_{gr} = F_{gr} \cdot L.$$

Schemat z rys. 11 oddaje koncepcję stanowiska badawczego używanego przez autora w trakcie prac przygotowawczych do analiz nośności regałów (rys. 12 i 13).

Charakterystyczną cechą tego stanowiska jest możliwość jednoczesnego badania czterech zaczepów, o czym była mo-



Rys. 8. Schematy charakterystyk moment – obrót. Źródło: [6]



Rys. 9. Charakterystyki czterech badanych jednocześnie zaczepów tego samego typu. Źródło: [4]

1) Autor jest byłym pracownikiem Instytutu Logistyki i Magazynowania (kierownik Zakładu Konstrukcji Urzędzeń Magazynowych), a obecnie prowadzi firmę „STATIC” USŁUGI INŻYNIERSKIE – Stanisław Sieluk specjalizującą się w przeprowadzaniu analiz nośności wszelkiego rodzaju regałów zarówno nowo projektowanych jak i już eksploatowanych, wymagających określenia nośności. (e-mail: statics@poczta.onet.pl)

2) Z doświadczenia autora wynika, że w zależności od sztywności poszczególnych elementów i konfiguracji regału, wartości momentów w zaczepach pochodzących od efektów II rzędu stanowią od 10 do 50% wartości momentu całkowitego.

wa w artykule pt.: „Krajowe a europejskie wytyczne dotyczące wymiarowania regałów w aspekcie bezpieczeństwa ich użytkowania (Cz. 3)” – „Logistyka” 2/2002, w którym omówiono nieco szerzej zagadnienie budowy tego typu stanowisk.

Dla określenia parametrów elementów symulujących zaczepek w modelu komputerowym regału należy zamodelować całe stanowisko badawcze. Model stanowiska o linowej charakterystyce zaczepek powinien zostać tak opracowany, żeby kąt obrotu analizowanego zaczepek, przy obciążeniu siłą  $F$  o wartości równej  $F_{gr}$  przyłożonemu w tej samej odległości od osi słupa co na stanowisku badawczym, był taki jak zbadany w laboratorium. Kąt obrotu złącza, zarówno w modelu laboratoryjnym jak i komputerowym, określa się jako:

$$\Phi = \frac{u_B - u_A}{a} \quad [\text{rad}]$$

gdzie:

$u_A, u_B$  – wartość pionowego przemieszczenia punktu pomiarowego A, B  
 $a$  – odległość pomiędzy punktami A i B.

Należy podkreślić, że oprócz podstawowych wymiarów ( $L$ ,  $a$  i  $b$ ), przekrój kształtownika, z którego wykonano rygiel, powinien mieć w obu modelach identyczną charakterystykę. Forma zaczepek zamodelowanego elementami belkowymi (bo o takim jest mowa), może być różna. Powinna jednak posiadać taką geometrię, która zapewni nie tylko właściwą sztywność złącza w płaszczyźnie czoła regału ale również w płaszczyźnie poziomej. Ponadto, patrząc na przekrój poprzeczny przez słup, punkt jego połączenia z zaczepek powinien się znajdować we właściwej (zgodnej z rzeczywistością) odległości od środka ciężkości. Te dwie ostatnie cechy nie mają większego znaczenia w przypadku słupa nie podatnego na giętno-skrętną utratę stateczności. Jeżeli jednak następuje utrata stateczności w tej postaci, to sztywność połączenia w płaszczyźnie poziomej oraz lokalizacja punktu oddziaływania zaczepek na słup w znacznym stopniu wpływają na wartość siły krytycznej.

Przykładowe złącze, którego przekrój poprzeczny przedstawiono na rys. 14, autor w swojej praktyce modeluje zgodnie z rys. 15 lub rys. 16<sup>3)</sup>.

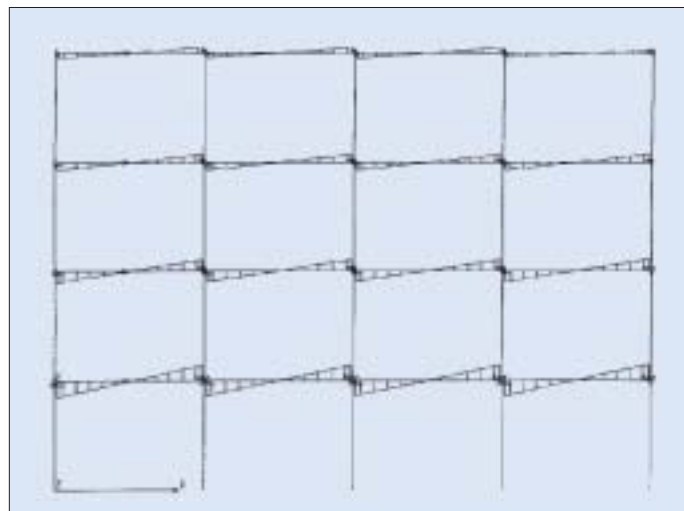
Rys. 15 przedstawia zamodelowany w całości elementami belkowymi model komputerowy stanowiska do badań sztywności zaczepek. Rys. 16 natomiast przedstawia elementy belkowe odcinków

belek rygli i zaczepek współpracujące ze słupem zamodelowanym elementami powłokowymi. W obu przypadkach rozmieszczenie punktów pomiaru przemieszczeń (ugięć) pionowych, odległość między punktami przyłożenia sił obciążających końce odcinków rygli i ich wartość oraz wielkości charakterystyczne przekroju belki rygla są takie jak na stanowisku laboratoryjnym. Analogiczne są również odległości między prostokątami do siebie prostymi leżącymi w środku ciężkości słupa i belki rygla.

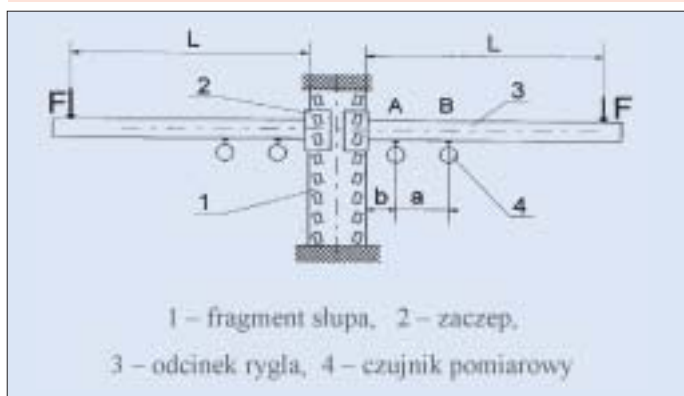
W pierwszym przypadku, elementami symulującymi zaczepek są dwa skośne pręty połączone jednym końcem z belką rygla, a drugim z wysięgnikiem (dwa pręty poziome i jeden pionowy) połączonym sztywno ze słupem. Wysięgnik daje możliwość przymocowania zaczepek do słupa w odpowiednim miejscu (właściwie oddalonym od środka ciężkości przekroju słupa). Elementy wysięgnika powinny być bardzo sztywne, żeby nie brały udziału w pracy złącza. Momenty bezwładności tych elementów, zarówno przy zginaniu jak i przy skręcaniu, powinny mieć wartość rzędu minimum  $10^{10} \text{ mm}^4$ .

W drugim przypadku, elementy zaczepek stanowią dwa pręty skośne oraz element łączący wspólny węzeł obu prętów skośnych z węzłem końcowym belki rygla, przy czym pręty skośne leżą w płaszczyźnie środka słupa. Drugie końce prętów skośnych połączone są z elementami powłokowymi modelu słupa w rejonie wycięcia na „pazur” zaczepek.

Oba te modele zaczepek są w pełni za-



Rys. 10. Wykres momentów gnących w ryglach regału (różne wartości w zależności dla różnych poziomów składowania). Źródło: opracowanie własne.



Rys. 11. Schemat stanowiska do badań połączeń zaczepek stosowanych w regałach. Źródło: [1]

mienne. Należy podkreślić, że odległość między punktami połączenia elementów zaczepek ze słupem jest mało istotna. Powinna jednak być zbliżona do rozstawu skrajnych „pazurów” w zaczepek.

Po opracowaniu modelu należy tak dobrać momenty bezwładności i pole przekroju elementów zaczepek, by sztywność pionowa złącza była zbliżona do sztyw-



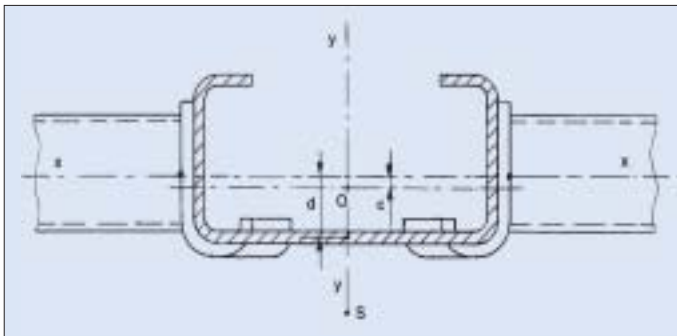
Rys. 12. Stanowisko do badań sztywności zaczepek. Źródło: opracowanie własne

3) Wymiary przekroju słupa i perforacji jak w cz. 1 artykułu („Logistyka” 4/2002 – str. 27, rys. 2).

4) Wynik uzyskuje się metodą kolejnych przybliżeń, zazwyczaj w kilku krokach.



Rys. 13. Odcinki rygli z zaczepami zamontowane na stanowisku badawczym (stan po pełnym obciążeniu). Źródło: opracowanie własne.



Rys. 14. Przekrój przez słup ponad złączem zaczepowym. Źródło: opracowanie własne.

ności wynikającej z badań laboratoryjnych4). Sztywność pozioma natomiast powinna być zgodna ze sztywnością określoną za pomocą komputerowej analizy złącza zamodelowanego w całości elementami powłokowymi. W ten sposób ujęta zostaje nie tylko sztywność samego zaczepu ale również sztywność wycinka słupa, którego półki ulegają deformacji

(nieliniowej), w pobliżu jej początku.

Po ustaleniu właściwych wielkości charakterystycznych przekroju elementów zaczepu, jego model (rys. 15) można wprowadzić do modelu całego regału. Do czego zatem służy alternatywny model stanowiska ze słupem w postaci elementów powłokowych (rys. 16)? Otóż autor wykorzystuje go do weryfikacji przyjętej

w wyniku poziomego nacisku nań elementów zaczepu. W przypadkach, kiedy budowa połączenia zaczepowego jest taka, że tylko w jedną stronę blokuje obrót słupa (jest to cecha bardzo często spotykana), wyznaczoną wartość sztywności poziomej należy podzielić przez dwa. Można postawić pytanie – dlaczego nie wykorzystać takiego modelu do określenia sztywności pionowej (głównej)? Trzeba podkreślić, że w wyniku takiej analizy, z uwagi na nieuwzględnienie odkształceń plastycznych, sztywność byłaby niezgodna ze sztywnością określoną na podstawie charakterystyki zaczepu (rys. 9). Uzyskana charakterystyka byłaby linią prostą, styczną do charakterystyki rzeczywistej

sztywności złącza i do weryfikacji wielkości charakterystycznych przekroju słupa określonych jedną z metod omówionych w cz. 2 niniejszego artykułu.

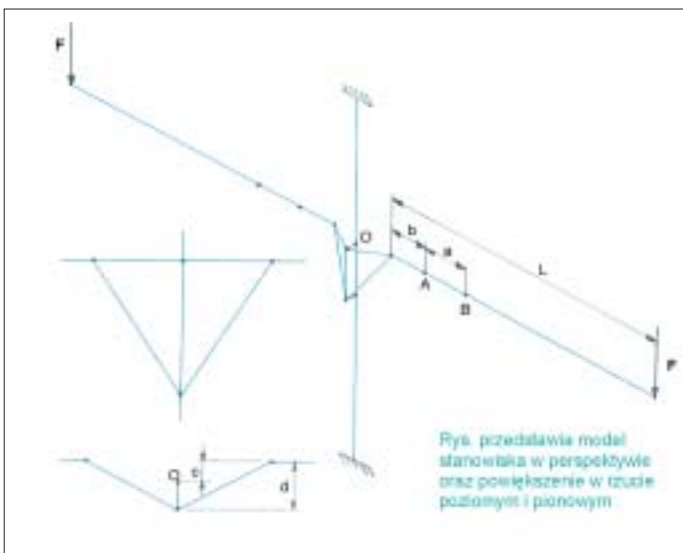
Dla weryfikacji charakterystyki przekroju słupa tworzone są dwa modele wycinka jednej z płaszczyzn wzdłużnych regału: jeden, ze słupem zamodelowanym elementami belkowymi oraz drugi, ze słupem zamodelowanym elementami powłokowymi. W tym drugim modelu wykorzystany jest zaczep z rys. 16. Wycinek ściany regału, to słup z przymocowanymi odcinkami rygli o długości równej połowie ich długości. Obydwa modele posiadają jednakowe warunki brzegowe i są jednakowo podparte. Analogicznie obciążone i poddane analizie stateczności, najlepiej jako konstrukcja o węzłach przesuwnych, powinny dawać zbieżne wyniki w postaci współczynnika bezpieczeństwa  $X$ , zwanego przez autora współczynnikiem siły krytycznej.

Rys. 17 przedstawia postać utraty stateczności obu porównywanych modeli przykładowego wycinka regału dwukondygnacyjnego ze słupem i zaczepami jak na rys. 14, 15 i 16.

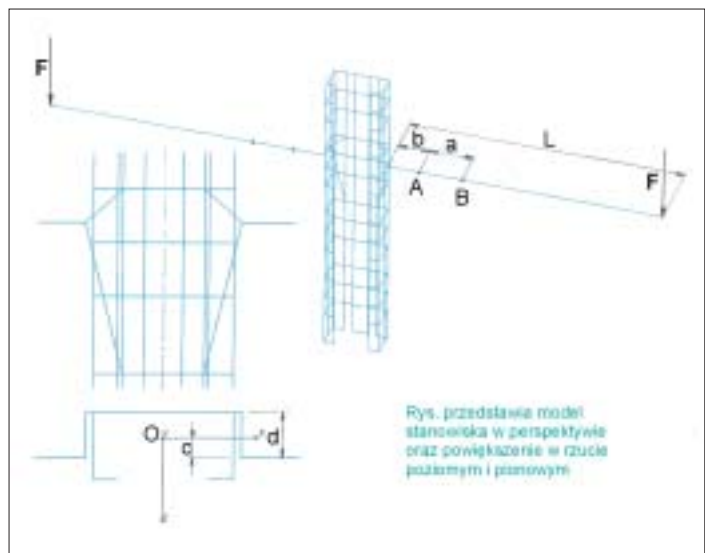
Wyniki obliczeń są widoczne u góry, z lewej strony każdego modelu. Są one wystarczająco do siebie zbliżone i oznaczają tyle, że siła krytyczna w słupie jest równa iloczynowi obciążenia, dla jakiego wykonano obliczenia i wartości uzyskanego w ich wyniku współczynnika  $X$ .

Tak opracowany oraz zweryfikowany model zaczepu i słupa może być podstawą do zasadniczych obliczeń regału, do których należą:

- sprawdzenie warunku nośności słupa



Rys. 15. Komputerowy model stanowiska badawczego zaczepu ze słupem zamodelowanym elementami belkowymi (elementy modelu w kolorze niebieskim). Źródło: opracowanie własne.



Rys. 16. Komputerowy model stanowiska badawczego zaczepu ze słupem zamodelowanym elementami powłokowymi. Źródło: opracowanie własne.



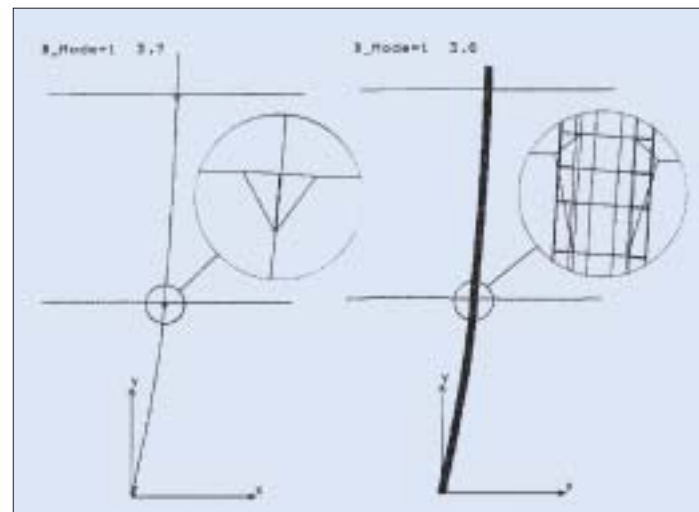
- przy ściskaniu ze zginaniem
- sprawdzenie warunku utraty stateczności konstrukcji (jako konstrukcji o węzłach nieprzesuwnych lub przesuwnych – w zależności od przyjętej metody)
- określenie maksymalnego momentu panującego w złączeniu i porównanie jego wartości do momentu granicznego, określonego na charakterystyce sztywności złączenia (rys. 9)
- sprawdzenie warunku nośności belki rygla przy zginaniu i jeśli trzeba, przy zwirzeniu
- sprawdzenie warunku nośności elementów stężenia ramy bocznej (tzw. stójki)
- sprawdzenie nacisków na posadzkę
- sprawdzenie naprężeń w stopie i obciążenia w kotwach.

Należy zwrócić uwagę, że istnieje jeszcze jedno zagadnienie związane z modelowaniem regałów. Jest nim sztywność stopy słupa. Autor w swoich opracowaniach, w tej kwestii opiera się o przepisy zawarte w normie PN-90/B03200, które stanowią, że sztywność stopy powinno się przyjmować nie większą niż 10% sztywności słupa. Metodą bardziej dokładną jest badanie laboratoryjne odpowiedniego modelu lub opracowanie i analiza analogicznego modelu komputerowego. Z uwagi na ograniczone miejsce, problem sztywności stopy został tu jedynie zasygnalizowany i będzie przedmiotem oddzielnego artykułu.

Wywody przedstawione w cyklu artykułów opublikowanych w „Logistyce” (nr 6/2001, 1/2002, 2/2002, 4/2002, 5/2002 i 6/2002) poświęconych regałom pokazu-

ją, że ustalenie ich nośności wymaga gruntownej znajomości zagadnień związanych z niezbędnymi badaniami, znajomości odpowiednich przepisów oraz doświadczenia w przeprowadzaniu komputerowych analiz konstrukcji stalowych. Zasadne jest zatem stwierdzenie, że jest to zadanie dla profesjonalistów. Niezależnie od tego, jest to zadanie pracochłonne. Powoduje to, że cena takiej analizy niejednokrotnie znacznie

przewyższa oczekiwania potencjalnego zleceniodawcy, który nie znając szczegółów, traktuje konstrukcję regału jak prostą ramę złożoną z kilku połączonych ze sobą prętów, co jak widać jest oceną błędną. Bywa, że na polecenie przełożonych za obliczenia zabierają się inżynierowie zatrudnieni w firmie, w której jest eksploatowany dany regał o nieokreślonej nośności. Bez odpowiedniej wiedzy, obliczenia prowadzą w sposób bardzo uproszczony, nie zdając sobie sprawy z osobistej odpowiedzialności, jaka na nich ciąży. Dlatego też autor dedykuje niniejszy cykl artykułów między innymi szefom działów logistyki i potencjalnym wykonawcom obliczeń, aby uświadomić fakt, że nie każdy inżynier musi umieć



Rys. 17. Postać utraty stateczności wycinka regału. a) słup zamodelowany elementami belkowymi b) słup zamodelowany elementami powłokowymi.  
Źródło: opracowanie własne.

określać nośność regałów, a jeżeli zdecyduje się wykonać to zadanie, powinien mieć przekonanie, że wykona je poprawnie.

#### LITERATURA

1. IL-B-001 „Bezpieczeństwo urządzeń techniki magazynowania. Wymagania podstawowe”. ILiM- 1998.
2. ZH 1/428 „Richtlinien für Lagereinrichtung und -gerate” 1988.
3. Poradnik mechanika – praca zbiorowa – WNT, Warszawa 1985.
4. B6 – 10-Z28-0-2000 – „Sprawdzenie nośności gniazd regałów.....” ILiM – 2000.
5. PN-90/B-03200 „Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie”.
6. PN-ENV 1993-1-1/AK EUROCOD 3: „Projektowanie konstrukcji stalowych”.
7. FRM 10.2.02 „The design of static steel pallet racking and shelving” – March 1998.