

# Optymalizacja łańcucha dostaw z poziomu operatora logistycznego - model matematyczny

*Łańcuch dostaw, optymalizacja, programowanie całkowitoliczbowe, outsourcing*

## Streszczenie

*W artykule przedstawiono autorski model optymalizacji łańcucha dostaw z punktu widzenia operatora logistycznego. Model został sformułowany w postaci zagadnienia programowania liniowego całkowitoliczbowego z funkcją celu określającą koszty dystrybutora, producenta oraz transportu. W prezentowanej wersji modelu uwzględniono jego dynamikę poprzez dodanie do indeksów zmiennych decyzyjnych wymiaru czasu. Przeprowadzono szczegółową dyskusję modelu z omówieniem ograniczeń, parametrów i zmiennych decyzyjnych. Dodatkowo w artykule zaprezentowano aktualny stan outsourcingu usług logistycznych.*

## SUPPLY CHAIN OPTIMIZATION FROM THE PERSPECTIVE OF A LOGISTIC PROVIDER-MATHEMATICAL MODEL

### Abstract

*The article presents the problem of optimization supply chain from the perspective of a logistic provider. The mathematical model of optimization in the form of MILP (Mixed Integer Linear Programming) has been presented. The cost of production, transport and distribution were assumed as an optimization criterion. Timing and volume were also considered into account. In the present version of the model takes into account the dynamics by adding to the index-time decision variables. A detailed discussion of the model with a discussion of constraints, parameters and decision variables. In addition, the article presents the current state of logistics outsourcing.*

### 1. WSTĘP

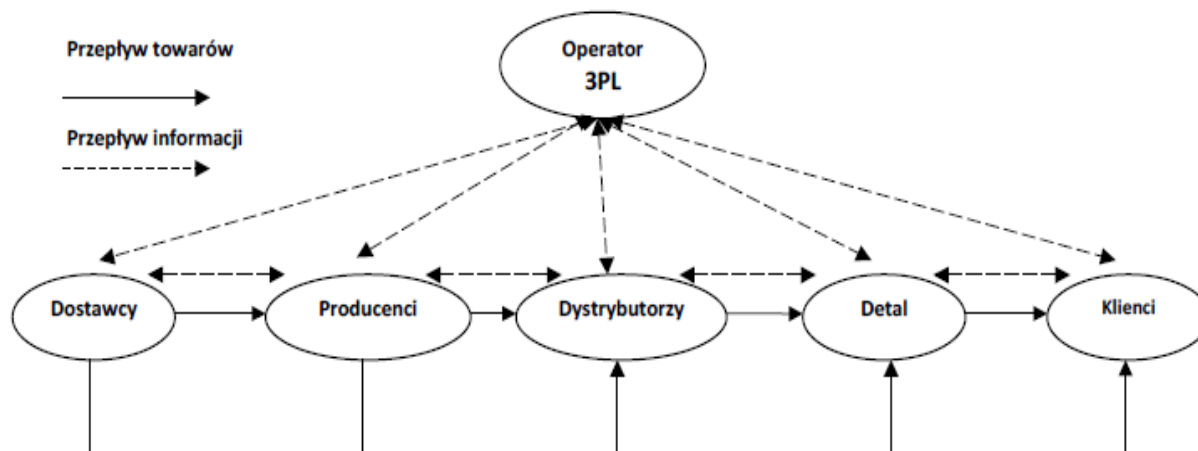
Problematyka łańcucha dostaw to dziedzina nauki i praktyki silnie rozwijana od lat 80 i 90-tych ubiegłego wieku. Istnieje wiele definicji a nawet modeli referencyjnych łańcucha dostaw [1][2][3]. Powszechnie uważa się, że łańcuchem dostaw jest zbiór różnego typu firm (surowcowych, produkcyjnych, handlowych, logistycznych itp.) współpracujących ze sobą w celu usprawnienia przepływu produktów, informacji i finansów. Nawiązując bezpośrednio do nazwy, można stwierdzić, że łańcuch to połączenie poszczególnych jego ogniw w procesie dostarczania produktów (materialnych i usług) na rynek. Sama idea powstania łańcucha dostaw ma swój początek we wczesnych latach 80-tych ubiegłego wieku jako alternatywny sposób oceny relacji pomiędzy dostawcami i odbiorcami na rynku, który dotychczas był postrzegany w kategoriach ciągłych antagonizmów, wykorzystywania swojej pozycji na rynku na rzecz współpracy i wykorzystywania efektu synergii. W początkowym okresie łańcuch dostaw miał być jedynie panaceum na redukcję poziomu zapasów w samym przedsiębiorstwie oraz u jego dostawców i odbiorców. W chwili obecnej poza redukcją zapasów zwraca się uwagę na problemy integracji i synchronizacji w łańcuchu dostaw oraz jego automatyzację poprzez rozwiązania informatyczne. W artykule przedstawiono outsourcingowe modele zarządzania logistycznym łańcuchem dostaw oraz model matematyczny optymalizacji kosztów łańcucha dostaw w postaci zadania programowania liniowego całkowitoliczbowego [5].

### 2. ZARZĄDZANIE ŁAŃCUCHEM DOSTAW – OPTIMALIZACJA DZIAŁAŃ LOGISTYCZNYCH

Celem zarządzania łańcuchem dostaw (Supply Chain Management – SCM) jest zwiększenie sprzedaży, obniżenie kosztów oraz pełne wykorzystanie aktywów przedsiębiorstwa, dzięki usprawnieniu interakcji i komunikacji między wszystkimi podmiotami tworzącymi łańcuch dostaw. Proces zarządzania łańcuchem dostaw to proces decyzyjny, który nie tylko integruje wszystkich jego uczestników ale również koordynuje jego podstawowe przepływy: produkty/usługi, informacje oraz środki finansowe. Zmiany zachodzące w gospodarce światowej oraz coraz powszechniejsza globalizacja prowadzi do powszechnego stosowania narzędzi teleinformatycznych, które umożliwiają ciągłą i prowadzoną w czasie rzeczywistym komunikację pomiędzy poszczególnymi ogniwami łańcucha dostaw. Jednym z kierunków działań jest optymalizacja działań logistycznych i zlecenie ich wyspecjalizowanym firmom. Kierunek ten przyczynił się do rozwoju działalności outsourcingowych operatorów logistycznych określanych jako 3PL, 4PL czy 5PL. Określenie 3PL (ang. third-party logistics) oznacza korzystanie z zewnętrznych firm i organizacji do wypełniania funkcji logistycznych, które mogą dotyczyć całego procesu logistycznego lub tylko wybranych

<sup>1</sup> Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Katedra Systemów Sterowania i Zarządzania AL.1000-PP 7, 25-314 Kielce. Telefon +48 413424200, E-mail: sitek@tu.kielce.pl,

jego funkcji. Firma oferująca usługi typu 3PL wykonuje je przy wykorzystaniu własnych środków transportowych, magazynów, urządzeń i innych koniecznych zasobów oraz występuje jako "trzecia strona" pomiędzy producentem a klientem. Powstały model łańcucha logistycznego z wydzielonymi usługami logistycznym do specjalizowanych firm klasy 3PL przedstawiono na rys.1. Taki rodzaj współpracy często określany jest jako alians logistyczny.



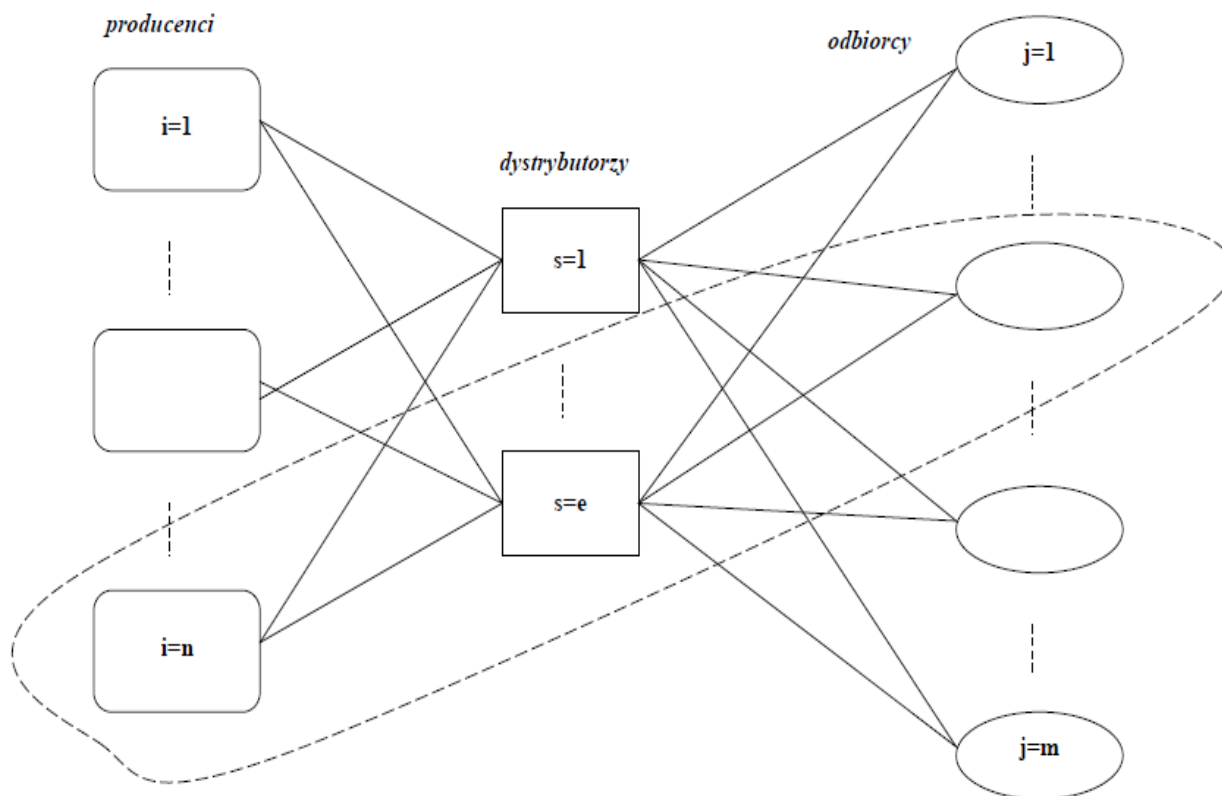
Rys.1. Schemat łańcucha dostaw z outsourcingiem usług logistycznych przez firmę typu 3PL

Natomiast 4PL (ang. fourth-part logistics, supply chain logistics) jest pewną ewolucją koncepcji 3PL zapewniająca większą elastyczność i dostosowanie do specyfiki danego klienta. Firmy i organizacje typu 4PL zarządzają i operują na całym łańcuchu dostaw. Przede wszystkim zarządzają informacją w ramach łańcucha dostaw. 4PL to koordynacja realizacji procesów logistycznych występujących wzdłuż całego łańcucha dostaw obsługiwanego klienta (od surowców aż do końcowych nabywców) a nie tylko dla wybranego odcinka tak jak w 3PL. Model 4PL umożliwia podniesienie funkcji operatora 3PL do rangi koordynatora i integratora przepływów a nie tylko operatora fizycznego przemieszczenia towarów. Bardzo często jego podwykonawcami są operatorzy 3PL czy nawet 2PL (ang. second-part logistic) tzn. firmy transportowe i magazynowe. Firma, która korzysta z usług operatora 4PL ma kontakt tylko z jednym operatorem, który zarządza i integruje wszystkie rodzaje zasobów i nadzoruje wszystkie funkcjonalności w całym łańcuchu dostaw. Operatorzy 4PL posiadając pełny obraz łańcucha dostaw oraz duże możliwości informatyczne mogą oferować usługi doradcze w zakresie optymalizacji oraz wspomaganie decyzji. Dalszy rozwój outsourcingu logistycznego zaowocował powstaniem modelu 5PL (ang. fifth-part logistics) – czyli dostawcami zintegrowanych usług logistycznych mogących projektować i wdrażać elastyczne i sieciowe łańcuchy dostaw aby zaspokoić wszystkich uczestników (producentów, dostawców, przewoźników i klientów końcowych) [4].

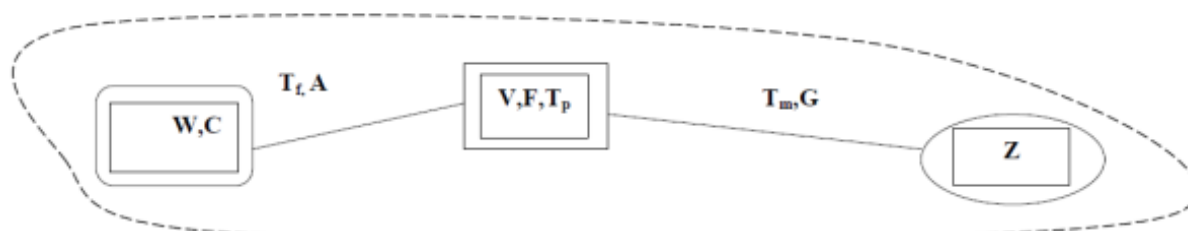
### 3. MODEL MATEMATYCZNY

Dla modelu sieciowego łańcucha dostaw (rys.2) z punktu widzenia operatora logistycznego 3PL/4PL/5PL został zaproponowany model optymalizacyjny. Model matematyczny optymalizacji został sformułowany w postaci zadania programowania liniowego całkowitoliczbowego MILP (ang. Mixed Integer Linear Programming) [5], [6] z minimalizacją kosztów (1) przy ograniczeniach (4)..(15). Modele klasy MILP, najczęściej używane są do modelowania problemów decyzyjnych. Z jednej strony są modelami liniowymi co ułatwia ich interpretację, zastosowania z drugiej część zmiennych decyzyjnych posiada charakter całkowitoliczbowy lub nawet binarny. To powoduje dobre odzwierciedlenie problemów decyzyjnych typu przydziału (0-brak, 1-jest) lub problemów decyzyjnych związanych z produkcją, logistyką, zarządzaniem projektami o charakterze dyskretnym, których jest znakomita większość we współczesnej gospodarce, administracji i życiu codziennym. Niestety modele tej klasy zwykle należą do problemów NP-zupełnych, co w wielu przypadkach ogranicza możliwość ich stosowania w dużych problemach decyzyjnych szczególnie jeśli posiadają wiele niezależnych dyskretnych zmiennych decyzyjnych. Wtedy do rozwiązania ich poszukuje się metod przybliżonych, heurystycznych czy sztucznej inteligencji.

Indeksy, parametry oraz zmienne decyzyjne zaproponowanego modelu optymalizacji łańcucha dostaw umieszczono wraz z opisem w Tab. 1, 2, 3, 4. Zaproponowany model optymalizacyjny to model kosztowy, który uwzględnia jeszcze dwa typy parametrów tzn. parametry przestrzenne (przestrzeń/objętość zajmowana przez produkt, dysponowana przez dystrybutora) oraz czasowe (czasy dostaw, obsługi u dystrybutora, itd.). Umiejscowienie poszczególnych parametrów na tle kolejnych ogniw łańcucha dostaw przedstawiono na Rys.3.



Rys. 2. Fragment sieciowego łańcucha dostaw z naniesionymi indeksami poszczególnych jego uczestników (ogniw). Linia przerywaną zaznaczono jedną z możliwych ścieżek realizacji dostawy.



Rys. 3. Wybrana ścieżka łańcucha dostaw wraz z parametrami opisującymi jej poszczególne ogniwa i zależności.

Tab. 1. Indeksy używane w modelu

Symbol	Opis
N	Liczba fabryk/producentów
M	Liczba odbiorców/punktów dostaw
E	Liczba punktów pośrednich, dystrybutorów np. centra dystrybucyjne
O	Liczba produktów
k	Indeks produktu (k=1..O)
j	Indeks odbiorcy (punktu dostawy) (j=1..M)
i	Indeks fabryki (i=1..N)
s	Indeks dystrybutora (s=1..E)
t	Indeks okresu planistycznego (t=1..T)

Tab. 2. Parametry modelu

Symbol	Opis
$F_s$	Koszt dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ )
$P_k$	Przebieg/objętość zajmowana przez produkt $k$ ( $k=1..O$ )
$V_s$	Maksymalna pojemność jaką dysponuje dystrybutor $s$ ( $s=1..E$ )
$W_{i,k,t}$	Zdolności produkcyjne fabryki $i$ ( $i=1..N$ ) dla produktu $k$ . ( $k=1..O$ ) w okresie $t$ ( $t=1..T$ )
$C_{i,k}$	Koszt wytworzenia produktu $k$ ( $k=1..O$ ) w fabryce $i$ ( $i=1..N$ ).
$R_{s,k}$	Czy punkt dystrybutor /centrum $s$ ( $s=1..E$ ) może dostarczać produkt $k$ ( $k=1..O$ ) {0,1}
$Tp_{s,k}$	Czas dystrybutora /centrum $s$ ( $s=1..E$ ) na realizację wysyłki produktu $k$ ( $k=1..O$ ) /tpz/
$Z_{j,k,t}$	Zapotrzebowanie odbiorcy $j$ ( $j=1..M$ ) na produkt $k$ ( $k=1..O$ ) w okresie $t$ ( $t=1..T$ )
$Tf_{i,s}$	Czas dostawy z fabryki $i$ ( $i=1..N$ ) do dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ )
$A_{i,s,k}$	Koszt dostawy z fabryki $i$ ( $i=1..N$ ) do dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) produktu $k$ ( $k=1..O$ )
$Tm_{s,j}$	Czas dostawy od dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) do odbiorcy $j$ ( $j=1..M$ )
$G_{s,i,k}$	Koszt dostawy od dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) do odbiorcy $j$ ( $j=1..M$ ) produktu $k$ ( $k=1..O$ )
ro	Duża stała (Największa wartość zlecenia)

Tab. 3. Zmienne decyzyjne

Symbol	Opis
$X_{i,s,k,t}$	Wielkość dostawy/wysyłki z fabryki $i$ ( $i=1..N$ ) do dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) produktu $k$ ( $k=1..O$ ) w okresie $t$ ( $t=1..T$ ) /okres wysyłki z fabryki/
$Xb_{i,s,k,t}$	Czy z fabryki $i$ ( $i=1..N$ ) do dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) jest dostarczany produkt $k$ ( $k=1..O$ ) {0,1} w okresie $t$ ( $t=1..T$ )
$Y_{s,j,k,t}$	Wielkość dostawy od dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) do odbiorcy $j$ ( $j=1..M$ ) produktu $k$ ( $k=1..O$ ) w okresie $t$ ( $t=1..T$ ) /okres wysyłki z punktu pośredniego/
$Yb_{s,j,k,t}$	Czy od dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) do odbiorcy $j$ ( $j=1..M$ ) jest dostarczany produkt $k$ ( $k=1..O$ ) {0,1} w okresie $t$ ( $t=1..T$ )
$Tc_s$	Centrum $s$ ( $s=1..E$ ) bierze lub nie udział w dostawach -zmienna binarna {0,1}
$To_{s,t}$	Centrum $s$ ( $s=1..E$ ) bierze lub nie udział w dostawach w okresie $t$ ( $t=1..T$ ) -zmienna binarna{0,1}

Tab. 3. Parametry kosztowe

Symbol	Opis
$od1_{is}$	Odległość z fabryki $i$ ( $i=1..N$ ) do dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ )
$od2_{sj}$	Odległość od dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ ) do odbiorcy $j$ ( $j=1..M$ )
$k1_s$	Koszt przeliczeniowy transportu przez dystrybutora $s$ ( $s=1..E$ )
$k2_k$	Koszt przeliczeniowy transportu produktu $k$ ( $k=1..O$ )

Funkcja celu – minimalizacja kosztów transportu i wytwarzania

$$\sum_{s=1}^E F_s * Tc_s + \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^E \sum_{k=1}^O \sum_{t=1}^T A_{i,s,k} * Xb_{i,s,k,t} + \sum_{s=1}^E \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^O \sum_{t=1}^T G_{s,j,k} * Yb_{s,j,k,t} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^O \sum_{t=1}^T (C_{ik} * \sum_{s=1}^E X_{i,s,k,t}) \quad (1)$$

Wyliczenie kosztów

$$A_{i,s,k} = Od1_{is} * k1_s + k2_k \text{ dla } i=1..N, s=1..E, k=1..O \quad (2)$$

$$G_{s,j,k} = Od2_{sj} * k1_s + k2_k \text{ dla } s=1..E, j=1..M, k=1..O \quad (3)$$

Ograniczenia

$$\sum_{s=1}^E X_{i,s,k,t} \leq W_{i,k,t} \text{ dla } i=1..N, k=1..O, t=1..T \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^E Y_{s,j,k,t-Tm_{s,j}} * R_{s,k} \geq Z_{j,k,t} \text{ dla } j=1..M, k=1..O, (t=1..T) \wedge (t-Tm_{s,j} > 0) \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{i,s,k,t-Tf_{i,s}-Tp_{s,k}} = \sum_{j=1}^M Y_{s,j,k,t} \text{ dla } s=1..E, k=1..O, (t=1..T) \wedge (t-Tf_{i,s}-Tp_{s,k} > 0) \quad (6)$$

$$\sum_k^O (P_k * \sum_{i=1}^N X_{i,s,k,t}) \leq To_{s,t} * V_s \text{ dla } s=1..E, t=1..T \quad (7)$$

$$Tc_s \geq To_{s,t} \text{ dla } s=1..E, t=1..T \quad (8)$$

$$Tc_s, To_{s,t} \in \{0,1\} \text{ dla } s=1..E, t=1..T \quad (9)$$

$$X_{i,s,k,t} \geq 0 \text{ dla } i=1..N, s=1..E, k=1..O, t=1..T \quad (10)$$

$$X_{i,s,k,t} \leq Xb_{i,s,k,t} * Ro \text{ dla } i=1..N, s=1..E, k=1..O, t=1..T \quad (11)$$

$$Y_{s,j,k,t} \geq 0 \text{ dla } s=1..E, j=1..M, k=1..O, \text{ dla } t=1..T \quad (12)$$

$$Y_{s,j,k,t} \leq Yb_{s,j,k,t} * Ro \text{ dla } s=1..E, j=1..M, k=1..O, t=1..T \quad (13)$$

$$Xb_{i,s,k,t} \in \{0,1\} \text{ dla } i=1..N, s=1..E, k=1..O \quad (14)$$

$$Yb_{s,j,k,t} \in \{0,1\} \text{ dla } s=1..E, \text{ oraz } j=1..M, k=1..O \quad (15)$$

### 3.1 Dyskusja modelu i możliwości stosowania

Funkcja celu (1) określa sumaryczne koszty całego łańcucha i składa się z czterech elementów. Pierwszy to koszty stałe związane z funkcjonowaniem dystrybutora (np. centrum dystrybucyjnego, magazynu itd.), biorącego udział w realizacji dostaw. Drugi składnik określa koszt dostaw od producenta do dystrybutora. Kolejny składnik odpowiada za koszty dostaw od dystrybutora do końcowego odbiorcy (sklepu, klienta indywidualnego itd.). Ostatni ze składników funkcji celu określa koszty wytworzenia danego produktu u konkretnego producenta. Model został opracowany przy ograniczeniach (4)..(15). Ograniczenie (4) określa, że wszystkie dostawy produktu  $k$  wytworzone przez producenta  $i$  realizowane do wszystkich dystrybutorów  $s$  w okresie  $t$  nie przekraczają zdolności produkcyjnych producenta  $i$  w tym okresie. Ograniczenie (5) zapewnia pokrycie wszystkich zapotrzebowań klientów  $j$  na towar  $k$  w okresie  $t$  ( $Z_{j,k,t}$ ) poprzez realizację dostaw przez dystrybutorów  $s$  w tym okresie (wartości zmiennych decyzyjnych  $Y_{j,s,k,t}$ ). Ograniczenie zostało tak skonstruowane, że dodatkowo uwzględnia specyfikę poszczególnych dystrybutorów (tzn. czy dystrybutor  $s$  może dostarczać produkt  $k$  czy nie) Zamodelowano to wprowadzając do ograniczenia (5) mnożnik o charakterze binarnym  $R_{s,k}$ . Za zbilansowanie każdego dystrybutora  $s$  odpowiada ograniczenie (6). Możliwość zrealizowania dostaw w okresie  $t$ , ze względu na posiadane możliwości techniczne – w prezentowanym modelu chodzi o pojemność/przestrzeń jaką dysponuje dystrybutor  $s$  określa ograniczenie (7). Ograniczenie (8) potwierdza, że jeśli centrum pracuje w okresie  $t$  to musi pracować w ogóle. Pozostałe ograniczenia tzn. (9) .. (15) wynikają z charakteru modelu, zakwalifikowanego jako MILP. Przy czym ograniczenia (11), (13) wymuszają binarność zmiennych decyzyjnych  $Xb_{isk}$ ,  $Yb_{sjk}$  na podstawie wartości zmiennych decyzyjnych  $X_{isk}$ ,  $Y_{sjk}$ .

Zależności (2) i (3) wprowadzono do modelu w celu zwiększenia elastyczności i zakresu wspomagania decyzji kosztowych oraz możliwości wpływu na poszczególne składowe niektórych kosztów. Zależności pokazują przykładową strukturę parametrów kosztowych  $A_{i,s,k}$  i  $G_{s,j,k}$ . Oczywiście zaproponowana struktura liniowa może być zamodelowana przy wykorzystaniu różnych funkcji (inna klasa funkcji, inny zakres parametrów). Nie wprowadzono postaci jawnej do funkcji celu tych parametrów aby dalej nie komplikować zapisu. Zależności  $A_{i,s,k}$  i  $G_{s,j,k}$  w postaci (2), (3) zostaną wprowadzone do modelu na etapie implementacji [7].

### 4. WNIOSKI

W pracy przedstawiono model optymalizacji kosztów łańcucha dostaw. Model sformułowano jako model MILP co niewątpliwie ułatwia jego rozwiązanie przy wykorzystaniu dostępnych narzędzi programowania matematycznego jak pakiet "LINGO" [8], "CPLEX" [9] itd. Oczywiście model należy zaimplementować w wybranym środowisku pakietu. Implementacja modelu w środowisku pakietu "LINGO"<sup>2</sup> wraz z eksperymentami obliczeniowymi zostanie przedstawiona w kolejnym artykule [7]. Ujęcie optymalizacji z punktu widzenia operatora logistycznego, który ma dostęp do wszystkich danych oraz wszystkich uczestników stanowiących kolejne ogniwa łańcucha jest bardzo interesująca. Bowierny wynik takiej optymalizacji powoduje optymalizację kosztów dla całego łańcucha przy konkretnym zbiorze zapotrzebowań ( $Z_{j,k,t}$ ) odbiorców co przekłada się na odpowiednie wartości zmiennych decyzyjnych (wielkości  $X_{i,s,k,t}$ ,  $Y_{s,j,k,t}$ ) czyli optymalną realizację przepływów pomiędzy poszczególnymi uczestnikami łańcucha (producent, dystrybutor, odbiorca). Model nadaje się również poprzez analizę wrażliwości poszczególnych jego parametrów na wspomaganie decyzji zarządzania łańcuchem np. co do liczby i pojemności centów dystrybucyjnych, sposobie wykorzystania i/lub powiększenia zdolności produkcyjnych, skrócenia czasów dostaw itd.

<sup>2</sup> Oprogramowanie sfinansowane z projektu MOLAB Program Operacyjny Innowacyjna Gospodarka (Oś 2. Działanie 2.2)

**5. BIBLIOGRAFIA**

- [1] Ciesielski M.:(Red.), *Instrumenty zarządzania łańcuchami dostaw*, PWE, Warszawa 2009.
- [2] Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., Simchi-Levi E. :*Designing and Managing the Supply Chain: Concepts, Strategies, and Case Studies*. McGraw-Hill, ISBN 978-0-07-119896-7, New York 2003.
- [3] Shapiro, J.F.:*Modeling the Supply Chain*, ISBN 978-0-534-37741, Duxbury Press 2001.
- [4] Koźlak A., *Innowacyjne modele biznesowe w prowadzeniu działalności logistycznej*, Logistyka nr 3, 2009.
- [5] Schrijver, A., *Theory of Linear and Integer Programming*. ISBN 0-471-98232-6, John Wiley & sons. 1998.
- [6] Wagner H., *Badania Operacyjne*, PWE, Warszawa 1980.
- [7] Wikarek J.: *Optymalizacja łańcucha dostaw -implementacja i przykłady liczbowe w środowisku pakietu LINGO*, LOGISTYKA 3/2012
- [8] [www.lindo.com](http://www.lindo.com)
- [9] [www.ibm.com](http://www.ibm.com)