

JASTRIEBOW Aleksander<sup>1</sup>  
SŁOŃ Grzegorz<sup>2</sup>

## Logistyczne zastosowania modelu rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej

Słowa kluczowe: mapa kognitywna, monitorowanie predykcyjne, system logistyczny

### Streszczenie

Działanie systemu logistycznego, rozumianego jako zespół powiązanych ze sobą węzłów decyzyjnych i wykonawczych, zależy od wielu, wzajemnie na siebie wpływających parametrów o charakterze zarówno ilościowym, jak i jakościowym [12]. Efektywne zarządzanie takim systemem, sprowadzające się w zasadzie do zapewnienia równomiernej dystrybucji zasobów, musi uwzględniać elementy predykcji, a więc opierać się de facto na pewnym modelu matematycznym, który będzie w stanie z wystarczającą dokładnością odwzorować działanie całego systemu. Model taki powinien uwzględniać wzajemne relacje pomiędzy poszczególnymi centrami oraz dynamikę przepływów, wynikającą ze sprzężeń zwrotnych, a jednocześnie brać pod uwagę pewien stopień niepewności informacji co do możliwych własności poszczególnych elementów. Cechy takie posiada rozmyta relacyjna mapa kognitywna. Pracę poświęcono wykorzystaniu rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej do predykcyjnego monitorowania logistycznego systemu dystrybucyjnego.

### LOGISTIC APPLICATIONS OF THE MODEL OF FUZZY RELATIONAL COGNITIVE MAP

#### Abstract

Operation of the logistics system, understood as a set of interrelated decision-making and executive nodes, depends on many, mutually influencing parameters, which can be quantitative and qualitative as well [12]. Effective management of such a system, which generally reduces to secure an even distribution of resources must take into account elements of the prediction, and therefore is de facto based on a mathematical model that is capable of sufficient accuracy to reproduce the work of the system. This kind a model should take into account the relationship between centers and the dynamics of flows resulting from the closed-loop feedbacks, while taking into account a certain degree of uncertainty of the information on the possible properties of individual elements. Such properties are owned by relational cognitive map. The paper is devoted to the use of fuzzy relational cognitive map for predictive monitoring the logistic distribution system.

#### 1. WPROWADZENIE

Nazwa „relacyjna mapa kognitywna” odnosi się do pewnego rodzaju modelu matematyczno – informatycznego, pomocnego w analizie i monitorowaniu złożonych systemów, które nie poddają się standardowemu opisowi w postaci klasycznego układu równań różniczkowych. W modelu tego rodzaju przedmiotem zainteresowania badacza są główne cechy badanego systemu, zwane czynnikami (*concepts*), oraz charakter współzależności pomiędzy tymi cechami. Przy tym zarówno czynnikom, jak i wzajemnym zależnościom (tak zwanym relacjom) nadaje się wymiar liczbowy z określonego zakresu wartości. Tak zdefiniowany model można przedstawić w postaci pary zbiorów (1) [1, 2, 3, 6, 13]:

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{R} \rangle \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$  – wektor wartości czynników mapy kognitywnej,

$\mathbf{R} = \{r_{ij}\}$ ,  $(i, j) = 1, \dots, n$  – macierz relacji między czynnikami  $X_i$  i  $X_j$ ;

$r_{ij} \in [0, 1]$  lub  $r_{ij} \in [-1, 1]$ ;

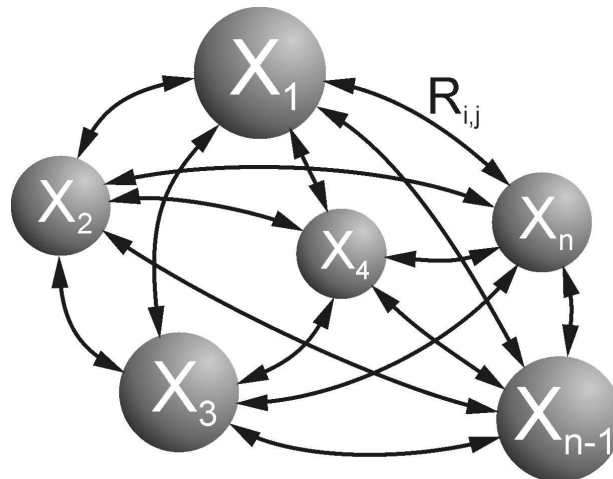
$n$  – liczba czynników mapy kognitywnej.

Charakterystyczną cechą struktury opisanej przez (1) jest (w ogólnym przypadku) brak jakiegos szczególnie wyróżnionego kierunku przepływu sygnałów, co sprawia, że, zależnie od aktualnych celów modelowania, dowolna grupa czynników może pełnić rolę wejść lub wyjść, bądź też można w ogóle żadnego z nich w ten sposób nie wyróżniać. Dzięki potencjalnej możliwości połączenia każdego czynnika z dowolnym innym, sygnały w takim modelu mogą przemieszczać się w różnych kierunkach, a jego graficzna reprezentacja może np. mieć charakter przestrzenny. Dodatkowym atutem tego typu modelu jest możliwość obserwacji nie tylko bezpośrednich i oczywistych oddziaływań,

<sup>1</sup> Politechnika Radomska, Wydział Nauczycielski; 26-600 Radom; ul. Malczewskiego 29.  
tel.: +48 41 34-24-239, faks: +48 41 34-24-218, e-mail: : aleksander.jastriebow@pr.radom.pl

<sup>2</sup> Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki; 25-314 Kielce; al. Tysiąclecia P. P. 7.  
tel.: +48 41 34-24-222, faks: +48 41 34-24-218, e-mail: g.slon@tu.kielce.pl

ale także relacji pośrednich, trudniejszych do wstępnego określenia przez ekspertów. Przykładowa reprezentacja graficzna mapy kognitywnej została przedstawiona na rys. 1.



Rys. 1. Przykładowa graficzna reprezentacja relacyjnej mapy kognitywnej, gdzie:  $X_1-X_n$  – wartości poszczególnych czynników;  $n$  – liczba czynników;  $R_{i,j}$  – relacja pomiędzy czynnikami  $i$ -tym i  $j$ -tym; strzałki obrazują kierunki relacji

W modelowaniu opartym na relacyjnej mapie kognitywnej, podobnie jak przy innych metodach, kluczowe znaczenie ma dokładność określania wartości monitorowanych zmiennych w kolejnych krokach czasu dyskretnego. Przyjęta metoda wyznaczania tych wartości zależy zarówno od struktury modelowanego systemu, jak i od potrzeb monitorowania określanych przez eksperta. Zagadnienie to było dokładniej rozważane m. in. w [4, 10, 11]. Jednym z wielu podejść jest zastosowanie modelu nieliniowego z nieliniowością „szybkości zmian” [3], w którym wartości czynników w czasie są określane zgodnie z (2):

$$X_i(t+1) = F \left( X_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i} \cdot \Delta X_j(t) \right) \quad (2)$$

gdzie:  $X_i$  – wartość  $i$ -tego czynnika (z zakresu  $[-1, 1]$ );  
 $\Delta X_i(t) = X_i(t) - X_i(t-1)$ ;  
 $X_i(0), X_i(-1)$  – zadane;  
 $r_{i,j}$  – moc relacji pomiędzy czynnikami o numerach  $i$  oraz  $j$  (z zakresu  $[-1, 1]$ );  
 $i = 1, \dots, n$ ;  $n$  – liczba czynników;  
 $t$  – czas dyskretny;  
 $F$  – funkcja ograniczająca.

Podejście zgodne z (2) dobrze sprawdza się w modelach z niewielką niepewnością co do parametrów systemu lub wartości czynników. Tam, gdzie niepewność ta jest większa można wprowadzić do modelu relacyjnej mapy kognitywnej elementy arytmetyki rozmytej [7, 8, 9]. Pozwala to do pewnego stopnia zniwelować wpływ niepewności danych, chociaż wprowadza dodatkowe utrudnienia natury formalnej i obliczeniowej [4, 11], przy tym większość tych utrudnień wynika nie tyle z komplikacji samej metody, co z ograniczeń związanych z koniecznością stosowania dyskretnych metod rachunkowych. Rozmyty odpowiednik modelu (2) może przybrać formalną postać (3) [5, 10, 11]:

$$X_k(t+1) = X_k(t) \oplus \bigoplus_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n [(X_i(t) \ominus X_i(t-1)) \circ R_{i,k}] \quad (3)$$

gdzie:  $k$  – numer rozpatrywanego czynnika wyjściowego ( $k = 1, \dots, n$ );  
 $t$  – czas dyskretny;  
 $n$  – liczba czynników;  
 $\oplus$  – operacja sumowania rozmytego;  
 $\ominus$  – operacja odejmowania rozmytego;  
 $R_{i,k}$  – pojedyncza rozmyta relacja pomiędzy rozmytymi czynnikami o numerach  $i$  oraz  $k$ ;  
 $\circ$  – operacja maksymalnej kompozycji rozmytej.

Tworząc model oparty na relacyjnej mapie kognitywnej (ostrej bądź rozmytej) należy pamiętać, że na ogół model taki, po wstępnym ustaleniu parametrów, będzie wymagał późniejszej modyfikacji parametrów („douczenia”) w oparciu o dostępne dane pochodzące z obserwacji lub pomiarów. Zagadnienie to rozważano m. in. w [4, 10, 11].

W systemie logistycznym, podobnie jak w innych systemach z niepewną lub niepełną informacją, zachodzą zjawiska, które trudno ująć w ramy prostego układu równań algebraicznych bądź różniczkowych. Sytuacja taka skłania do bliższego zainteresowania się potencjałem innych, tzw. „inteligentnych” podejść do modelowania, a wśród nich – rozmytą relacyjną mapą kognitywną. Projektując mapę trzeba dobrze zrozumieć istotę działania takiego modelu. Pomimo pozornego podobieństwa graficznego, mapa kognitywna nie jest prostym odwzorowaniem grafu, którego węzłami są np. geograficznie umiejscowione placówki magazynowe, a gałęziami – łączące je drogi. Czynniki mapy kognitywnej powinny być własności systemu kluczowe z punktu widzenia efektywności jego działania, takie jak np.: średni czas realizacji dostaw, kompetencje kadry zarządzającej, poziom reklamacji, średnia odległość centrów dystrybucyjnych od odbiorców, itp., nawet jeśli (jak w przypadku kompetencji kadry) trudno ująć je liczbowo. Relacje powinny być tak zaprojektowane, aby oddawać rzeczywisty wpływ zmian wartości jednych czynników na zmiany wartości innych, i to w ujęciu względnym. Tylko takie podejście ma sens algorytmiczny.

## 2. WYBRANE ASPEKTY PROJEKTOWANIA MODELU

Poniżej opisano główne aspekty projektowania modeli opartych na relacyjnych mapach kognitywnych, ze szczególnym uwzględnieniem sposobów doboru i przystosowywania kluczowych czynników oraz definiowania relacji pomiędzy nimi. Ograniczono się przy tym jedynie do wskazania podstawowych problemów, które należy rozwiązać podczas projektowania modelu, bowiem szczegółowy ich opis przekraczałby ramy niniejszej pracy.

### 2.1 Określanie kluczowych czynników

Określenie kluczowych czynników modelu ma zasadnicze znaczenie dla jego późniejszej prawidłowej pracy. Istotny jest zarówno wybór samych czynników, jak i określenie sposobu przedstawiania ich wartości. Czynniki mogą mieć charakter fizyczny, odpowiadający mierzalnym wielkościom występującym w systemie (np. stan zapasów magazynowych, liczba i ładowność dostępnych środków transportu, liczba dostępnych kierowców lub dyspozytorów, czas sprowadzenia brakujących towarów, koszt realizacji zamówienia, itp.), psychologiczny (np. doświadczenie czy gotowość do pracy poszczególnych członków personelu) lub całkowicie abstrakcyjny (co oznacza czynniki wprowadzone na zasadzie elementów pomocniczych, ułatwiających modelowanie). W każdym wypadku należy dążyć do minimalizacji liczby kluczowych czynników. Generalnie liczba ta może być zmienna, zależnie od aktualnych celów modelowania (np. od wyboru monitorowanych części systemu).

### 2.2 Normalizacja wartości czynników ilościowych i jakościowych

Efektywne modelowanie wymaga zastosowania ujednoczonego podejścia do wartości czynników. Oznacza ono niezależnienie się od ich wartości bezwzględnych i odejście od jednostek, w których wartości te są wyrażane. Takie podejście pozwala uniknąć marginalizacji tych czynników, których wartości bezwzględne, wyrażone w obowiązującym systemie jednostek, byłyby relatywnie niskie. Czynniki ilościowe można poddać działaniu zmodyfikowanej normalizacji maksymalnej (4), w wyniku której wszystkie wartości zostaną wyrażone jako liczby z zakresu  $[-1, 1]$ .

$$X_i(t) = \text{Sgn}(X_i^*(t)) \cdot \frac{|X_i^*(t)| - |\min(X_i^*)|}{|\max(X_i^*)| - |\min(X_i^*)|} \quad (4)$$

gdzie:  $X_i^*(t)$  – wartość rzeczywista i-tego czynnika w chwili  $t$  czasu dyskretnego;  
 $X_i(t)$  – wartość znormalizowana i-tego czynnika w chwili  $t$  czasu dyskretnego.

Co do czynników jakościowych, to sposób sprowadzania ich wartości do tego samego zakresu zależy głównie od liczby stanów, jakie mogą one przyjmować (np. płeć można określić jako 0 – mężczyzna lub 1 – kobieta), ważne jest przy tym zawsze umieszczenie tych wartości w przedziale  $[-1, 1]$ . W ogólności zmienna jakościowa o  $k$  dopuszczalnych wartościach może zostać przedstawiona w postaci  $k-1$  znaczników (pod warunkiem dokładnego określenia wartości każdego znacznika). Na ogół cech jakościowych nie można uporządkować tak jak cech ilościowych, w związku z czym należy zachować dużą ostrożność przy zamianie ich na wartości liczbowe, ponieważ niewłaściwe przyporządkowanie może prowadzić do wyników błędnych lub pozbawionych sensu.

### 2.3 Określenie charakteru relacji

W systemach logistycznych, w odróżnieniu od systemów stricte technicznych, relacje nie mogą być po prostu odwzajemnieniem przepływu jakichś sygnałów fizycznych (np. prądu elektrycznego czy cieczy). Szerokie spektrum możliwości wyboru czynników warunkuje jednocześnie podejście do określenia zarówno roli jak i typu wiążących je relacji. W ogólności relacja pomiędzy czynnikami powinna liczbowo określać wartość przyrostu wartości danego czynnika wywołanego przyrostem wartości innego czynnika. Jest to zadanie dla eksperta (na wstępnym etapie projektowania modelu) oraz dla algorytmów uczących (w późniejszych fazach). Należy przy tym zachować szczególną ostrożność przy projektowaniu relacji powiązanych z czynnikami o charakterze jakościowym z uwagi na często tam występującą

niemożność określenia jednoznacznej gradacji kolejnych wartości. Niezależnie od zaplanowanego charakteru relacji powinny mieć one wymiar liczbowy i zwierać się w przedziale  $[-1, 1]$ .

## 2.4 Rozmywanie wartości czynników i relacji

Wprowadzenie elementów logiki rozmytej do modelu relacyjnej mapy kognitywnej ma sens w sytuacji znacznych niepewności lub braku dostępu do pełnej informacji o charakterze pracy systemu. Wtedy liczbowe wyrażanie wartości czynników i relacji może zostać zastąpione podejściem względnym (rozmytym), które pokazuje w jakim stopniu dana wielkość może mieć określoną wartość, przy czym dla żadnej wartości stopień ten nie może być większy niż 1. Wartość najbardziej prawdopodobna (dla której pewność przynależności jest maksymalna) nosi nazwę „centrum” i wokół tej wartości następuje rozmywanie. Określanie stopni przynależności ma najczęściej charakter funkcyjny, a funkcja, która je odwzorowuje nosi nazwę funkcji przynależności. Rozmywanie znormalizowanych wartości czynników można opierać na różnych typach funkcji przynależności: trójkątowym, trapezoidalnym, gaussoidalnym lub innym odpowiednim do prezentacji danego problemu. Wszystkie one są proste w algorytmicznej realizacji, jednakże pewne cechy typu gaussoidalnego (np. immanentna symetria oraz łatwość zmiany współczynnika rozmycia) czynią go szczególnie interesującym. Funkcja przynależności tego rodzaju może przyjąć postać (5):

$$\mu_{x_i}(x) = e^{-\left(\frac{x-\bar{X}_i}{\sigma_i}\right)^2} \quad (5)$$

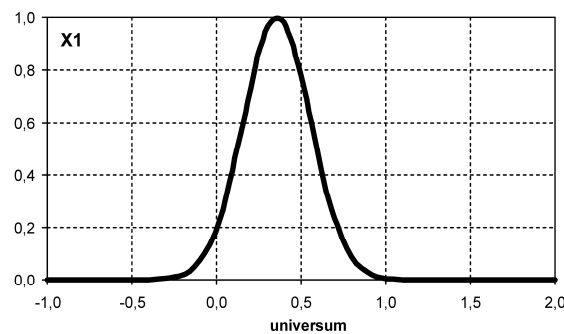
gdzie:  $\bar{X}_i$  – centrum funkcji przynależności i-tej wartości rozmytej;  $i = 1, \dots, n$ ;

$n$  – liczba czynników;

$x$  – dany punkt próbkowania nośnika;

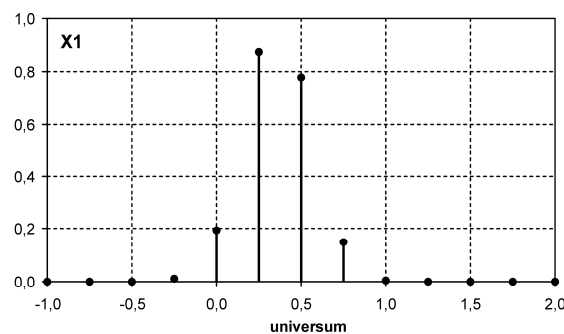
$\sigma_i$  – współczynnik rozmycia wartości i-tego czynnika.

Przykładową graficzną postać funkcji przynależności (5) przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Przykładowy kształt gaussoidalnej funkcji przynależności wartości rozmytej wokół centrum 0,36, gdzie: universum – nośnik funkcji przynależności

Występujący w równaniu (5) oraz na rys. 2 „nośnik” jest przedziałem wartości, do których rozpatrywana wartość może być przypisana z największą pewnością, przy czym pewność ta dla danego punktu nośnika jest określana odpowiadającą wartością funkcji przynależności. Ze względów natury formalnej, wynikających ze stosowania działań arytmetyki rozmytej [4, 11], szerokość nośnika powinna zapewniać utrzymanie możliwie dużej symetrii funkcji przynależności wartości rozmytych wszystkich czynników, dlatego też zakres nośnika powinien być co najmniej dwukrotnie szerszy niż zakres normalizacji. Rys. 2 pokazuje pewną idealną, analityczną formę funkcji przynależności. W rzeczywistych (komputerowych) realizacjach funkcja przynależności podlega dyskretyzacji, w wyniku czego przyjmuje postać zbioru punktów, jak na rys. 3. W ogólności liczba punktów dyskretyzacji nośnika odpowiada liczbie tzw. wartości lingwistycznych.



Rys. 3. Przykładowy kształt gaussoidalnej funkcji przynależności z rys. 2 po dyskretyzacji nośnika z krokiem 0,25

Działaniem odwrotnym do rozmywania jest wyostżanie liczby rozmytej, w wyniku którego przekształca się ją na równoważną wartość skalarną. Można do tego celu stosować różne metody [4, 9, 10, 11, 13], przy czym najprostszą wydaje się być metoda średniej ważonej wyznaczanej w oparciu o poziomy przynależności wszystkich punktów nośnika (z rys. 3).

Relacja rozmyta, jako w pewnym sensie łącznik pomiędzy poszczególnymi czynnikami, określa wpływ, jaki dany czynnik wywiera na inny, z którym łączy go relacja. Wzajemne zależności pomiędzy czynnikami mogą mieć zróżnicowany charakter, dlatego też niezwykle istotny jest dobór odpowiedniego kształtu funkcji przynależności  $\mu_R$  każdej relacji rozmytej. Projektując ją należy uwzględnić zarówno moc relacji (będącą wyrazem siły wzajemnych oddziaływań czynników), jak też jej charakter, wyrażony na przykład koncentracją tej mocy w określonych punktach. Charakter funkcji  $\mu_R$  można różnicować dla różnych relacji pomiędzy różnymi czynnikami, jednakże, z punktu widzenia automatyzacji pewnych procesów pracy z modelem (np. automatycznego uczenia), dogodnie jest bazować na pewnym ujednocionym typie kształtu, którym może być, podobnie, jak przy rozmywaniu wartości czynników, trójkąt, trapez, gaussoida lub inny kształt odpowiedni do prezentacji cech relacji. Przy takim ujęciu można automatyzować budowę relacji rozmytych, poprzez narzucenie im pewnej ogólnej wspólnej formy funkcji przynależności [1, 5, 11]. Równanie (6) przedstawia jedną z postaci takiej funkcji, bazującą na formie gussoidalnej:

$$\mu_{R_{i,j}}(x_1, x_2) = e^{-\left(\frac{x_2 - R_{i,j}(x_1)}{\sigma_{i,j}}\right)^2} \quad (6)$$

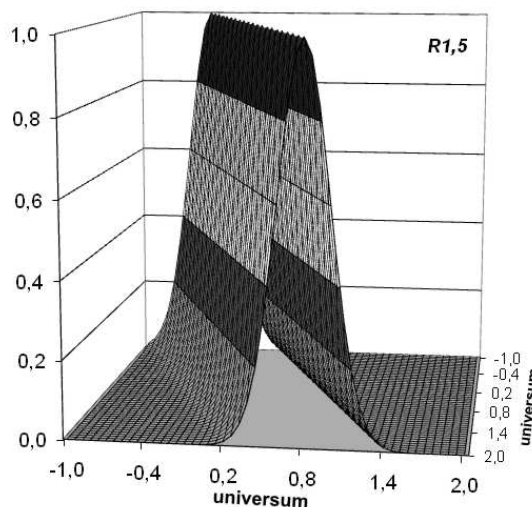
gdzie:  $\mu_{R_{i,j}}$  – funkcja przynależności relacji rozmytej pomiędzy czynnikami i-tym i j-tym;

$x_1, x_2$  – osie nośnika relacji rozmytej;

$\sigma_{i,j}$  – współczynnik rozmycia relacji rozmytej pomiędzy czynnikami i-tym i j-tym;

$r_{i,j}$  – współczynnik mocy relacji rozmytej, określony jako funkcja nośnika.

Przykładową reprezentację graficzną relacji rozmytej zbudowanej w oparciu o (6) przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Przykładowa gaussoidalna rozmyta relacja  $R_{1,5}$  pomiędzy dwoma czynnikami ( $X_1$  i  $X_5$ )

Rozmywając wartości czynników i relacje należy uwzględnić czysto techniczne aspekty numerycznego algorytmu dokonywania operacji matematycznych na modelu. Wynika z nich, że nośnik bazowy relacji rozmytej powinien zawierać skończony zbiór punktów, których liczba powinna być identyczna z liczbą punktów nośnika obu połączonych relacją wartości czynników.

## 2.5 Wprowadzenie do arytmetyki rozmytej

Główne zagadnienia dokonywania operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych omówiono m. in. w [7, 8, 9, 13]. Na potrzeby niniejszej pracy wypada zauważyć, że model dynamiczny rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej (3) operuje liczbami rozmytymi, będącymi specyficznymi zbiorami rozmytymi, na potrzeby których zdefiniowano specjalne rodzaje operacji arytmetycznych [9]. W komputerowych systemach obliczeniowych stosuje się dyskretne formy funkcji przynależności oraz odpowiadające im maksyminowe formy podstawowych operacji arytmetyki rozmytej, których przykłady zestawiono w (7)-(9):

– dodawanie rozmyte (operator  $\oplus$ ):

$$\mu_{X \oplus Y}(y) = \max_{\substack{y_1, y_2 \\ y=y_1+y_2}} \min\{\mu_X(y_1), \mu_Y(y_2)\} \quad (7)$$

– odejmowanie rozmyte (operator  $\ominus$ ):

$$\mu_{X \ominus Y}(y) = \min_{\substack{y_1, y_2 \\ y=y_1-y_2}} \min\{\mu_X(y_1), \mu_Y(y_2)\} \quad (8)$$

– kompozycja rozmyta (operator  $\circ$ ):

$$\mu_{A \circ R}(y) = \sup_{x \in X} \{[\mu_A(x)^T \circ \mu_R(x, y)]\} \quad (9)$$

gdzie: X, Y, A – liczby rozmyte;

R – relacja rozmyta;

$\mu_X(y)$  – wartość funkcji przynależności czynnika rozmytego w punkcie y nośnika;

$\mu_R(x, y)$  – wartość funkcji przynależności relacji rozmytej rozmytego w punkcie (x,y) płaszczyzny jej nośnika.

Stosowanie arytmetyki rozmytej w oparciu o działania (7)-(9) nastęrcza wielu problemów, omówionych szerzej w [9, 10]. Szczególną uwagę należy zwrócić na zachowanie równowagi pomiędzy możliwie najmniejszą liczbą punktów próbkowania nośnika (wartości lingwistycznych), a możliwie szerokim zakresem nośnika (z uwagi na zachowanie symetrii funkcji przynależności). Zarówno nadmierne zmniejszenie liczby wartości lingwistycznych jak i szerokości nośnika prowadzi do pogorszenia dokładności pracy modelu. Z drugiej strony zwiększanie powyższych parametrów wydłuża (i to wykładniczo) czas obliczeń numerycznych, co spowalnia pracę modelu [4, 11]. Pomimo problemów natury algorytmicznej, stosowanie modelu rozmytego może okazać się korzystne w systemach o znacznej niepewności informacji.

### 3. ROZMYTY MODEL PRZYKŁADOWEGO SYSTEMU LOGISTYCZNEGO

Na potrzeby demonstracji wybrano hipotetyczny system logistyczny, w którym wyodrębniono pięć kluczowych czynników (ich znormalizowane wartości oznaczono jako  $X_1 \div X_4$ ):

$X_1$  – kompetencje kadry zarządzającej,

$X_2$  – uśredniony czas realizacji zamówienia,

$X_3$  – rentowność,

$X_4$  – uśredniony poziom zapasów,

$X_5$  – uśredniona skala popytu.

Określone (na podst. tzw. „wiedzy ekspertowej”) skalarnie moce relacji pomiędzy poszczególnymi czynnikami zestawiono w tab. 1.

Tab. 1. Skalarne moce relacji pomiędzy czynnikami przykładowej rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej

r	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
$X_1$	0,00	-0,25	0,70	-0,20	0,25
$X_2$	0,00	0,00	-0,30	0,20	-0,15
$X_3$	0,00	-0,10	0,00	0,00	0,20
$X_4$	0,00	0,25	-0,10	0,00	0,00
$X_5$	0,00	0,30	0,25	-0,20	0,00

Założono, że przykładowy system logistyczny, którego reprezentacja graficzna jest zgodna z rys. 1 (dla n = 5), jest wstępnie stabilny, a znormalizowane wartości czynników są zgodne z tab. 2.

Tab. 2. Początkowe wartości czynników przykładowej rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej

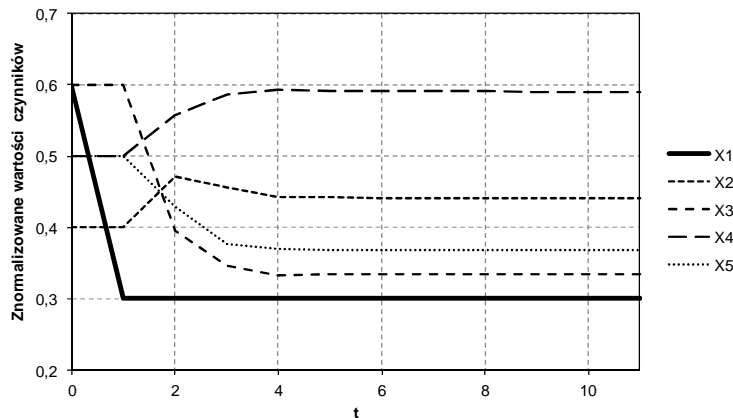
Czynnik	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
Wartość (ostra)	0,6	0,4	0,6	0,5	0,5

Na potrzeby rozmywania wartości czynników założono użycie gaussoidalnych funkcji przynależności zgodnych z (5) o wspólnym współczynniku rozmycia  $\sigma = 0,4$ , których początkowe centra pochodzą z tab. 2, przy czym przyjęto nośnik o zakresie  $[-2, 2]$  z wyróżnionymi 33 wartościami lingwistycznymi (co oznacza próbkowanie nośnika z krokiem 0,125).

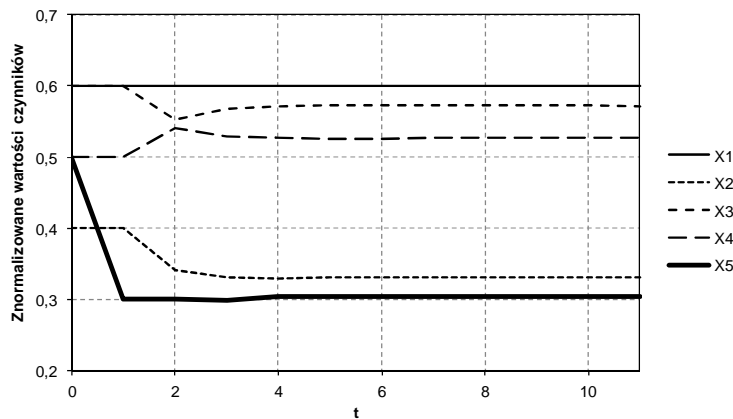
Relacje rozmyte budowano w oparciu o równanie (6), przy założeniu, że mają one wspólny współczynnik rozmycia  $\sigma = 0,4$ , a moce relacji są zgodne z tab. 1. Nośniki relacji oraz parametry próbkowania tych nośników były takie same jak dla wartości czynników.

Dynamika modelu rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej została uwzględniona przez zastosowanie równań typu (3) dla n = 5, przy czym w równaniach tych używano zależności arytmetyki rozmytej (7)-(9). System obliczeniowy wykonał 10 cykli dla każdej zmianej stanu czynników. Po zakończeniu każdego cyklu rozmyte wartości czynników były wyostrzane metodą średniej ważonej, po czym ponownie rozmywane wokół centrów wyznaczonych podczas wyostrzania.

Rozważono dwie hipotetyczne sytuacje: spadek kompetencji kadry zarządzającej oraz spadek uśrednionej skali popytu. Na rys. 5 i 6 przedstawiono wyniki, uzyskane z użyciem aplikacji komputerowej zbudowanej na potrzeby badania rozmytych map kognitywnych.



Rys. 5. Reakcja przykładowego systemu na spadek kompetencji kadry zarządzającej ( $X_1$ ), gdzie:  $t$  – czas dyskretny

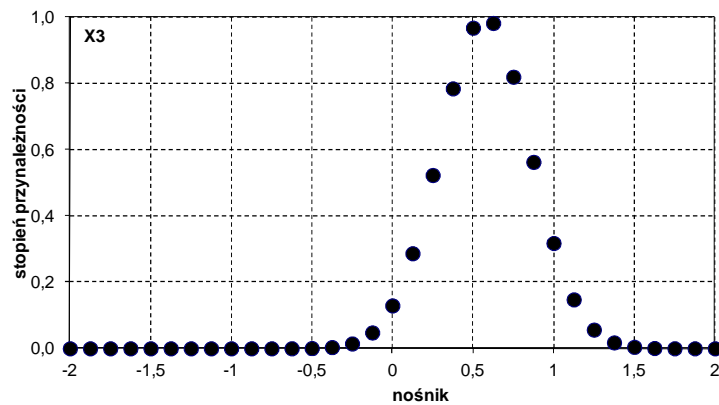


Rys. 6. Reakcja przykładowego systemu na spadek popytu ( $X_5$ ), gdzie:  $t$  – czas dyskretny

W rozpatrywanym modelu, dla zachowania przejrzystości wyводу, przyjęto istnienie jedynie kilku kluczowych czynników o dość jasnych powiązaniach. Założono ponadto, że kompetencje kadry kierowniczej są niezależne od pozostałych czynników, przy istnieniu znacznej zależności pozostałych czynników od tych kompetencji. Jak widać z rys. 5 i 6 nawet model z tak niewielką liczbą czynników jest w stanie pokazać pewne tendencje. Z rys. 5 wynika np., że obniżenie kompetencji kadry kierowniczej, powoduje pogorszenie wszystkich wskaźników, w tym w pewnym sensie najważniejszego, czyli rentowności. Z drugiej strony, rys. 6 pokazuje, że utrzymanie poziomu kadry kierowniczej pozwala w pewien sposób kompensować pogorszenie innych wskaźników. Na rys. 6. pokazano skutki spadku popytu. Początkowo rentowność znacząco maleje, jednak po pewnym czasie jej poziom podnosi się (choć nie do pierwotnego poziomu), co może wynikać z utrzymania kompetencji kadry zarządzającej.

Odrębnym problemem jest odpowiednie wyskalowanie czasu dyskretnego. W prezentowanym modelu czas ten jest powiązany z czasem fizycznym jedynie pośrednio, ponieważ jego zadaniem jest przede wszystkim odwzorowanie kolejności i współzależności procesów zmian wartości czynników poprzez relacje.

Rys. 5 i 6 pokazują przebiegi czasowe wartości czynników po wyostrzeniu, mają więc one wymiar skalarny. W rzeczywistości rozmyty model relacyjnej mapy kognitywnej przetwarza liczby rozmyte, reprezentowane przez dyskretne postaci swoich funkcji przynależności. Graficzną reprezentację takiej liczby pokazano na rys. 7. Przedstawia on rozmytą wartość czynnika  $X_3$  w ostatnim kroku czasu dyskretnego pracy systemu. Wartości użyteczne (ostre) takiego sygnału zawierają się w przedziale  $[-1, 1]$ . Większa szerokość nośnika wynika z technicznych aspektów operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych. Z praktycznego punktu widzenia, największe znaczenie mają te wartości lingwistyczne (punkty na nośniku), do których przynależność danego czynnika jest większa niż 0,5. Na rys. 7 widnieje 6 takich punktów, rozłożonych na odcinku o długości ok. 0,75. Oczywiście największe znaczenie mają dwa punkty o największej pewności przynależności, które sytuują wartość ostrą czynnika pomiędzy 0,5 a 0,6, tym niemniej przebieg z rys. 7 daje pewien obraz sposobu przedstawiania niepewności w rozmytym modelu relacyjnej mapy kognitywnej. Sugeruje on pewne rozwiązania oraz określa obszary o większej pewności, jednak ostateczną decyzję co do wyboru podejmuje ekspert.



Rys. 7. Graficzna reprezentacja rozmytej wartości czynnika X3 w ostatnim kroku czasu dyskretnego pracy systemu symulacyjnego

#### 4. WNIOSKI

W zadaniach modelowania pracy złożonych systemów rozmyta relacyjna mapa kognitywna ma wielorakie zastosowania, zwłaszcza w przypadku systemów o strukturze trudnej do opisanie klasycznymi metodami analizy matematycznej oraz systemów o wysokim poziomie niepewności odnośnie zarówno struktury, jak wartości parametrów. Do systemów takich można zaliczyć także systemy logistyczne, z uwagi na wielką liczbę występujących w nich niepewności oraz zróżnicowanie charakteru opisujących je parametrów. W pracy zaproponowano metodę modelowania opartą o rozmytą mapę kognitywną, której czynniki i relacje rozmywano z użyciem gaussoidalnych funkcji przynależności. Przy pomocy stworzonej aplikacji przetestowano wstępny model systemu logistycznego, złożonego z pięciu kluczowych czynników. Zbadano reakcję systemu na zmiany dwóch wybranych czynników. Wyniki pracy systemu potwierdzają przydatność zaimplementowanego podejścia i skłaniają do rozwijania dalszych prac badawczych mających na celu doskonalenie metody.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Borisow W. W., Krugłow W. W., Fiedułow A. C.: *Rozmyte modele i sieci*. Wydawnictwo „Telekom”, Moskwa 2004. (w języku rosyjskim).
- [2] Hengjie S., Chunyan M., Roel W., Cathoor F.: *Implementation of Fuzzy Cognitive Maps based on Fuzzy Neural Networks and Application in Numerical prediction of Time Series*. IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 18, pp. 233-250, 2010.
- [3] Jastrzebow A., Gad S., Słoń G.: *Mapy kognitywne w monitorowaniu decyzyjnym systemów*. Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą, nr 47, Warszawa 2011, str.: 64-77.
- [4] Jastrzebow A., Słoń G.: *Accuracy of the intelligent dynamic models of relational fuzzy cognitive maps*. In: Nawrowski R. (ed.) *Computer Applications in Electrical Engineering*, vol. 8, Poznan University of Technology, Poznań 2010, str.: 150-160.
- [5] Jastrzebow A., Słoń G.: *Relacyjne mapy kognitywne w inteligentnym modelowaniu układów nieprecyzyjnych*. Logistyka nr 6/2011, str.: 1441-1450.
- [6] Kacprzyk J.: *Wieloetapowe sterowanie rozmyte*. WNT, Warszawa, 2001.
- [7] Kosiński W., Prokopowicz P.: *Algebra liczb rozmytych*. Matematyka Stosowana. Matematyka dla Społeczeństwa, 5 (46), 2004, str. 37-63.
- [8] Kosiński W., Prokopowicz P., Ślęzak D.: *Ordered fuzzy numbers*. Bull. Polish Acad. Sci. Math. 51 (2003), 327-338.
- [9] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L.: *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. PWN, Warszawa 1997.
- [10] Słoń G.: *Analiza wybranych algorytmów adaptacji relacji w rozmytych mapach kognitywnych*. Pomiary, Automatyka, Kontrola vol. 56 nr 12/2010, str.: 1445-1448.
- [11] Słoń G., Jastrzebow A.: *Optimization and Adaptation of Dynamic Models of Fuzzy Relational Cognitive Maps*. Kuznetsov S.O. et al. (Eds.): *RSFDGrC 2011, Lecture Notes in Artificial Intelligence 6743*, 2011, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011, str.: 95-102.
- [12] Słowiński B.: *Wprowadzenie do logistyki*. Koszalin, Wyd. Politechniki Koszalińskiej 2008.
- [13] Zadeh L.A.: *The role of fuzzy logic in the management of uncertainty in expert systems*. Fuzzy Sets and Systems 11 (1983), 199-227.