

Edward Michlowicz<sup>1</sup>

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki Akademii Górniczo - Hutniczej

## Rozwiązywanie problemów dostaw w systemach dystrybucji

### 1. PROBLEMY OPERATORÓW LOGISTYCZNYCH

Dynamiczny rozwój logistyki oraz łańcuchów dostaw wymaga naukowego wsparcia w wielu procesach. Dotyczy to zwłaszcza poszukiwania optymalnych rozwiązań w metodach ilościowych wspomagających procesy podejmowania decyzji w tych obszarach, które decydują o jakości obsługi szeroko rozumianego klienta. W związku z dużą złożonością obliczeniową zagadnienia te zaliczane są do klasy problemów NP-trudnych.

Według Kotlera dystrybucja oznacza zorientowaną na osiągnięcie zysku działalność obejmującą planowanie, organizowanie, kontrolowanie i sterowanie przemieszczania gotowych produktów z miejsc ich wytworzenia do miejsc sprzedaży nabywcom finalnym. Zadaniem dystrybucji jest więc dostarczenie nabywcom finalnym pożądaných przez nich produktów (rodzaj, ilość) do miejsc, w których chcą je nabyć, w odpowiadającym im czasie, na uzgodnionych warunkach i po możliwie niskiej cenie. Przed operatorem logistycznym staje więc zadanie ustalenia takiego planu przewozów towarów, który dawałby optymalne wyniki ze względu na przyjęte kryterium optymalizacyjne [1], [2], [3]. Ponadto często stawia się wiele innych problemów decyzyjnych do rozwiązania [4], m.in.

- problemy minimalizacji czasów realizacji usługi transportowej,
- problemy kształtowania sieci transportowej,
- problemy rozłożenia potoku ruchu w sieci,
- zagadnienia doboru wyposażenia technologicznego i wyznaczania potencjału systemów transportowo – logistycznych [5].

W analizie systemowej zagadnień transportowych wykorzystywane są metody z wielu dziedzin nauki, m.in. z teorii obsługi masowej, teorii grafów, programowania liniowego, teorii gier i badań operacyjnych. Ponadto w rozwiązywaniu zagadnień transportowych coraz częściej znajdują zastosowanie metody i algorytmy wielokryterialnego wspomagania decyzji. Obszerne informacje związane z wybranymi metodami optymalizacji (jedno i wielokryterialnej) oraz oceną systemów transportowych zawiera praca [4].

W sytuacji, gdy przedsiębiorstwo posiada tylko jedno centrum dystrybucyjne, z którego dostarcza towary na rynek, wyznaczenie optymalnego planu przewozów wiąże się ze znalezieniem najkrótszej drogi pomiędzy poszczególnymi nabywcami towaru. Jeśli natomiast takich centrów dystrybucyjnych jest więcej, celem zadania jest ustalenie, z którego centrum ma być zaopatrywany odbiorca i w jakiej kolejności odbiorcy powinni być „obsłużeni”, aby koszty transportu były jak najmniejsze, przy jednoczesnym uwzględnieniu zasobu dysponowanego przez centra dystrybucyjne. W takim przypadku optymalne rozwiązanie problemu ze względu na złożoność obliczeniową jest zadaniem bardzo trudnym. Stąd od pewnego czasu w celu rozwiązania takich problemów osłabieniu ulegają żądania, by algorytm dostarczał rozwiązania optymalne, natomiast poszukuje się rozwiązań przybliżonych, odpowiednio bliskich rozwiązaniom optymalnym. Osłabienie warunku optymalności pozwala często zredukować czas obliczeń z wykładniczego do wielomianowego, przy niewielkiej utracie optymalności. Algorytmy przybliżone, oparte na sztucznej inteligencji stanowią jedyny realistyczny sposób rozwiązywania obliczeniowo trudnych problemów dużych rozmiarów.

Powszechnie znane są metody umożliwiające wyznaczenie optymalnej drogi pomiędzy nabywcami towaru funkcjonujące w literaturze pod nazwą „problem komiwojażera”, takie, jak chociażby: algorytm Little’a, algorytm włączania, algorytm poszukiwań lokalnych 2-optymalny i 3-optymalny oraz inne [6], [7]. Metody te dają rozwiązanie jedynie wtedy, gdy odbiorcy zaopatrywani są z jednego centrum

<sup>1</sup> michlowi@agh.edu.pl

dystrybucyjnego. Problem komiwojażera TSP (Travelling Salesman Problem) jest jednym z najstarszych problemów optymalizacyjnych występujących w działalności transportowej. W teorii sieci problem TSP polega na znalezieniu najkrótszego cyklu Hamiltona w  $n$ -wierzchołkowej sieci pełnej. Znalezienie właściwego cyklu Hamiltona, zwanego często marszrutą, jest zadaniem bardzo trudnym obliczeniowo. Zadanie to jest zaliczane do problemów NP-trudnych i jak do tej pory nie udało się znaleźć sposobu, dla którego czas rozwiązania problemu byłby proporcjonalny do wielomianu zmiennej  $n$ . Przy wzroście liczby klientów czas rozwiązania rośnie wykładniczo, stąd coraz częściej do rozwiązywania problemów dostaw wykorzystywane i poszukiwane są różnego rodzaju algorytmy heurystyczne, ewolucyjne, genetyczne umożliwiające wyraźne zmniejszenie czasu obliczeń [8]. W rozwiązaniach tych nie stawia się warunku optymalności rozwiązania, jakkolwiek uzyskiwane rozwiązania są bliskie optymalnym. Rozwinięciem zadania komiwojażera jest problem wielu komiwojażerów MTSP (Multiple Travelling Salesman Problem). W problemie MTSP zadanie realizuje wielu komiwojażerów, przy czym każdy z nich rozpoczyna i kończy marszrutę w tym samym magazynie.

W rzeczywistych systemach logistycznych występuje wiele ograniczeń nie uwzględnianych w typowych algorytmach, jak na przykład narzucony termin dostawy, pojemność środków transportu, wymiary jednostek ładunkowych [9]. Powoduje to ciągłe poszukiwania nowych algorytmów wspomagających realizację skomplikowanych zadań operatorów logistycznych.

## 2. PROBLEMY DOSTAW – PRZEGLĄD METOD ROZWIĄZYWANIA

Najbardziej znany, typowy problem dostaw VRP (Vehicle Routing Problem) polega na minimalizowaniu kosztów transportu z jednego magazynu do dowolnej liczby odbiorców (klientów). Od zdefiniowania problemu przez Solomona w 1987 [10] roku trwają intensywne prace badawcze zmierzające do opracowywania algorytmów odwzorowujących zmieniające się wymagania dostawców i odbiorców, uczestników łańcucha dostaw. Początkowo do rozwiązania problemu wykorzystywana była heurystyka przeszukiwania tabu zaproponowana przez Cordeau i Solomona [11], a rozwijana m.in. przez Nowickiego [12]. Zastosowane przeszukiwanie tabu polega na poszukiwaniu rozwiązania optymalnego w przestrzeni wszystkich możliwych rozwiązań. Algorytm zakłada istnienie tzw. ruchów tabu, czyli niedozwolonych, stąd unika powtarzania znalezionych wcześniej rozwiązań. W odróżnieniu od problemu MTSP w zadaniu VRP każdy środek transportu (pojazd) ma zdefiniowaną ładowność, a klient zapotrzebowanie. A zatem całkowite zapotrzebowanie klientów nie może przekraczać ładowności środka transportu. Najogólniej rozwiązanie polega na minimalizowaniu liczby pojazdów, liczby tras oraz całkowitej długości tras.

Aktualnie istnieje bardzo wiele odmian problemów dostaw. Najbardziej znanymi są:

- Problem dostaw ze zdefiniowanymi nośnościami pojazdów CVRP (Capacity Vehicle Routing Problem) – wszystkie pojazdy posiadają identyczne ładowności,
- Otwarty problem dostaw OVRP (Open Vehicle Routing Problem) – zadanie kończy się po obsłużeniu ostatniego klienta; pojazd nie wraca do magazynu początkowego,
- Problem dostaw z oknami czasowymi VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows) – rozszerzenie CVRP o okna czasowe dla każdego klienta (interwał czasowy, w którym klient może być obsługiwany),
- Problem dostaw z różnymi nośnościami pojazdów SDVRP (Site-Dependent Vehicle Routing Problem) – rozszerzenie CVRP; pojazdy posiadają różne pojemności, stąd ograniczenie w obsłudze niektórych klientów,
- Wielomagazynowy problem dostaw MDVRP (Multi Depot Vehicle Routing Problem) – istnieje wiele magazynów centralnych,
- Problem dostaw z wieloma magazynami z oknami czasowymi MDVRPTW (Multi Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows),
- Stochastyczny problem dostaw SVRP (Stochastic Vehicle Routing Problem),
- Problem dostaw ze stochastycznymi zapotrzebowaniami VRPSD (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands)

- Ogólny problem dostaw z oknami czasowymi RDPTW (Rich Delivery Problem with Time Windows) – klienci mają zdefiniowane okna, zdefiniowana jest masa jednostki ładunkowej, a pojazdy posiadają różną nośność.

W innych wersjach problemu RDPTW [Woch] dopuszcza się istnienie wiele magazynów, jednostki ładunkowe oraz pojazdy opisane są dodatkowo wymiarami gabarytowymi, a pojazd pobiera ładunki tylko z jednego magazynu, w którym rozpoczyna i kończy realizację zadania logistycznego. Rozwiązanie problemu sprowadza się do minimalizacji trzech kryteriów:

- Liczby pojazdów,
- Całkowitej długości tras (marszrut) wszystkich pojazdów,
- Kosztu realizacji zadania (lub zdefiniowanego wskaźnika kosztów).

Do rozwiązywania tak złożonych problemów wykorzystuje się obecnie różnych algorytmów hybrydowych. Są to najczęściej algorytmy genetyczne, ewolucyjne, adaptacyjne przeszukiwania dużego sąsiedztwa klasy ALNS (Adaptive Large Neighborhood Search) oraz heurystyki symulowanego wyżarzania (Simulated Annealing) i algorytmy mrówkowe (Ant Colony Systems). Zadanie można rozważać na wiele sposobów, w zależności od rozpatrywanych problemów.

### 3. PRZYKŁADY ROZWIĄZAŃ

#### 3.1. Zadanie transportowo – produkcyjne (dostawa i spalanie odpadów medycznych)

Przedsiębiorstwo przetwarzające jednorodny surowiec ma  $m$  punktów gromadzenia surowca oraz  $n$  zakładów przetwarzających ten surowiec.

Należy ustalić taki plan dostaw surowca do poszczególnych zakładów oraz przerobu surowca w tych zakładach, aby łączne koszty transportu i przerobu były minimalne.

Przyjęto następujące oznaczenia:

- $i$  - numer punktu gromadzenia (numer dostawcy),
- $j$  - numer zakładu przetwórczego (numer odbiorcy),
- $x_{ij}$  - ilość surowca przesłana od  $i$ -tego dostawcy do  $j$ -tego odbiorcy,
- $x_j$  - ilość surowca przerobiona przez  $j$ -tego odbiorcę,
- $a_i$  - ilość surowca, jaką musi wysłać  $i$ -ty dostawca,
- $c_{ij}$  - jednostkowy koszt transportu od  $i$ -tego dostawcy do  $j$ -tego odbiorcy,
- $f_j(x_j)$  - koszt przerobu  $x_j$  jednostek surowca w  $j$ -tym zakładzie (u  $j$ -tego odbiorcy).

Ponadto przyjęto, że wypukła funkcja kosztu  $f_i$  jest wielomianem drugiego stopnia postaci:

$$f_j(x_j) = c_j x_j + e_j x_j^2, c_j, e_j > 0 \quad (1)$$

gdzie:

- $c_j$  - opisuje minimalny koszt jednostkowy przerobu,
- $e_j$  - wyznacza tempo wzrostu kosztu jednostkowego.

Problem ustalenia optymalnego planu dostaw surowca i jego przerobu można przedstawić w postaci nieliniowego zadania decyzyjnego.

Poszukiwane są takie wartości zmiennych  $x_{ij}$  oraz  $x_j$ , aby:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \longrightarrow \min, \quad (2)$$

przy warunkach:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i; \quad (i=1, \dots, m), \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = x_j; \quad (j=1, \dots, n), \quad (4)$$

$$x_{ij}, x_j \geq 0; \quad (i=1, \dots, m; j=1, \dots, n) \quad (5)$$

Funkcja celu (2) minimalizuje łączne koszty transportu i przerobu. Zadanie jest zadaniem programowania kwadratowego o specjalnej - transportowej strukturze. Można je rozwiązać stosując algorytm wyrównywania kosztów krańcowych WKK. Algorytm WKK sprowadza się do realizacji następujących kroków:

- 1) Wyznaczenie rozwiązania wyjściowego:
  - a) dla  $i$ -tego dostawcy ( $i = 1, \dots, m$ ) ustalana jest trasa o minimalnym koszcie krańcowym,
  - b) na wybranej trasie umieszczana jest cała podaż  $i$ -tego dostawcy,
  - c) aktualizacja kosztu krańcowego w kolumnie z wybraną trasą.
- 2) Sprawdzenie, czy aktualne rozwiązanie  $X^r$  spełnia kryterium optymalności. Jeżeli tak, to końcowe rozwiązanie jest optymalne. Jeżeli nie - przejście do kroku 3.
- 3) Sprawdzenie, czy rozwiązanie  $X^r$  jest  $\varepsilon$  - dokładne. Jeżeli tak – koniec obliczeń. Jeżeli nie - przejście do kroku 4.
- 4) Poprawa rozwiązania przez przesunięcia wyrównujące koszty i powrót do kroku 2.

Po wyznaczeniu rozwiązania  $X^r$  i macierzy kosztów krańcowych  $K^r$  dla każdego dostawcy, ustalana jest różnica między maksymalnym kosztem realizowanym a kosztem minimalnym.

Zadanie jest rozwiązywane przy pomocy opracowanego w MatLab-ie programu komputerowego WKK wyposażonego w interfejs graficzny GUI [13]. Przykładowe dane zadania transportowo – produkcyjnego dla rozwiązania problemu transportu i spalania odpadów medycznych województwa podkarpackiego przedstawiono w tablicy 1.

Tablica 1. Jednostkowe koszty transportu, podaż i popyt

Dostawcy	Podaż $A_i$ [Mg]	Spalarnie					
		wariant v1		wariant v2		wariant v3	
		S1 (RZ)	S2 (JE)	S1 (RZ)	S2 (JE)	S1 (RZ)	S2 (JE)
<b>D1</b> (Rzeszów)	500	5	60	5	60	5	60
<b>D2</b> (Dębica)	80	40	60	40	60	40	60
<b>D3</b> (Jasło)	200	70	15	70	15	70	15
<b>D4</b> (Krosno)	400	70	5	70	5	70	5
<b>D5</b> (Sanok)	120	100	50	100	50	100	50
<b>D6</b> (Przemyśl)	300	100	80	80	100	80	100
<b>Popyt <math>B_j</math></b> [Mg]	1 600	700	1500	1 000	1500	700	1500

W obliczeniach rozpatrzono kilka wariantów, przy czym podaż odpadów nie ulegała zmianie, natomiast zarówno popyt (możliwości przerobu), jak i koszty przetwarzania (opis funkcji) były zmieniane. Przykładowo dla wariantu v1 przyjęto wg tab. 1 następujący popyt: dla spalarni S1 – 700 Mg/rok, a dla spalarni S2 – 1500 Mg/rok. Ponadto na podstawie przeprowadzonych studiów przyjęto, że funkcje przerobu mają postaci:

$$f_1(x_1) = 15x_1 + 0.2x_1^2,$$

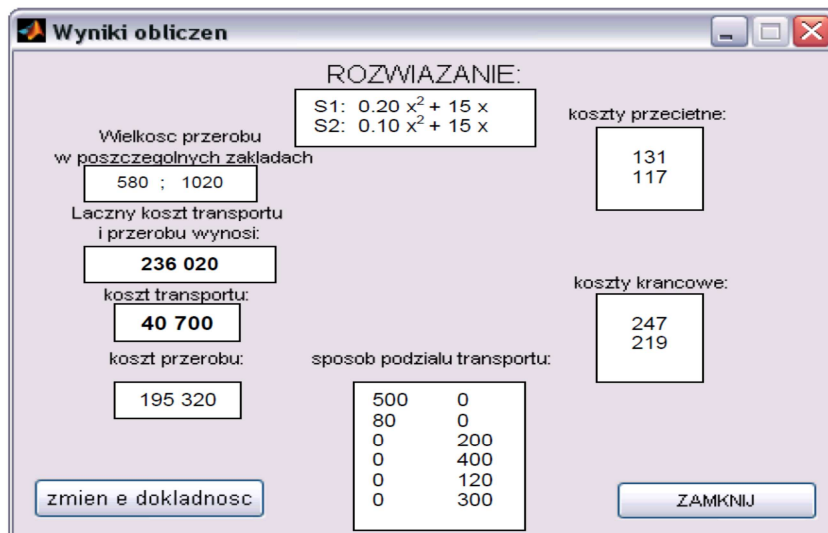
$$f_2(x_2) = 15x_2 + 0.1x_2^2.$$

Jeśli rozwiązanie jest optymalne lub  $\varepsilon$  - dokładne wynikiem obliczeń jest tablica przedstawiająca następujące informacje:

- wielkość przerobu w poszczególnych zakładach,
- łączny koszt transportu i przerobu odpadów,

- koszt transportu odpadów,
- koszt przerobu odpadów,
- koszty przeciętne,
- koszty krańcowe,
- sposób rozlokowania odpadów.

Uzyskane wyniki obliczeń dla wariantu v1 przedstawiono na rysunku 1 (ekran wyników końcowych).



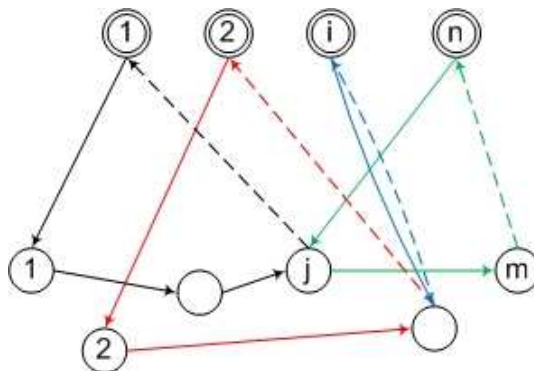
Rys. 1. Wyniki obliczeń w programie WKK dla wariantu v1

Zaproponowane w pracy podejście wykorzystujące rozwiązywanie zadania produkcyjno – transportowego z wypukłą funkcją kosztów powinno ułatwiać podejmowanie decyzji w procesach gospodarki odpadami.

### 3.2. Problem komiwojażera z wieloma centrami dystrybucji

W przypadku, w którym przedsiębiorstwo posiada kilka centrów dystrybucyjnych (magazynów), problem operatora logistycznego polega na takim przydzieleniu dostawcom odpowiednich odbiorców, aby suma zapotrzebowań odbiorców nie przekraczała możliwości zaopatrzeniowych poszczególnych dostawców oraz aby całkowity koszt transportu był możliwie najmniejszy.

Problem ten na potrzeby niniejszego opracowania został nazwany „*Problemem komiwojażera z wieloma centrami dystrybucyjnymi*” (w skrócie *TSP-ZT*), a jego graficzną interpretację przedstawiono na rysunku 2. Zadanie TSP-ZT odpowiada wielomagazynowemu problemowi dostaw MDVRP (Multi Depot Vehicle Routing Problem).



Rys. 2. Graf struktury problemu komiwojażera z wieloma centrami dystrybucyjnymi.

Danych jest  $n$  dostawców, z których każdy dysponuje odpowiednio  $a_i$  jednostkami towaru ( $i=1, 2, \dots, n$ ), oraz  $m$  odbiorców, z których każdy zgłasza zapotrzebowanie na towar w wysokości  $b_j$  jednostek ( $j=1, 2, \dots, m$ ). Każdy z dostawców może zaopatrywać dowolnych odbiorców i odwrotnie, każdy odbiorca może

otrzymywać towar od dowolnych dostawców. Każdy komiwojazer może tylko raz wyruszyć z bazy i po dostarczeniu towaru do odbiorców musi do tej bazy powrócić. Każde z miast może być odwiedzone przez danego dostawcę tylko jeden raz, przy czym miasta mogą być odwiedzane w dowolnej kolejności. Zakłada się, że odległości a tym samym koszty transportu między każdą parą miejscowości są znane, a także suma dostaw do poszczególnych odbiorców równa jest ich zapotrzebowaniu oraz suma dostaw wysłanych przez dostawców nie przekracza ilości, jaką każdy z dostawców dysponuje. Całkowity koszt transportu natomiast jest równy sumie kosztów transportu każdego z dostawców.

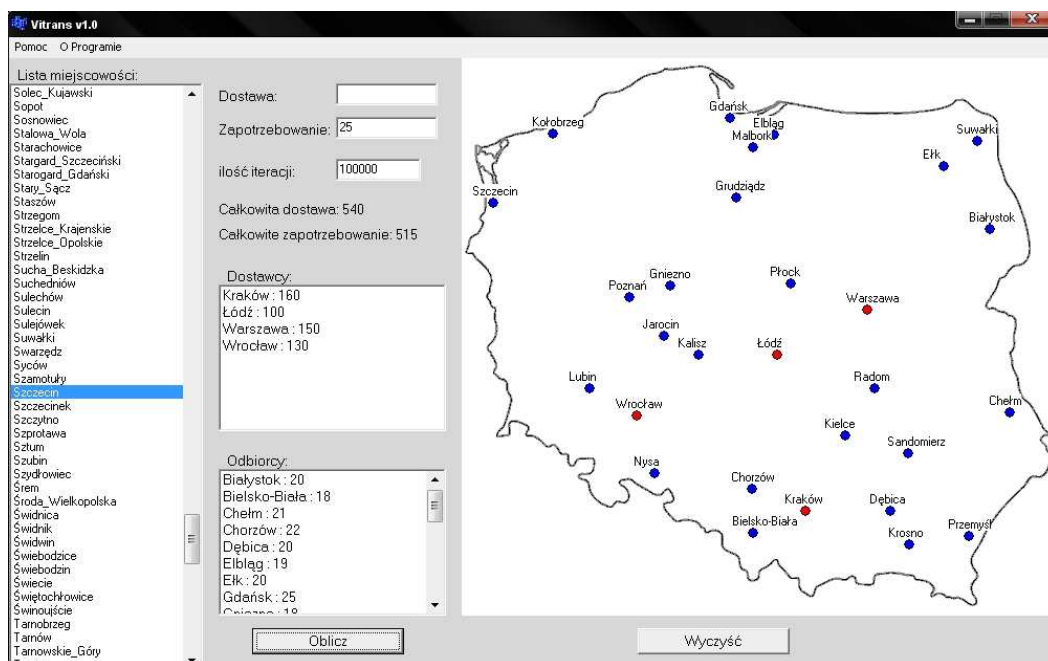
Zadanie transportowe sprowadza się więc do znalezienia minimum funkcji:

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j \in M} \sum_{k \in M} (c_{0ki} x_{0ki} + c_{j0i} x_{j0i} + c_{jk} x_{jki}) \quad (6)$$

gdzie:

- $i$  – dostawca należący do zbioru dostawców  $N$ ,
- $j, k$  – odbiorcy pomiędzy którymi odbywa się przewóz, należący do zbioru odbiorców  $M$ ,
- $c_{jk}$  – koszt przewozu pomiędzy odbiorcami  $j$  i  $k$ ,
- $c_{0ki}$  – koszt przewozu pomiędzy  $i$ -tym dostawcą a  $k$ -tym odbiorcą,
- $c_{j0i}$  – koszt przewozu pomiędzy  $j$ -tym odbiorcą a  $i$ -tym dostawcą,
- $x_{jki}$  – zmienna binarna określająca, czy pomiędzy odbiorcami  $j$  i  $k$  dostawca  $i$  wykonuje przewóz,
- $x_{0ki}$  – zmienna binarna określająca, czy pomiędzy dostawcą  $i$  a odbiorcą  $k$  jest wykonywany przewóz,
- $x_{j0i}$  – zmienna binarna określająca, czy pomiędzy odbiorcą  $j$  a dostawcą  $i$  jest wykonywany przewóz.

Do rozwiązania zadania komiwojazera obsługującego kilka centrów dystrybucji został napisany program komputerowy „Vitrans” przy użyciu narzędzia programistycznego Borland C++ Builder, przeznaczonego do tworzenia aplikacji w języku C++ [14]. Na rysunku 3 przedstawiono okno główne aplikacji wraz z przykładowymi danymi (4 centra dystrybucji: Kraków, Wrocław, Łódź, Warszawa oraz 25 klientów na terenie obszaru Polski).



Rys. 3. Okno główne programu z naniesionymi danymi.

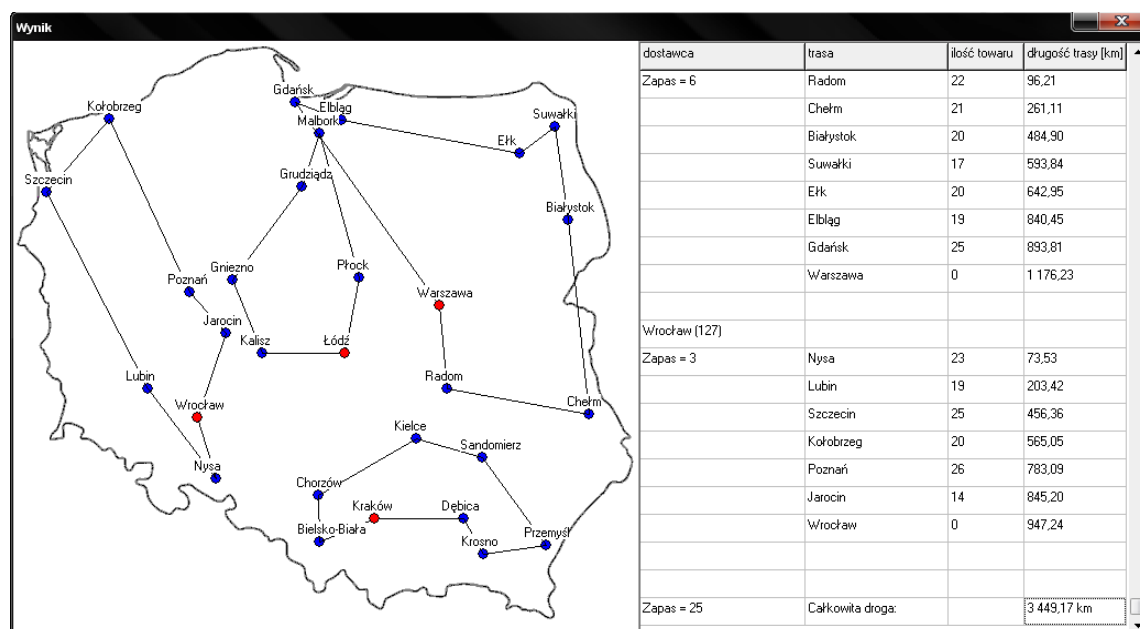
Program „Vitrans” oparty o własności algorytmów ewolucyjnych, umożliwia wyznaczenie zadań przewozowych dla standardowego problemu komiwojazera, jak również dla jego rozszerzonej wersji z wieloma centrami dystrybucyjnymi.

Przystosowanie osobnika obliczane jest na podstawie informacji, w które każdy osobnik jest wyposażony (genotyp, fenotyp). Dla rozpatrywanych problemów genotypem są miejscowości reprezentujące dostawców i odbiorców towaru, natomiast fenotypem – połączenia (trasy) pomiędzy tymi miejscowościami.

W algorytmie ewolucyjnym przetwarzana jest populacja składająca się z jednego osobnika. W pętli głównej osobnik bazowy poddawany jest reprodukcji, w wyniku czego stworzona zostaje jego kopia, która jest przechowywana w pamięci, natomiast procesom mutacji poddawany jest osobnik bazowy. Mutacja następuje w trzech etapach. Każdy etap powtarzany jest dopóty, dopóki warunek stopu nie zostanie spełniony. Zatrzymanie pętli każdego etapu mutacji zawiera w sobie element losowości, dlatego też nie można określić ilości powtórzeń każdego etapu, a jedynie prawdopodobieństwo jego zajścia.

W celu sprawdzenia działania programu „Vitrans” oraz przedstawienia jakości generowanych przez program wyników, wyznaczono trasy transportu towarów dla pewnej grupy danych (4 centra dystrybucyjne, 25 odbiorców). Liczbę iteracji programu ustawiono na 100 tysięcy kroków. Ilość całkowitego zasobu dysponowanego przez dostawców wynosiła 540 jednostek ładunkowych, z czego Kraków miał w dyspozycji 160 jednostek, Łódź – 100, Warszawa – 150, natomiast Wrocław 130 jednostek. Każdemu z odbiorców przydzielono wymaganą ilość towaru, która w sumie wyniosła 515 jednostek. Po rozdysponowaniu towaru pomiędzy odbiorcami w magazynach pozostało 25 jednostek towaru zapasu, przy czym w Krakowie pozostało 11 jednostek, w Łodzi – 5, w Warszawie – 6, a we Wrocławiu – 3 jednostki. Całkowita droga do pokonania przez komiwojażerów wyniosła 3449,17 km.

Rozwiązanie zadania dla  $10^5$  iteracji przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Okno programu z rozwiązaniem dla 105 iteracji.

Dla niewielkiej liczby kroków (100) program wygenerował rozwiązanie o blisko 30% gorsze, niż dla  $10^5$  kroków. Jednak dalsze zwiększanie liczby iteracji, powyżej  $10^5$  kroków, nie spowodowało wygenerowania rozwiązania lepszego, a w przypadku liczby iteracji równej  $10^6$  otrzymano nawet rozwiązanie niewiele gorsze, co może sugerować, że dalsze zwiększanie liczby kroków nie polepszy znacząco rozwiązania, a jedynie zwiększy czas wykonywania obliczeń przez program. Może to oznaczać, że rozwiązanie, dla którego całkowita droga transportu wynosi 3449,17 km jest rozwiązaniem optymalnym lub leżącym bardzo blisko takiego rozwiązania.

#### 4. PODSUMOWANIE

Problem wyznaczenia optymalnego planu przewozów towarów pomiędzy dostawcami a odbiorcami jest problemem NP-trudnym, co oznacza, że nie istnieje algorytm rozwiązujący ten problem w czasie wielomianowym. Przy rozwiązywaniu takich problemów (dużych rozmiarów) często rezygnuje się ze spełnienia warunku by algorytm dostarczał rozwiązanie optymalne i przyjmuje się rozwiązanie przybliżone, leżące blisko rozwiązania optymalnego. Zastosowanie heurystycznych algorytmów optymalizacyjnych często pozwala zredukować czas obliczeń z wykładniczego do wielomianowego, przy niewielkiej utracie

optymalności. W opracowywaniu tej klasy algorytmów kluczowe znaczenie posiadają: funkcja generowania początkowego oraz tzw. funkcja przejścia. Funkcja przejścia pozwala na przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań. W celu przybliżania rozwiązań uzyskiwanych w wyniku wykorzystywania różnych algorytmów genetycznych, ewolucyjnych, heurystycznych i hybrydowych do oczekiwań operatorów logistycznych, konieczne jest rozszerzanie problemów dostaw VRP o parametry odzwierciedlające rzeczywiste problemy, m.in.:

- wymiary (charakterystyki logistyczne) pojazdów,
- wymiary przemieszczanych jednostek ładunkowych (towarów),
- koszty (wskaźniki kosztów) eksploatowanych pojazdów.

---

### Streszczenie

W artykule rozważana jest optymalizacja problemów dostaw VRP w odniesieniu do systemów dystrybucji. Są to zagadnienia należące do klasy NP-trudnych problemów. Przeanalizowano aktualne rozwiązania różnych problemów dostaw (VRP, TSP, MTSP, VRPTW, RDPTW). Przedstawiono dwa przykłady. W zadaniu transportowo – produkcyjnym wykorzystano algorytm wyrównywania kosztów krańcowych WKK. Natomiast w problemie z wieloma centrami dystrybucyjnymi MDVRP zastosowano algorytm ewolucyjny.

Słowa kluczowe: optymalizacja, zadania transportowe, problemy dostaw.

### Supply troubleshooting in distribution systems

#### Abstract

The paper considers the optimization of supply problems for VRP distribution systems. These issues belong to the class NP-hard problems. We analyzed the current supply solutions to problems (VRP, TSP, MTSP, VRPTW, RDPTW). Two examples are described. The task of transportation-production algorithm uses marginal costs equal to JCC. However, in the problem of multiple distribution centers MDVRP evolutionary algorithm was used.

Key words: optimization, transportation tasks, vehicle routing problem.

#### LITERATURA

- [1] Snyder L.V., Shen Z.M.: Fundamentals of supply chain theory, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken 2011.
- [2] Voss S., Pahl J., Schwarze S.: Logistik Management. Systeme, Methoden, Integration, Physica-Verlag Springer, Berlin Heidelberg 2009.
- [3] Witkowski J.: Zarządzanie łańcem dostaw, PWE, Warszawa 2010.
- [4] Jacyna M.: Modelowanie i ocena systemów transportowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2009.
- [5] Wasiak M.: Modelowanie przepływu ładunków w zastosowaniu do wyznaczania potencjału systemów logistycznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2011.
- [6] Miller R., E.: Optimization. Foundations and Applications, John Wiley & Sons, Inc., New York 2000.
- [7] Sikora W.: Badania operacyjne, PWE, Warszawa 2008.
- [8] Taylor G.D.: Logistics Engineering Handbook, CRC Press Taylor & Francis Group, Boca Raton 2008.
- [9] Woch M., Łebkowski P.: Zastosowanie algorytmu symulowanego wyżarzania do rozwiązywania problemu dostaw z oknami czasowymi, Logistyka, nr 2/2010.
- [10] Solomon M.: Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Windows Constraints, Operation Research, No 35, 1987.
- [11] Cordeau J.-F., Desaulniers G., Desrosiers J., Solomon M., Soumis F.: The VRP with Time Windows, SIAM, Philadelphia 1999.
- [12] Nowicki E.: Metoda tabu w problemach szeregowania zadań produkcyjnych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
- [13] Michłowicz E.: Optimization of the cost of transport and disposal of medical waste, Polish Journal of Environmental Studies, Vol. 20, No. 4A, 2011.
- [14] Michłowicz E.: Problem komiwojażera dla kilku centrów dystrybucji, Prace Naukowe Transport z. 70, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2009.