

Bogdan LIGAJ¹

WPLYW CZĘSTOŚCI PRÓBKOWANIA OBCIĄŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH NA WYNIKI OBLICZEŃ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Obliczenia trwałości zmęczenia elementów konstrukcyjnych w warunkach obciążeń losowych prowadzone są z zastosowaniem widm obciążenia będących wynikiem opracowania pomiarów obciążeń eksploatacyjnych. Ogólne zasady związane z rejestracją przebiegów zmian naprężeń (odkształceń) zostały zdefiniowane w literaturze.

Zaproponowany temat pracy związany jest z pytaniem: jaką minimalną częstość próbkowania można przyjąć podczas pomiaru obciążeń eksploatacyjnych elementów konstrukcyjnych oraz jaki jest wpływ częstości próbkowania na charakter widma obciążenia, a tym samym na wyniki obliczeń trwałości zmęczenia? Odpowiedź na postawione pytania zostanie przedstawiona na przykładzie przebiegu obciążenia eksploatacyjnego czopa zwrotnicy samochodu osobowego zarejestrowany w określonych warunkach ruchu pojazdu.

INFLUENCE OF THE SAMPLING FREQUENCY OF OPERATIONAL LOADINGS ON FATIGUE LIFE CALCULATION RESULTS

Fatigue life calculation of machine design components in random loading conditions are performed with the usage of loading spectra being a result of elaboration of operational loading tests. General rules connected with recording of stress (strain) change courses were defined in references.

The proposed topic of the paper is connected with the following question: what minimum sampling frequency can be assumed during operational loads of machine components and what is the influence of the sampling frequency on loading spectrum character, and as a consequence on fatigue life calculation results? The answer on the questions will be presented on the example of operational load of a passenger car steering spindle recorded in specific conditions of motor traffic.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- E – moduł Younga,
- N – oznaczenie ogólne liczby cykli (trwałość zmęczenia),

¹ Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Zakład Podstaw Konstrukcji Maszyn, Polska;
85-789 Bydgoszcz; ul. Kaliskiego 7. Telefon: + 48 52 340-82-53, Fax: + 48 52 340-82-71
e-mail: bogdanj@utp.edu.pl

- N_e – liczba lokalnych ekstremów (maksimów i minimów) w przebiegu obciążenia,
 N_i – liczba przecięć poziomu wartości średniej przez półcykle rosnące i malejące,
 N_0 – bazowa liczba cykli dla granicy zmęczenia R_{-1} ,
 $N_{(\Delta t)}$ – liczba cykli do pęknięcia zmęczeniowego wyznaczona na drodze obliczeń dla widma obciążenia wyznaczonego dla określonej wartości Δt ,
 $N_{(\Delta t = 0.001s)}$ – liczba cykli do pęknięcia zmęczeniowego wyznaczona na drodze obliczeń dla widma obciążenia wyznaczonego dla wartości $\Delta t = 0.001s$,
 R_{eL} – dolna granica plastyczności materiału w MPa,
 R_m – wytrzymałość materiału na rozciąganie w MPa,
 R_{-1} – granica zmęczenia dla cyklu wahadłowego dla liczby cykli N_0 w MPa,
 S_a – amplituda naprężenia w cyklu sinusoidalnym w MPa,
 S_i – wartości lokalnego naprężenia normalnego na i -tym poziomie obciążenia w MPa,
 S_m – wartość średnia naprężenia w cyklu sinusoidalnym w MPa,
 S_{max} – wartość maksymalna naprężenia w cyklu sinusoidalnym w MPa,
 S_{min} – wartość minimalna naprężenia w cyklu sinusoidalnym w MPa,
 f – częstotliwość w Hz,
 i – ogólne oznaczenie poziomu obciążenia lub wartości amplitud ($i = 1, 2, \dots, k$),
 j – ogólne oznaczenie poziomu wartości średniej ($i = 1, 2, \dots, p$),
 m_0 – wykładnik potęgi we wzorze opisującym wykres zmęczeniowy (Wöhlera) dla obciążenia wahadłowego ($R = -1$),
 n_{ij} – liczby cykli o zmiennych wartościach S_{aij} i S_{mij} w widmie obciążenia,
 Δt – częstość próbkowania w sekundach.

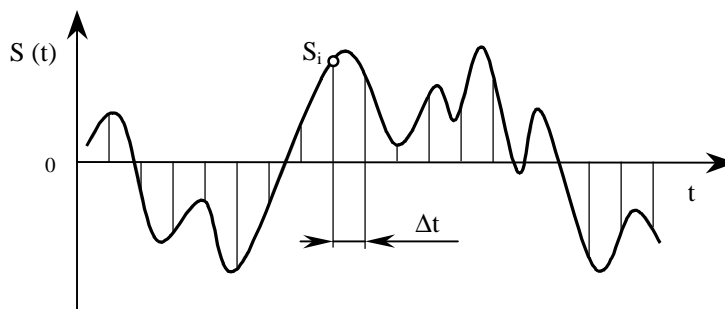
1. WPROWADZENIE

Badania trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych w warunkach obciążeń eksploatacyjnych mają na celu przede wszystkim podniesienie niezawodności maszyn. Często są powodem optymalizacji cech materiałowych i geometrycznych konstrukcji. Znaczenie wymienionych badań dla niektórych gałęzi przemysłu (np. lotniczego, okrętowego, samochodowego, itp.) jest istotne.

Ocena trwałości zmęczeniowej może być prowadzona z zastosowaniem metod obliczeniowych (na wstępnym etapie projektowania) lub doświadczalnie – na stanowiskach badawczych. W każdym z wymienionych przypadków, gdy celem pracy jest ocena trwałości w warunkach eksploatacyjnych, wymagana jest znajomość widma obciążenia. W literaturze można odnaleźć przykłady wielu widm stosowanych w badaniach elementów konstrukcyjnych wybranych maszyn [2, 3]. Lecz na co dzień, w pracy badawczej, naukowcy rozwiązują problemy, które stawia przemysł. Są one związane z oceną trwałości i/lub próbami jej zwiększenia dla elementów maszyn. W zdecydowanej większości dla badanych elementów nie ma lub nie są dostępne widma obciążeń. Wówczas podstawą badań trwałości zmęczeniowej są widma opracowane na podstawie wyników pomiarów.

Prowadzenie pomiarów obciążeń wymaga wykonania wielu czynności przygotowawczych związanych ze wskazaniem miejsc pomiarowych, doboru metody pomiarowej oraz określenia parametrów rejestracji mierzonego sygnału. Obecnie dostępna aparatura pomiarowa oparta jest na przetwornikach analogowo-cyfrowych, które pozwalają na proste przetwarzanie i archiwizowanie danych. Ważnym elementem prowadzonych pomiarów jest przyjęcie określonej częstości próbkowania, która zazwyczaj odbywa się w

jednakowych odstępach czasu Δt (rys. 1). Przeprowadzenie częstego próbkowania prowadzi do pozyskania dużych zbiorów danych charakteryzujących się wysokim poziomem skorelowania próbek [1]. Zbyt duża wartość Δt może prowadzić do zjawiska maskowania, czyli pomieszczenia składowych o małej i dużej częstotliwości sygnału oryginalnego.



Rys. 1. Schematyczne przedstawienie sposobu próbkowania sygnału analogowego [1]

Częstość próbkowania jest ściśle związana z możliwością wyznaczenia składowych harmonicznym o określonych częstotliwościach. Najwyższa częstotliwość składowej, którą można określić próbkując $1/\Delta t$ na sekundę jest określona wzorem (1) zamieszczonym w pracy [1]

$$f = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} . \quad (1)$$

Uniknięcie zjawiska maskowania w czasie prowadzonych pomiarów jest możliwe wówczas, gdy wartość maksymalnej częstotliwości mierzonej jest 1.5 lub 2 razy większy od częstotliwości składowej harmonicznym występującej w badanym sygnale [1].

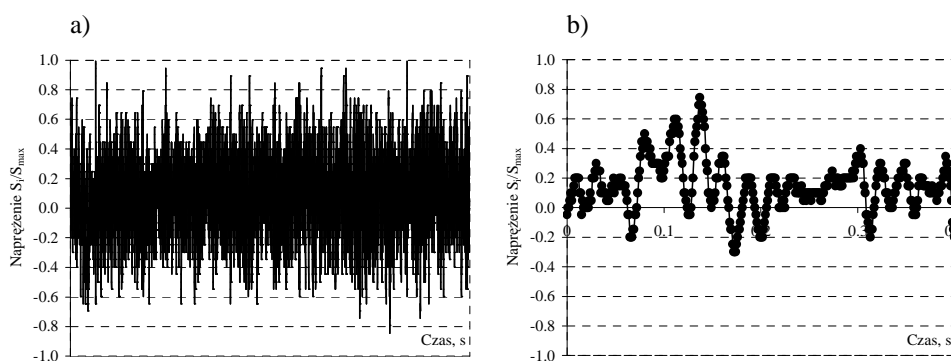
Przeprowadzenie pomiarów obciążeń elementów konstrukcyjnych pracujących w układach mechanicznych związane jest z rejestracją sygnału charakteryzującego się określonym zakresem częstotliwości. Wspomniany zakres wynika z parametrów pracy oraz stanu technicznego układu, a także z oddziaływań czynników zewnętrznych.

Celem pracy jest ocena wpływu częstości próbkowania obciążeń eksploatacyjnych na charakter widma obciążenia oraz na wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej.

Realizacja postawionego celu pracy zostanie przeprowadzona na przykładzie przebiegów obciążeń zarejestrowanych dla elementu samochodu osobowego z różną częstością próbkowania. Wymienione przebiegi zostaną poddane ocenie statystycznej dotyczącej wyznaczenia jedynie wybranych parametrów. Zarejestrowane przebiegi posłużą do wyznaczenia widm obciążeń, na podstawie których zostaną przeprowadzone obliczenia trwałości zmęczeniowej.

2. CHARAKTERYSTYKA PRZEBIEGU OBCIĄŻEŃ

Realizacja sformułowanego celu pracy wymaga przeprowadzenia analizy przebiegu obciążeń będącego wynikiem pomiarów. Przyjęte obciążenie (rys. 2a) odpowiada zmianom naprężeń w przekroju czopa zwrotnicy samochodu osobowego w czasie jazdy na wprost ze stałą prędkością 30 km/h po nawierzchni wykonanej z kostki betonowej. Pomiar prowadzono z częstością próbkowania wynoszącą $\Delta t = 0.001$ sekundy. Ze względu na dalsze przetwarzanie zarejestrowanych danych przebieg przedstawiono w postaci wartości względnych S_i/S_{\max} .



Rys. 2. Przebieg zmian naprężeń czopa zwrotnicy samochodu osobowego podczas jazdy po nawierzchni wykonanej z kostki betonowej próbkowany z częstością $\Delta t = 0.001$ s: a – fragment odpowiadający 20 sekundowej rejestracji, b – fragment przedstawiający częstość próbkowania

Przyjęta częstość próbkowania pozwoliła na wystarczająco dokładne, ze względu na prowadzone obliczenia trwałości zmęczeniowej, opisanie przebiegu obciążenia (rys. 2b). Liczba punktów pomiarowych pomiędzy kolejnymi lokalnymi ekstremami zależy od zakresu zmian wartości naprężeń. W przypadku zakresu wynoszącego 0.1 MPa/MPa liczba punktów mieściła się w granicach 3÷4. Dla większego zakresu zmienności naprężeń na każdy 0.1 MPa/MPa przyrostu (spadku) obciążenia przypadało średnio około 1.5 punktu.

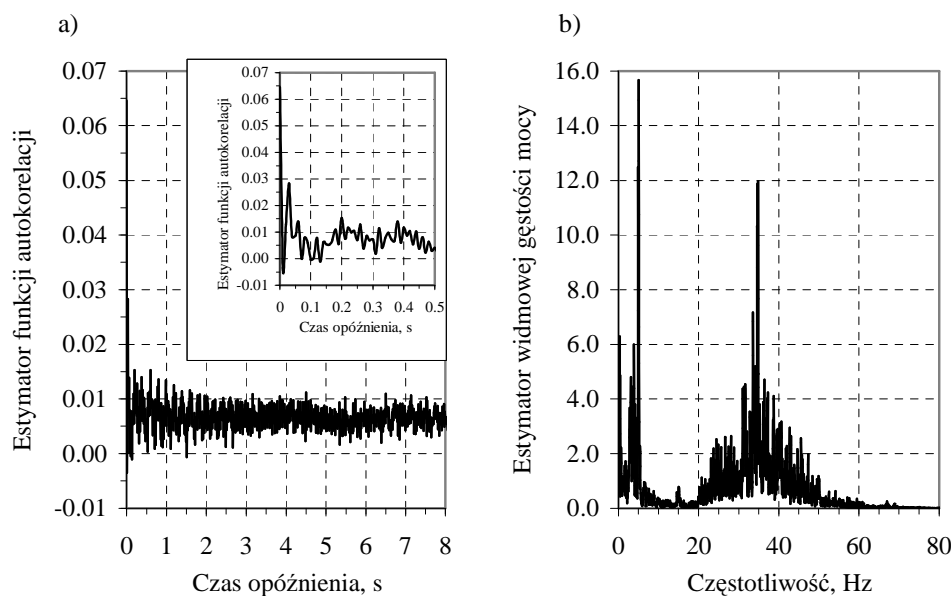
Istotnych informacji o przebiegu obciążenia dostarcza ocena statystyczna. Estymatory parametrów, które wyznaczono to: wartość średnia, wariancja, odchylenie standardowe, skośność i kurtoza. Odczytano także wartość minimalną i maksymalną występującą w przebiegu, co pozwoliło na określenie rozstępu. Wyniki zostały przedstawione w tabeli 1.

Wyznaczone wartości parametrów statystycznych charakteryzują składową statyczną (wartość średnia) i dynamiczną (wariancja) obciążenia. Wartości skośności i kurtozy wskazują na zbliżony rozkład prawdopodobieństwa wyznaczony dla przebiegu obciążenia w odniesieniu do rozkładu normalnego. Zakres zmienności obciążeń mieści się w zakresie -1 MPa/MPa do 0.99 MPa/MPa.

Tab. 1. Wartości wybranych estymatorów parametrów statystycznych

Estymatory parametrów statystycznych	Wartości estymatorów	
Wartość średnia	MPa/MPa	0.0807
Wariancja	(MPa/MPa) ²	0.0583
Odchylenie standardowe	MPa/MPa	0.2414
Skośność	MPa/MPa	-0.0197
Kurtoza	MPa/MPa	0.2042
Wartość minimum	MPa/MPa	-1.00
Wartość maksimum	MPa/MPa	0.99
Rozstęp	MPa/MPa	1.99

Ważnym elementem oceny przebiegu obciążeń eksploatacyjnych jest identyfikacja składowych okresowych. Istotnych informacji z tego zakresu dostarczają estymatory funkcji autokorelacji oraz widmowej gęstości mocy. Postaci wymienionych funkcji zostały przedstawione na rysunku 3.



Rys. 3. Wykresy estymatorów funkcji: a – autokorelacji, b – widmowej gęstości mocy

Wykres estymatora funkcji autokorelacji (rys. 3a) został wyznaczony dla czasu opóźnienia w przedziale $\tau = 8$ s. Na podstawie autokorelogramu dokonano oceny przebiegów pod względem szerokości widma obciążenia. Charakterystyczny kształt wykresu pozwala zakwalifikować analizowany przebieg do obciążeń o szerokim widmie. Wartość funkcji dla $\tau = 0$ przyjmuje największą wartość, która maleje osiągając poziom wartości średniej dla maksymalnego czasu opóźnienia. Zmiana wartości następuje na drodze charakterystycznej dla obciążeń z tłumieniem drgań swobodnych. Oscylacja

wartości odbywa się wokół wartości średniej, która stopniowo zanika osiągając tę wartość. Na podstawie funkcji autokorelacji określenie okresu zmian poszczególnych składowych jest trudne. Lepszym narzędziem do prowadzenia tego typu analiz jest funkcja widmowej gęstości mocy.

Wykres estymatora funkcji widmowej gęstości mocy pozwolił na wyznaczenie częstotliwości podstawowych składowych okresowych występujących w analizowanym obciążeniu (rys. 3b). Można wyodrębnić dwa dominujące zakresy częstotliwości. Pierwszy z nich obejmuje częstotliwości od $0,5 \div 6$ Hz opisujące składowe okresowe powstałe na skutek jazdy po określonym profilu nawierzchni, kołysania się pojazdu, itp. Natomiast drugi zakres częstotliwości mieścił się w granicach od $20 \div 50$ Hz, w którym dominująca częstotliwość posiada wartość około 35 Hz. Składowe okresowe z wymienionego zakresu mogą powstawać na skutek jazdy po określonym rodzaju nawierzchni.

Analizowany przebieg obciążenia posiada złożoną strukturę częstotliwościową. W świetle kryteriów wykonywania pomiarów, o których wspomniano we wprowadzeniu niniejszej pracy, przyjęta częstotliwość próbkowania wynosząca $f = 500$ Hz ($\Delta t = 0.001$ s) jest zbyt duża. Skutkuje to znaczącą liczbą danych.

3. ANALIZA OBCIĄŻEŃ OTRZYMANYCH W WYNIKU ZMIANY CZĘSTOŚCI PRÓBKOWANIA

Sformułowany cel pracy wymaga wyznaczenia przebiegów obciążeń dla różnych częstotliwości próbkowania. Z tego względu do badań przyjęto następujące wartości Δt , które zestawiono w kolumnie pierwszej tabeli 2. Dla każdej częstotliwości próbkowania Δt wyznaczono według wzoru (1) wartość częstotliwości granicznej f jaką można uzyskać w wyniku prowadzonego pomiaru.

Tab. 2. Wartości przyjętych częstotliwości próbkowania Δt

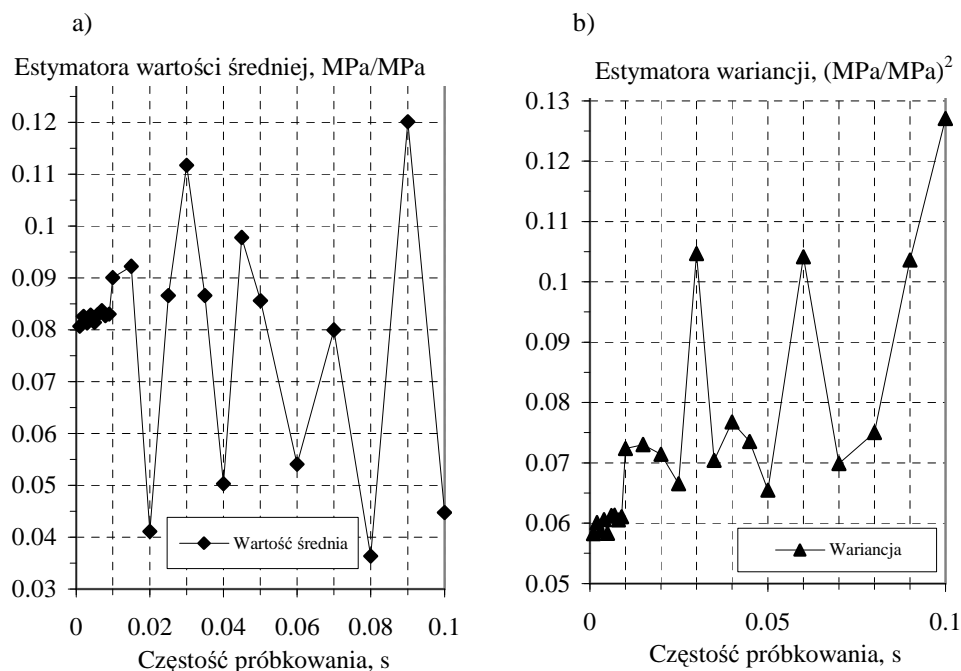
Δt , s	f, Hz	Δt , s	f, Hz	Δt , s	f, Hz	Δt , s	f, Hz
1	2	1	2	1	2	1	2
0.002	250	0.008	62.5	0.03	16.7	0.07	7.1
0.003	166.7	0.009	55.6	0.035	14.3	0.08	6.3
0.004	125	0.01	50	0.04	12.5	0.09	5.6
0.005	100	0.015	33.3	0.045	11.1	0.1	5
0.006	83.3	0.02	25	0.05	10		
0.007	71.4	0.025	20	0.06	8.3		

Na podstawie wykresu widmowej gęstości mocy (rys. 3b) można wyróżnić składowe okresowe o częstotliwości zmian wynoszącej około 55 Hz. Powyżej wymienionej częstotliwości nie stwierdzono istotnych składowych dla mierzonego sygnału. W świetle zasad prowadzenia pomiaru sformułowanych wcześniej, większość przyjętych częstotliwości próbkowania jest niewłaściwa.

W badaniach zastosowano przebiegi obciążeń w postaci względnej S_i/S_{\max} . Dla każdej częstotliwości próbkowania wyznaczono wartość maksymalną i minimalną występującą w przebiegu. Do przekształcenia przebiegów z postaci bezwzględnej na postać względną

zastosowano wartość maksymalną lub bezwzględną wartość minimalną, w zależności która z nich była większa.

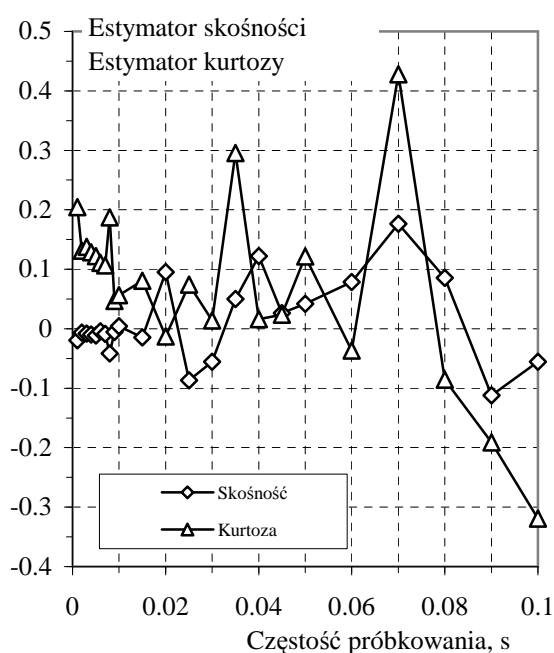
Następnie zostały wyznaczone wartości estymatorów: wartości średniej i wariancji. Analizując wyniki obliczeń estymatora wartości średniej (rys. 4a), w przedziale próbkowania $0.001s \geq \Delta t > 0.01s$ wartości estymatora są zbliżone. Wyniki dla pozostałych częstości zmieniają się zdecydowanie w porównaniu do wartości z wyżej wymienionego przedziału. Jedynie zbliżone wartości uzyskano dla częstości próbkowania: 0.025s, 0.035s i 0.05s. W przypadku wyników estymatora wariancji (rys. 4b) można wskazać trzy obszary koncentracji wartości. W przedziale $0.001s \geq \Delta t > 0.01s$ wartości estymatora są bardzo zbliżone i są mniejsze od pozostałych wyników. W zakresie częstości próbkowania $0.01s \geq \Delta t > 0.08s$, z wyjątkiem $\Delta t = 0.03s$ i $\Delta t = 0.06s$, wartości wariancji zmieniają się w granicach od 0.065 do 0.077 (MPa/MPa)². Dla pozostałych częstości (0.03s, 0.06s, 0.09s i 0.1s) wyniki analizowanego parametru statystycznego zdecydowanie odbiegają od pozostałych, a tym samym od wartości dla częstości $\Delta t = 0.001s$.



Rys. 4. Zależności przedstawiające zmianę parametrów statystycznych dla przebiegów w postaci względnej: a – estymator wartości średniej, b – estymator wariancji

Przeprowadzona analiza wskazuje, że częstość próbkowania wpływa w sposób istotny na wyniki estymatora wartości średniej i wariancji. Przedstawione na rysunku 4 wykresy nie pozwalają wskazać trendu zmian wartości. Brak trendu należy tłumaczyć redukcją danych wynikającą ze zwiększania częstości próbkowania, prowadzącą do uproszczenia przebiegu

obciążeń. Zbieżność wyników parametrów statystycznych dla zakresu $0.001s \geq \Delta t \geq 0.009s$ można wytłumaczyć tym, że składowe harmoniczne mające istotny wpływ na postać obciążenia mieszczą się w zakresie do 55 Hz. Wskazuje na to wykres estymatora funkcji widmowej gęstości mocy (rys. 3). Wartości $\Delta t = 0.009s$ odpowiada częstotliwość graniczna $f = 55.6$ Hz (tab. 2). Jest to ostatnia wartość, z przyjętych częstości próbkowania Δt , która pozwoliła na przeprowadzenie rejestracji obciążeń zawierających informację o wszystkich istotnych składowych harmonicznych. Dla $\Delta t > 0.009s$ z przebiegów obciążeń, na drodze pomiarów, zostały wyeliminowane wyżej wymienione składowe, co w konsekwencji prowadziło do znaczącej różnicy wyników wartości średniej i wariancji.



Rys. 5. Wykresy zmian skośności i kurtozy dla przebiegów w postaci względnej w zależności od częstości próbkowania

Do parametrów statystycznych znajdujących zastosowanie przy ocenie typu rozkładu prawdopodobieństwa można zaliczyć skośność i kurtozę. Wymienione parametry statystyczne zostały wyznaczone dla wszystkich analizowanych przebiegów. Wyniki obliczeń zostały przedstawione na rysunku 5. W przypadku skośności dla częstości próbkowania w przedziale $0.001s \geq \Delta t \geq 0.015s$ zauważalne są nieznaczne zmiany wartości. Dla pozostałego zakresu Δt wartości skośności zmieniają się znacząco, co może świadczyć o zmianie typu rozkładu prawdopodobieństwa. Analizując wartości kurtozy nie można wskazać zakresu częstości próbkowania, w którym wartości byłyby zbliżone do wartości do $\Delta t = 0.001s$. Najbliższą wartość uzyskano dla $\Delta t = 0.008s$. Pozostałe wyniki odbiegają od wymienionych. Zmiana wartości dla wybranych częstości następuje gwałtownie.

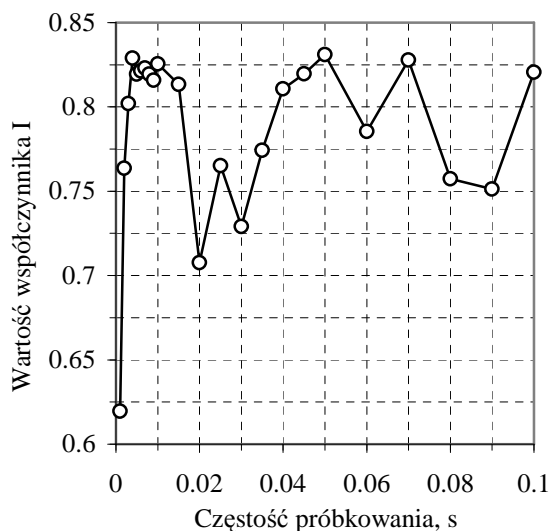
Na podstawie analizy wartości skośności i kurtozy można stwierdzić, że zmiana częstości próbkowania powoduje znaczące zmiany parametrów rozkładu prawdopodobieństwa oraz może prowadzić do zmiany typu rozkładu. Tego rodzaju analizy będą przedmiotem dalszych prac. Lecz można spodziewać się, że dla zakresu $0.002s \geq \Delta t \geq 0.007s$ oraz $0.009s \geq \Delta t \geq 0.01s$ przebiegi obciążeń będą charakteryzowały się zbliżonymi rozkładami prawdopodobieństwa.

4. WIDMA OBCIĄŻENIA

Przeprowadzenie obliczeń trwałości zmęczeniowej wymaga wyznaczenia widm dla obciążeń przedstawionych w wartościach względnych S_i/S_{max} . Wymienione przebiegi zostały podzielone na 20 przedziałów klasowych, co pozwoliło na wyznaczenie lokalnych ekstremów.

Istotną własnością przebiegu obciążeń jest szerokość widma obciążenia, którą można ocenić stosując uproszczoną metodę bazującą na wartości współczynnika I wyrażonego wzorem

$$I = \frac{N_i}{N_e} \quad (2)$$



Rys. 6. Wykresy zmian wartości współczynnika I w zależności od częstości próbkowania

Wymieniony sposób wymaga zliczenia lokalnych ekstremów tj. wartości minimum i maksimum występujących w przebiegu. Drugim elementem niezbędnym do wyznaczenia wartości współczynnika I jest określenie liczby przecięć poziomu wartości średniej przez

półcykle rosnące i malejące [8]. Wyniki obliczeń wartości współczynnika I przedstawiono na rysunku 6.

Oceniając uzyskane wyniki zauważalna jest rozbieżność wartości mieszcząca się w zakresie od 0.62 do 0.83. Dla próbkowania $\Delta t = 0.001s$ wartość współczynnika wynosi $I = 0.62$. W przypadku pozostałych częstotliwości wartość współczynnika I wzrosła, w niektórych przypadkach, blisko 0.2 (np. $\Delta t = 0.004s$, $\Delta t = 0.05s$). Na podstawie wyników obliczeń można zakwalifikować wszystkie analizowane przebiegi do grupy obciążeń o szerokim widmie. Właściwą kwalifikację potwierdza wykres estymatora funkcji widmowej gęstości mocy (rys. 3b).

Następnie przebiegi zostały poddane tzw. schematyzacji. Spośród znanych metod zastosowano metodę pełnych cykli (full cycles count method), której algorytm działania został przedstawiony w pracach [4, 6]. Znajduje ona zastosowanie w opracowaniu obciążeń o szerokim widmie na co wskazuje dobra zgodność wyników badań z wynikami obliczeń przedstawionych w pracy [5].

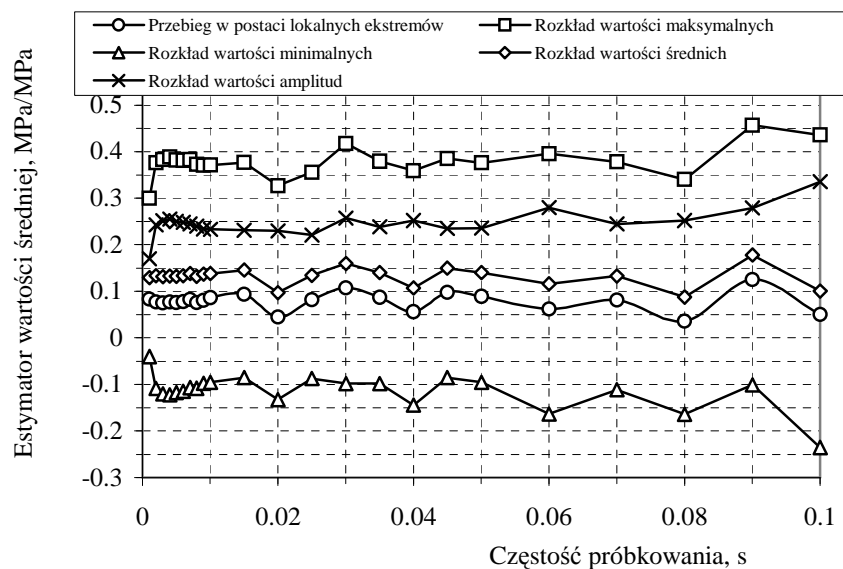
W wyniku przeprowadzonej schematyzacji przebiegów zmian naprężeń wyznaczono zbiory cykli sinusoidalnych pozwalających na opracowanie widm obciążeń dla określonych częstotliwości próbkowania. Każdy cykl obciążenia został scharakteryzowany następującymi parametrami: wartością średnią S_m , amplitudą S_a , wartością minimum S_{min} i maksimum S_{max} . W celu przybliżenia charakteru poszczególnych widm wyznaczono wartości estymatorów wartości średniej i wariancji dla parametrów opisujących pojedynczy cykl. Na rysunku 7 przedstawiono wartości parametrów statystycznych dla rozkładów wartości w widmie.

Analizując zmianę wartości estymatora wartości średniej (rys. 7a) można zauważyć znaczący rozrzut wyników uzyskanych dla $\Delta t = 0.001s$ i pozostałych częstotliwości. Wspomniany rozrzut dotyczy rozkładu wartości minimalnych, maksymalnych i amplitud w widmie. W zakresie $0.002s \geq \Delta t \geq 0.09s$ dla każdego z wymienionych rozkładów zdecydowana większość wyników posiada zbliżoną wartość. Największą rozbieżność wyników uzyskano dla $\Delta t = 0.1s$, dla wszystkich wyżej wymienionych parametrów cyklu obciążenia.

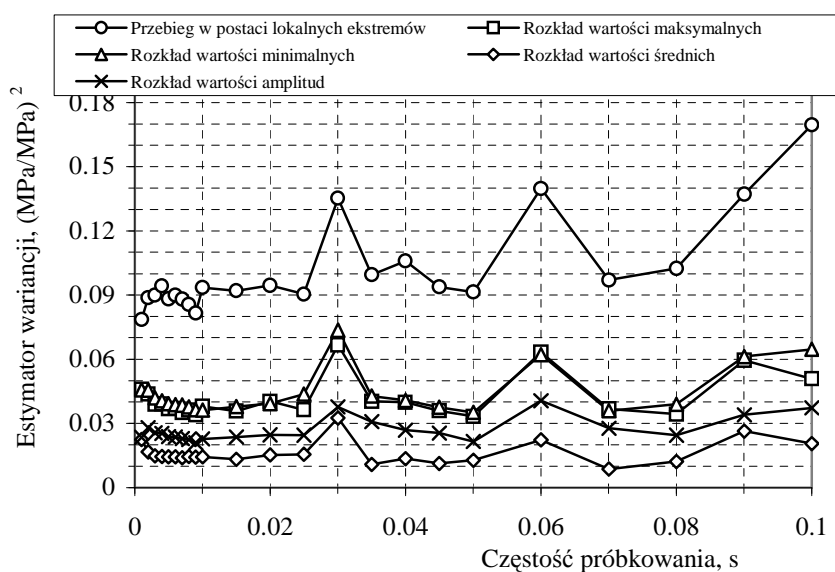
W zakresie zmian $0.001s > \Delta t \geq 0.015s$ wyniki wartości średniej w widmie obciążeń charakteryzują się małym rozrzutem w odniesieniu do wartości dla $\Delta t = 0.001s$. W pozostałym zakresie Δt większość wyników jest zbliżona do wartości odniesienia. Lecz można wskazać takie, dla których uzyskano znacząco różne wyniki np. 0.02s, 0.04s, 0.08s, 0.09s i 0.1s. Należy także zauważyć, że charakter zmian wartości średnich dla przebiegu w postaci lokalnych ekstremów i widma obciążeń jest zbliżony, podobnie jak różnice wymienionych wartości dla kolejnych częstotliwości próbkowania. Wzrost wartości średniej dla widm obciążeń związany jest z przyjęciem stałej wartości dla każdego lokalnego ekstremum występującego w określonym przedziale klasowym. Przyjęta wartość była wartością maksymalną charakteryzującą przedział.

Analiza wartości estymatora wariancji (rys. 7b) wykazuje na istotne różnice pomiędzy wynikami dla przebiegu w postaci lokalnych ekstremów, a wynikami wyznaczonymi dla rozkładów wartości minimalnych, maksymalnych, średnich i amplitud w widmie obciążeń.

a)



b)



Rys. 7. Wykresy zmian wartości parametrów statystycznych dla rozkładów wartości w widmie: a – estymatora wartości średniej, b – estymatora wariancji

Wartość różnic jest związana z częstością próbkowania oraz rozkładem wartości określonego parametru w widmie. Wspomniane różnice wynikają z przeprowadzonego zabiegu schematyzacji polegającego na zastąpieniu przebiegu obciążeń zbiorem cykli sinusoidalnych. Wyniki obliczeń dla poszczególnych rozkładów wykazują dobrą zgodność z wynikami dla $\Delta t = 0.001s$, z wyjątkiem wartości dla wybranych częstości próbkowania: 0.03s, 0.06s, 0.09s i 0.1s.

Wyznaczone wartości parametrów statystycznych dla rozkładów wartości w widmie obciążeń wskazują na niewielkie różnice dla większości przyjętych częstości próbkowania. Może świadczyć to zbliżonym charakterze tych widm.

5. WYNIKI OBLICZEŃ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Przeprowadzona analiza obciążenia eksploatacyjnego wykazała, że cykle wchodzące w jego skład charakteryzują się zmienną wartością współczynnika asymetrii cyklu R . W takim przypadku zaleca się przeprowadzanie obliczeń trwałości zmęczeniowej z zastosowaniem dwuparametrycznej charakterystyki zmęczeniowej.

W obliczeniach zastosowano charakterystykę opisaną wzorem (4) zaczerpniętą z prac [9, 10], gdzie zamieszczono szczegółowy jej opis

$$N = N_0 \left[\frac{R_{-1}}{S_a} \left(1 - \frac{S_m}{R_m} \right) \right]^{m_0} \quad \text{dla} \quad S_{\max} \geq R_{-1}. \quad (4)$$

Opis własności zmęczeniowych stali S355J0 dla zmiennych wartości S_m i S_a wymaga wyznaczenia podstawowych wielkości charakteryzujących materiał w warunkach obciążeń statycznych i zmiennych. Z badań wynika: $R_m = 678$ MPa, $m_0 = 12,33$ oraz $R_{-1} = 274$ MPa dla liczby cykli $N_0 = 10^6$.

Po podstawieniu do wzoru (4) wartości wyznaczonych parametrów otrzymano równanie opisujące dwuparametryczną charakterystykę zmęczeniową w postaci:

$$N = 10^6 \left[\frac{274}{S_a} \left(1 - \frac{S_m}{678} \right) \right]^{12,33}. \quad (5)$$

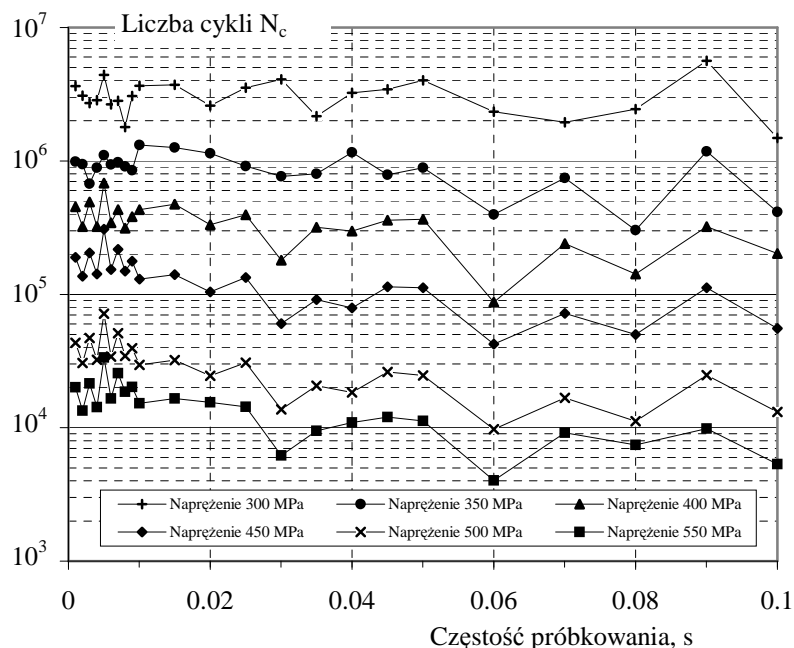
W obliczeniach zastosowano liniową hipotezę sumowania uszkodzeń zmęczeniowych Palmgren-Minera [7]. Całkowite uszkodzenie zmęczeniowe spowodowane wszystkimi cyklami o zmiennych wartościach S_a i S_m opisane jest wzorem

$$D = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p D_{ij} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p \frac{n_{ij}}{N_{ij}}. \quad (6)$$

Trwałość zmęczeniową w liczbie cykli obliczamy ze wzoru (7):

$$N_c = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p n_{ij}. \quad (7)$$

Dobór dwuparametrycznej charakterystyki zmęczeniowej oraz przyjęcie hipotezy sumowania uszkodzeń pozwoliło na przeprowadzenie obliczeń trwałości dla widm obciążenia wyznaczonych dla przyjętych częstości próbkowania. Obliczenia prowadzono dla sześciu poziomów naprężeń maksymalnych S_{\max} : 300 MPa, 350 MPa, 400 MPa, 450 MPa, 500 MPa i 550 MPa. Otrzymane wyniki zostały zamieszczone na rysunku 8.



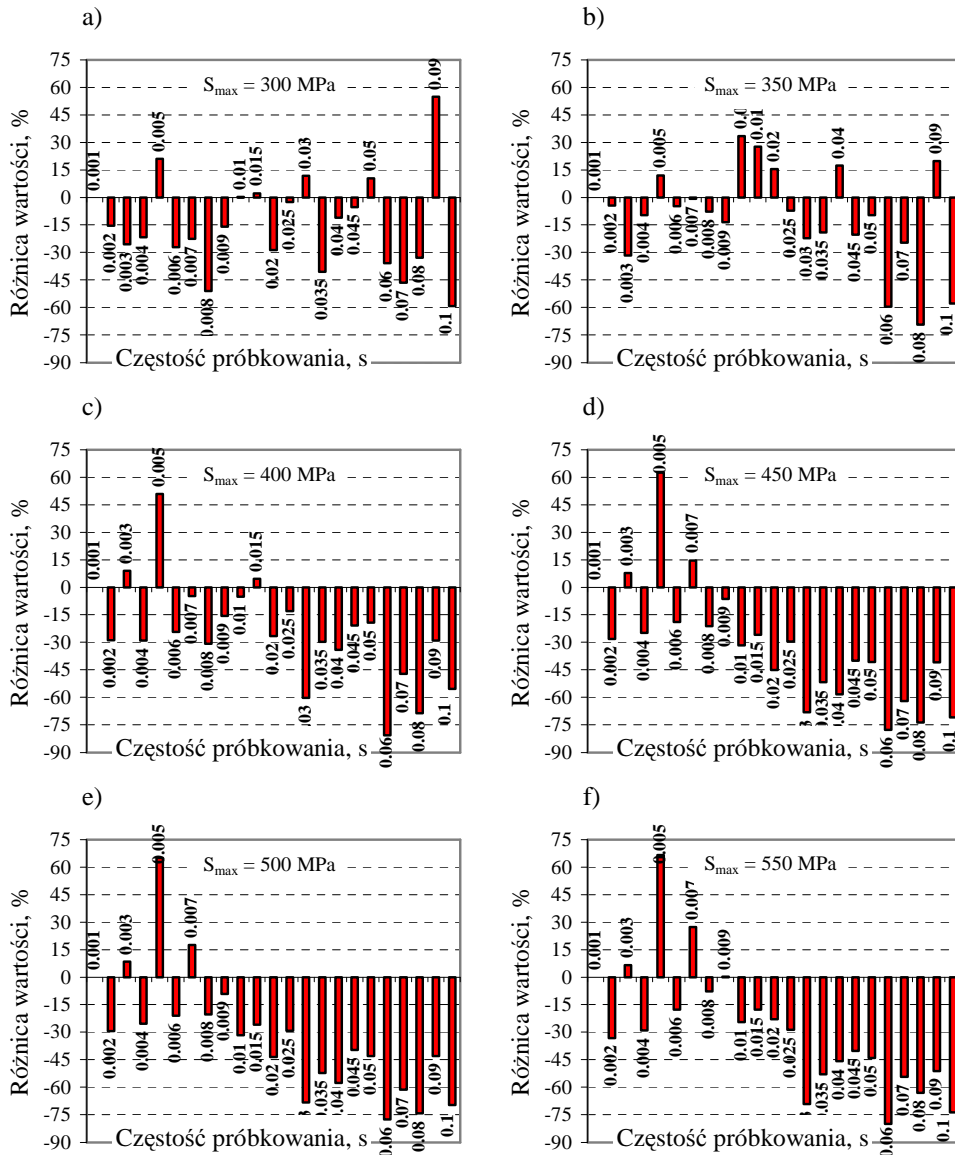
Rys. 8. Wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej dla przyjętych częstości próbkowania

Wstępna ocena wyników obliczeń wskazuje, że wraz ze wzrostem częstości próbkowania spada trwałość zmęczeniowa. Trudno jednak zauważyć zależność w zmianach wartości na określonych poziomach, gdyż wyniki charakteryzują się dużą zmiennością. W celu określenia zaistniałych różnic przeprowadzono obliczenia, w których wartość trwałości dla kolejnych częstości próbkowania odnoszono do wyników uzyskanych dla próbkowania $\Delta t = 0.001s$. Względne różnice wyników trwałości zmęczeniowej δ obliczono według wzoru:

$$\delta = \frac{N_{(\Delta t)} - N_{\Delta t=0.001s}}{N_{\Delta t=0.001s}} \cdot 100\% \quad (8)$$

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły na wyznaczenie różnic, których wartości zostały przedstawione w postaci wykresów słupkowych (rys. 9) osobno dla każdego z przyjętych

poziomów naprężeń maksymalnych S_{\max} . Analizując uzyskane wyniki można stwierdzić, że różnica wartości zależy od poziomu naprężeń oraz częstości próbkowania.



Rys. 9. Wyniki różnic wartości trwałości zmęczeniowej na określonych poziomach naprężeń maksymalnych S_{\max} : a – 300 MPa, b – 350 MPa, c – 400 MPa, d – 450 MPa, e – 500 MPa, f – 550 MPa

W przypadku poziomów naprężeń $S_{\max} = 300$ MPa (rys. 9a) i $S_{\max} = 350$ MPa (rys. 9b), dla większości częstości próbkowania, wyznaczona trwałość była niższa od wartości dla $\Delta t = 0.001$ s. Zakres zmian wynosił od -70% do -2% . Dla pozostałych częstości uzyskano wyższą trwałość. Wzrost wynosił od 1% do 55% . Na wyższych poziomach naprężeń (400 MPa, 450 MPa, 500 MPa i 550 MPa) wzrost trwałości dotyczy kilku częstości próbkowania: 0.003s, 0.005s, 0.007s, 0.009s i 0.015. Najwyższą trwałość obliczono dla $\Delta t = 0.005$ s, co przedstawiono na rysunkach 9c, 9d, 9e i 9f. Dla pozostałych częstości próbkowania zyskano trwałość niższą. Zakres zmian mieści się w granicach od -82% do -4% . Najniższe wartości trwałości uzyskano w przedziale $0.03s \geq \Delta t \geq 0.1s$.

Znaczące rozbieżności wyników obliczeń trwałości zmęczeniowej należy wiązać z postacią widm obciążeń dla przyjętych częstości próbkowania Δt . Na spadek trwałości wpływa wzrost liczby cykli większych od granicy zmęczenia oraz liczba cykli o wysokiej wartości amplitudy. Gdyż wartość amplitudy cyklu obciążenia jest jednym z głównych czynników wpływających na trwałość zmęczeniową.

6. PODSUMOWANIE

Ocena struktury częstotliwościowej przebiegów obciążeń jest ważnym elementem prowadzonych pomiarów. Przeprowadza się ją na podstawie funkcji widmowej gęstości mocy. Wymieniona funkcja pozwala na dobór takiej częstości próbkowania Δt , która ograniczy rejestrację tylko do istotnych składowych harmonicznym występujących w obciążeniu. Jednocześnie otrzymany zbiór danych będzie posiadał minimalną pojemność, co jest korzystne ze względu na jego dalsze przetwarzanie.

Na podstawie funkcji widmowej gęstości mocy wykazano, że istotne składowe harmoniczne występujące w analizowanym przebiegu obciążeń mieszczą się w zakresie do 55 Hz.

Przeprowadzona ocena statystyczna przebiegów obciążeń zarejestrowanych z różną wartością Δt wykazała, wpływ częstości próbkowania na wartości średnią i wariancję. Dla zakresu $0.001s \geq \Delta t \geq 0.009s$ uzyskano zbliżone wartości wymienionych parametrów, natomiast dla wyższych częstości Δt wyniki wartości średniej i wariancji były znacząco różne. Jest to związane z udziałem istotnych składowych harmonicznym w przebiegu obciążeń, gdyż dla wartości $\Delta t = 0.009s$ istnieje możliwość zarejestrowania składowych o częstotliwościach nie większych niż 55.6 Hz. Uzyskane wyniki dają możliwość zwiększenia częstości próbkowania z $\Delta t = 0.001s$ do $\Delta t = 0.009s$, co w sposób istotny wpłynie na liczbę rejestrowanych danych.

W wyniku przeprowadzonej schematyzacji przebiegów zmian naprężeń, opracowanych dla przyjętych częstości próbkowania, wyznaczono widma obciążeń. Na ich podstawie obliczono wartość średnią i wariancję dla rozkładów wartości minimum, maksimum, średnich i amplitud w widmie. Wymienione parametry statystyczne dla większości przyjętych częstości Δt były zbliżone do wyników dla $\Delta t = 0.001s$. Może to świadczyć o podobieństwie widm. Lecz w kontekście oceny trwałości zmęczeniowej zaleca się definiowanie postaci widm większą liczbą parametrów statystycznych obejmujących możliwość oceny typu rozkładu prawdopodobieństwa wartości lub/i np. współczynnikiem wypełnienia widma.

Wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej dla opracowanych widm obciążeń wykazują istotne różnice. Można wskazać przedział $0.001s \geq \Delta t \geq 0.025s$, w którym większość wyników, na wszystkich poziomach naprężeń, mieści się w zakresie $\pm 30\%$. Wyjątkiem w wymienionym przedziale jest częstość próbkowania $\Delta t = 0.005s$, dla której uzyskano w zakresie naprężeń $S_{max} = 400-550$ MPa znacząco wyższe wartości trwałości. Oprócz wymienionej częstości ($\Delta t = 0.005s$) występują także inne, dla których w sposób incydentalny nastąpił wzrost lub spadek trwałości. Dla pozostałych wartości Δt , zwłaszcza na wyższych poziomach naprężeń, wyniki obliczeń wskazują na istotny spadek trwałości zmęczeniowej. Powodem spadku mógł być wzrost liczby cykli większych od R_{-1} w widmie lub/i wzrost wartości parametrów wymienionych cykli, co powodowało cięższe warunki obciążenia.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń trwałości zmęczeniowej nie można jednoznacznie sformułować zaleceń prowadzenia pomiarów obciążeń. W tym względzie podstawowym narzędziem jest funkcja widmowej gęstości mocy.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Bendat J. S., Piersol A. G.: *Methods of analysis and measurement of random signals*, [in Polish], Warszawa, PWN 1974.
- [2] *Description of a Fighter Aircraft Loading Standard for Fatigue*, ICAF 1976.
- [3] Heuler P., Klatschke H.: *Generation and use of standardised load spectra and load – time histories*, International Journal of Fatigue, vol. 27, pp. 974-990, 2005.
- [4] Kocańda S., Szala J.: *Fundamentals of fatigue calculations*, (in Polish), Warszawa, PWN 1997.
- [5] Ligaj B.: *Impact of the method of elaboration of a load spectrum on the results of the calculation of S355J0 steel fatigue life*, Gdańsk, Journal of Polish CIMAC, 2010.
- [6] *Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis*. ASTM E 1049-85 (Reapproved 1990).
- [7] Szala J.: *Hypotheses of fatigue damage accumulation*, (in Polish), Bydgoszcz, monographs, University of Technology and Agriculture, 1998.
- [8] Szala J.: *Obciążenia i trwałość zmęczeniowa elementów maszyn*, Bydgoszcz, Wydawnictwo ATR, Cz. I, Wyd. II, 1989.
- [9] Szala J., Szala G., *Two – parametric fatigue characteristics - formulating problem*, (in Polish), Radom, Problemy Eksploatacji – Zeszyty Naukowe 3/2001 (42), Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji (Publishing House of Operation Technology Institute), pp. 287-296, 2001.
- [10] Szala J., Szala G., *Comparative analyses of two – parametric fatigue characteristic and their experimental verification*, (in Polish), Radom, Problemy Eksploatacji – Zeszyty Naukowe 3/2001 (42), Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji (Publishing House of Operation Technology Institute), pp. 297-304, 2001.

Pracę wykonano w ramach projektu badań własnych nr 0715/B/T02/2008/35 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.