

Konrad ZAJKOWSKI¹

ANALIZA STANU NIEUSTALONEGO W OBWODZIE ZAWIERAJĄCYM SILNĄ NIELINIOWOŚĆ

Opisano wyniki analizy, których celem było wyznaczenie wartości maksymalnych funkcji napięcia $u_w(t)$ na silniku indukcyjnym (jedna faza) (reprezentowanym przez rezystancję, indukcyjność, pojemność i źródło napięciowe) z równoległe połączonym silnie nieliniowym obwodem, po wyłączeniu źródła zasilania. Element nieliniowy-warystor (opisany modelem z jedną nieliniową rezystancją, pojemnością i indukcyjnością) pełni funkcję ograniczania przepięć pokomutacyjnych. Ze względu na charakter rozwiązania $u_w(t)$ złożonego z członów wolno i szybkozmiennych oraz silnej nieliniowości nie udaje się wyznaczyć zadowalających postaci końcowych metodami symulacyjnymi. Przedstawiono analizę metodami matematycznymi a wyniki porównano z przebiegami wyznaczonymi na drodze symulacyjnej. Opisano wpływ nieliniowości oraz pojemności na wartości przepięć pokomutacyjnych.

ANALYSIS IN ELECTRIC CIRCUIT WITH HEAVY NONLINEARITY

In the paper an analysis of a nonlinear circuit with nonlinear resistance (varistor) and capacitor has been presented. The nonlinear differential equation (function $u_w(t)$ on one phase on induction machine) has been solved in few methods.

The rendered analysis has made qualitatively comparison of the final results possible. Influence of nonlinearity and capacitance on overvoltage has been described.

1. WSTĘP

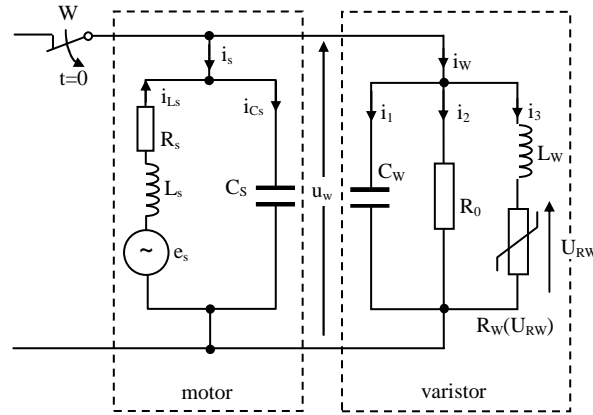
Rozwój techniki związany jest z coraz szerszym stosowaniem różnych urządzeń elektrycznych. Wiele z tych urządzeń wyposażonych jest w systemy elektroniczne czułe na przepięcia. Przepięcia takie mogą doprowadzić do zniszczenia tych układów, a tym samym doprowadzić do poważnych strat materialnych.

Część z przepięć w sieciach elektroenergetycznych powstaje wskutek procesów łączeniowych, zwłaszcza przy odłączaniu odbiorników o charakterze indukcyjnym.

Analiza obwodu wraz z równoległe połączonym warystorem przeciwprzepięciowym umożliwia prawidłowy dobór ogranicznika i sprawdzenie efektywności jego działania. Celem analizy jest wyznaczenie przebiegu $u_w(t)$ na silniku indukcyjnym (reprezentowanym

¹ Politechnika Koszalińska, Wydział Mechaniczny;
75-453 Koszalin; Śniadeckich 2. tel: + 48 94 3478-426, E-mail: konza@tu.koszalin.pl

przez R_s , L_s , \underline{E}_s i C_s) po wyłączeniu go od źródła zasilania. Warystor modelowany jest przez elementy C_w , L_w , R_0 i R_w .



Rys.1. Badany obwód

gdzie:

$$e_s(t) = \begin{cases} E_m \sin(\omega t + \varphi_{es}) & t < 0 \\ E_m e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_{es}) & t \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Nieliniową funkcję $u_{Rw}(i_3)$ aproksymowano kilkoma funkcjami analitycznymi oraz funkcją wieloodcinkową.

2. ANALIZA OBWODU Z WARYSTOREM

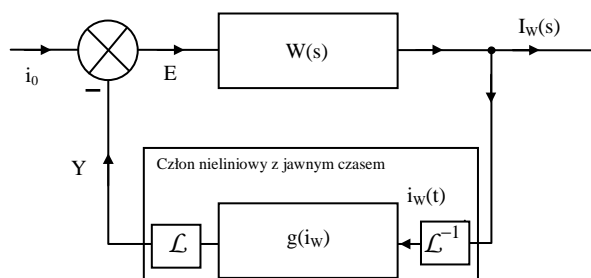
Obwód z Rys.1 opisano układem równań przyjmując wartości liczbowe wyznaczone w [1] dla silnika indukcyjnego 23W oraz warystora małej mocy typu CNR 05D361K. Parametry modelu silnika wyznaczono metodą opisaną w [5].

$$\begin{cases} \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{L_w} [u_w - u_{Rw}(i_3)] \\ \frac{du_w}{dt} = \frac{-1}{C_s + C_w} \left(i_3 + i_{L_s} + \frac{u_w}{R_0} \right) \\ \frac{di_{L_s}}{dt} = \frac{-1}{L_s} (-u_w + R_s i_{L_s} + e_s) \end{cases} \quad (2)$$

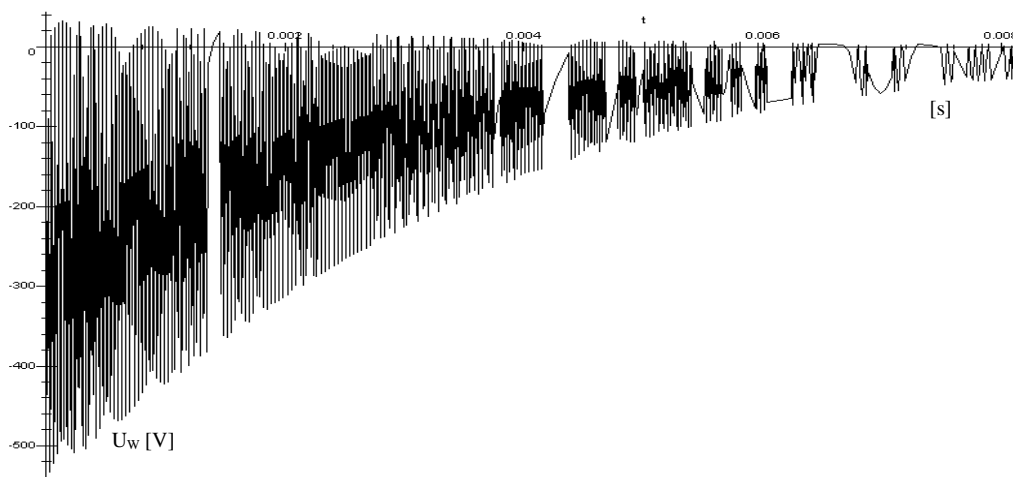
2.1 Rozwiązanie metodą Nowackiego

Metoda Nowackiego [2] polega na rozwiązaniu w dziedzinie transformaty Leplace'a najpierw równań pozbawionych członów nieliniowych z jawną zmienną niezależną, następnie w kolejnych pętlach iteracyjnych podstawienie rozwiązania z poprzedniej iteracji do równania pełnego. Funkcję nieliniową aproksymowano niepełnym wielomianem trzeciego stopnia:

$$u_{RW}(i_3) = a \cdot i_3 + b \cdot i_3^3 \quad (3)$$



Rys.2. Graficzna interpretacja metody Nowackiego



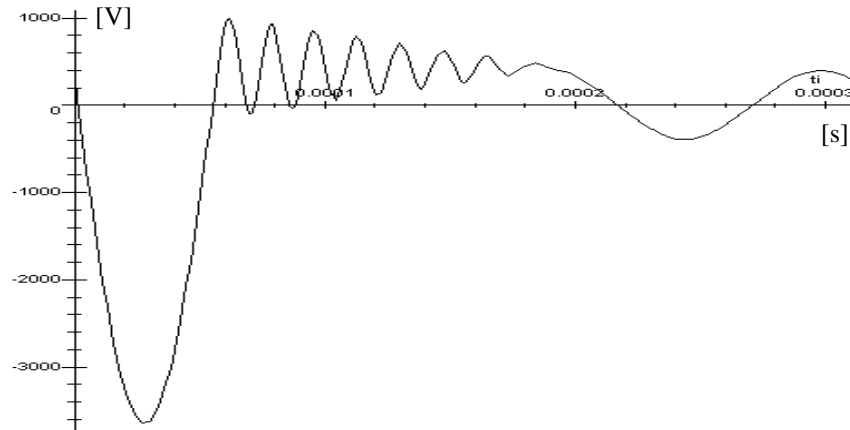
Rys.3. Pierwsze przybliżenie funkcji napięcia $u_W(t)$

Drugie przybliżenie przebiegu $u_W(t)$ w metodzie Nowackiego posiada ucieczkę wartości chwilowych do nieskończoności.

2.2 Rozwiązanie metodą równań stanu

Rozwiązując nieliniowy układ równań (2) metodą aproksymacji wieloodcinkowej należy rozważyć trzy układy równań obowiązujące dla odpowiednio trzech odcinków liniowych funkcji $u_{RW}(i_3)$. Liniowe równania w postaci równań stanu rozwiązano metodą operatorową.

Otrzymano 19 podprzedziałów, w których obowiązują odpowiednie równania z parametrami zależnymi od warunków początkowych wyznaczanych z poprzedniego podprzedziału. Łącząc przebiegi otrzymuje się postać graficzną przebiegu.



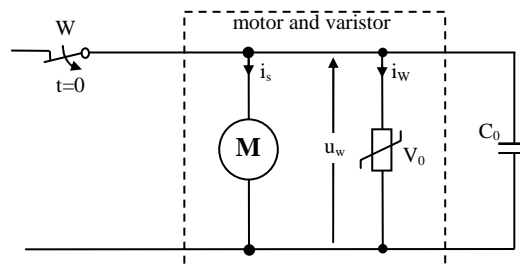
Rys.4. Przebieg funkcji $u_w(t)$ przy aproksymacji wieloodcinkowej

Wyniki analiz dla silnika 23W wykazują generację przepięć w granicach 500V (Rys.3) do 3kV (Rys.4). Widać zatem przekroczenie napięcia stabilizacji, które dla użytego elementu wynosi 320V.

Oznacza to, że warystor nie chroni skutecznie silnika przy szybkich przepięciach generowanych przy rozłączaniu prądów indukcyjnych. Główną przyczyną tego jest niezerowa indukcyjność L_W w modelu warystora. Zjawisko to zostało potwierdzone eksperymentem [4]. Obserwowane przepięcia na rzeczywistym obiekcie również przekraczały napięcie stabilizacji warystora 05D361K. Równoległe włączony warystor niedostatecznie chroni odbiornik w przypadku szybkich przebiegów pokomutacyjnych.

Metoda Nowackiego wykazała, że nieliniowość $u_w(t_3)$ oraz źródło $e_S(t)$ nie mają wpływu na częstotliwość oraz wartość maksymalną przepięć. Mają one wpływ na stałą czasową obwiedni eksponencjalnej i na dalszy charakter odpowiedzi.

Oznacza to, że przy szybkich prądach wyładowczych na ograniczanie przepięć mają decydujący wpływ pojemności C_S i C_W . W celu ograniczenia tych przepięć proponuje się zastosować dwójnik zbudowany z równoległego połączenia warystora i kondensatora C_0 .



Rys.5. Badany obwód z warystorem i kondensatorem C_0

3. ANALIZA OBWODU Z WARYSTOREM I KONDENSATOREM

Procedura analizy tego obwodu polega najpierw na identyfikacji parametrów modelu silnika [4,5]. Następnie w celu wyznaczenia wartości elementów ograniczających przepięcia, wyznacza się największe spodziewane wartości warunków początkowych $u_W(t_0)$, $i_{LS}(t_0)$, $i_3(t_0)=0$ i przeprowadza się kolejno:

3.1 Wyznaczenie warunków początkowych i wybór warystora

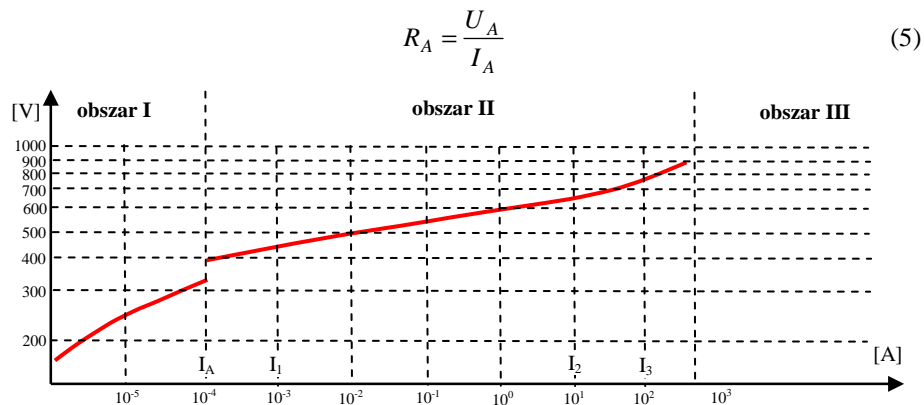
Przy wyborze warystora należy posłużyć się kryteriami publikowanymi przez producenta [3]:

- Najwyższe trwałe napięcie warystora musi być wyższe od napięcia, które w sposób trwały jest do niego doprowadzane.
- Najwyższe dopuszczalne udary prądowe, największa dopuszczalna energia i największa dopuszczalna średnia moc warystora muszą być wyższe od tych, na które może on być narażony.

Mając dobrany odpowiedni warystor przeprowadza się linearyzację wieloodcinkową funkcji nieliniowej $R_W(U_{RW})$.

$$u_{RW}(i_3) = \begin{cases} R_A \cdot i_3(t) & 0 \leq u_{RW}(i_3) \leq U_1 \\ U_B + R_B \cdot i_3(t) & U_1 < u_{RW}(i_3) \end{cases} \quad (4)$$

Współczynniki równania (4) wyznacza się wykorzystując dane katalogowe wybranego modelu warystora. Rezystancję R_A wyznacza się z końca obszaru przedprzebiciowego charakterystyki prądowo-napięciowej.



Rys.6. Charakterystyka prądowo-napięciowa przyjątego warystora [3]

Rezystancja R_B przedstawia nachylenie charakterystyki U-I w odcinku końcowym obszaru przebiecia:

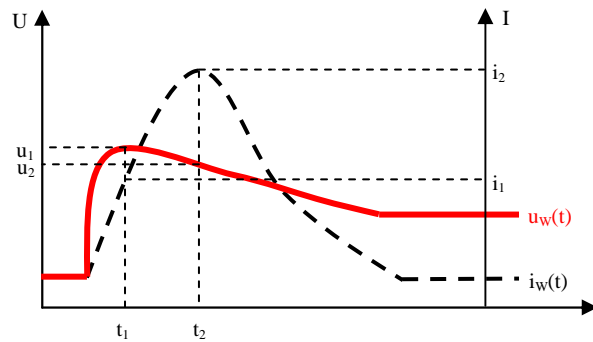
$$R_B = \frac{U_3 - U_2}{I_3 - I_2} \quad (6)$$

$$U_B = U_1 \left(1 - \frac{R_B}{R_A} \right) \quad (7)$$

Dla badanego warystora uzyskuje się:

$$u_{RW}(i_3) = \begin{cases} 3,2 \cdot 10^6 \cdot i_3(t) & 0 \leq u_{RW}(i_3) \leq 460 \\ 460 + 1,44 \cdot i_3(t) & 460 < u_{RW}(i_3) \end{cases} \quad (8)$$

Indukcyjność L_W opisująca opóźnienie prądu względem napięcia wyznaczana jest z przesunięcia fazowego między pierwszymi impulsami prądowym i napięciowym przy przekroczeniu napięcia U_1 (warystor przechodzi w charakter indukcyjny).



Rys.7. Przebieg funkcji prądu i napięcia na warystorze

Ze wzoru $u_L = L_W \frac{di_3}{dt}$ można zapisać wyrażenie na L_W w postaci różnicowej:

$$L_W = \Delta u_W \cdot \frac{\Delta t}{\Delta i_W} = (u_1 - u_2) \cdot \frac{(t_2 - t_1)}{(i_2 - i_1)} \quad (9)$$

Metoda wyznaczenia C_W polega na pomiarze P , U i I metodą techniczną dla niewielkich napięć, przy których warystor jest jeszcze elementem liniowym.

$$C_W = \frac{1}{\omega \cdot \sqrt{Z^2 - R^2}} \quad (10)$$

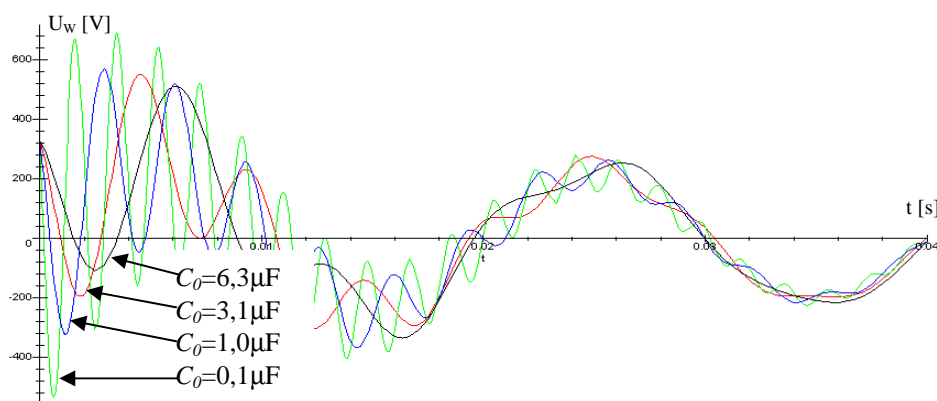
Rezystancję R_0 przyjmuje się rzędu kilku $M\Omega$. Jej głównym zadaniem jest redukcja oscylacji numerycznych.

3.2 Wyznaczenie transformat zmiennych stanu

Przyjmując C_0 jako poszukiwaną zmienną należy wyznaczyć rozwiązanie równania opisującego obwód z Rys.5:

$$\begin{cases} \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{L_W} [u_W - u_{RW}(i_3)] \\ \frac{du_W}{dt} = \frac{-1}{C_S + C_W + C_0} \left(i_3 + i_{L_S} + \frac{u_W}{R_0} \right) \\ \frac{di_{L_S}}{dt} = \frac{-1}{L_S} (-u_W + R_S i_{L_S} + E_m e^{-\alpha t} \sin \omega t) \end{cases} \quad (11)$$

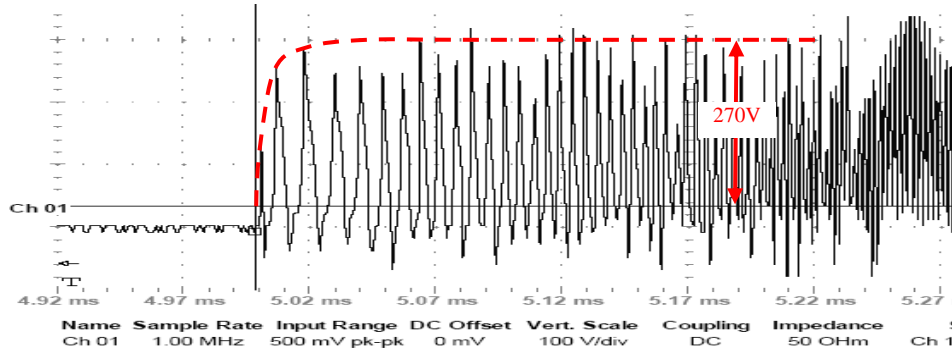
Przy aproksymacji wieloodcinkowej powyższe równanie jest równaniem liniowym na poszczególnych odcinkach funkcji (4). Rozwiązuje się je przeprowadzając analizę równań stanu. Wyznacza się w ten sposób w dziedzinie czasu funkcję $u_W = f(C_0, t)$.



Rys.8. Przebieg $u_w(t)$ na silniku 70W i kilku wartości pojemności C_0

3.3 Wyznaczenie napięcia zapłonu łuku na użytym wyłączniku

W celu określenia wartości napięcia U_L powodującego zapłon łuku na wybranym typie wyłącznika wyznaczono eksperymentalnie przebieg napięcia i odczytano jego amplitudę.



Rys.10. Przebieg napięcia na wyłączniku

3.4 Określenie wartości C_0 powodującej ograniczenie wartości chwilowych napięcia poniżej napięcia zapłonu łuku

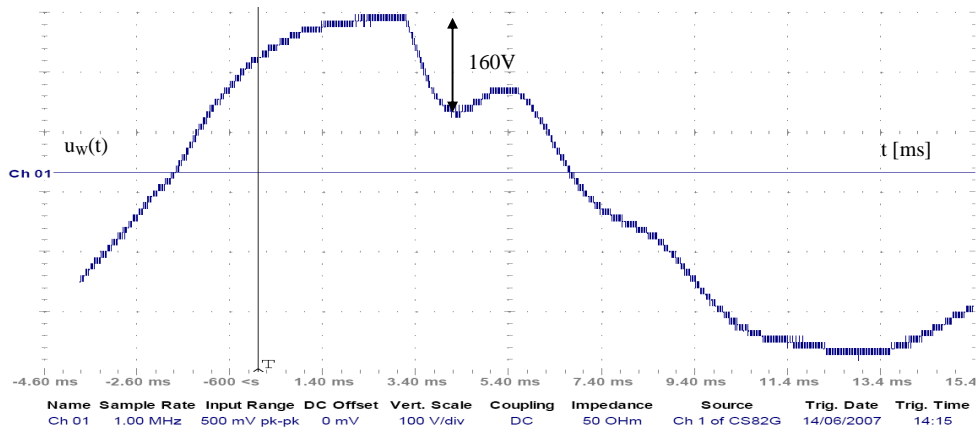
Model z Rys.5 pomija zjawiska zachodzące na wyłączniku podczas zapłonu łuku, zatem otrzymane rozwiązania w podpunkcie 3.2 będą słuszne tylko w przypadku gdy amplituda napięcia $u_w(t)$ będzie mniejsza od napięcia zapłonu łuku. Zatem poszukiwana minimalna wartość C_{0min} będzie wyznaczona gdy będzie spełnione:

$$u_w = f(C_{0min}, t) < U_L \quad (12)$$

Zgodnie z przedstawionym algorytmem dokonano wyznaczenia wartości pojemności C_0 dla warystora 05D361K, oraz kilku silników prądu przemiennego.

Tab. 1. Evaluated capacities for few receivers

| | 23W | 70W | 140W | 200W | 300W |
|------------|-------|-----|------|-------|------|
| cosφ | 0.8 | 0.5 | 0.8 | 0.8 | 0.9 |
| C_{0min} | 100nF | 1μF | 2μF | 0.3μF | 3μF |



Rys.10. Funkcja napięcia $u_w(t)$ na silniku 70W z warystorem i kondensatorem $C_0=1.0\mu\text{F}$

3. WNIOSKI

W pracy wykazano, że w przypadku przepięć pokomutacyjnych, warystor włączony równolegle do odbiornika indukcyjnego niedostatecznie chroni przed przepięciami. Zadowalające efekty przynosi stosowanie równoległej kaskady warystora i kondensatora. W celu zmniejszenia indukcyjności doprowadzeń przewody łączące źródło przepięć z nieliniową kaskadą powinny być jak najkrótsze. Przedstawiono metodę doboru kondensatora. Metodę sprawdzono dla kilku silników prądu przemiennego. W każdym przypadku uzyskano zadowalający poziom ochrony przepięciowej. Wyznaczone wartości kondensatorów były mniejsze od pojemności przy kompensacji zupełnej. Stosowanie przyjętych kondensatorów poprawia współczynnik mocy nie doprowadzając do przekompensowania.

4. LITERATURA

- [1] Zajkowski K.: *Redukcja przepięć maszyny prądu przemiennego z wykorzystaniem warystora*. Poznań, ZKwE'2004, s.353-356 T.I.
- [2] Nowacki P., Szklarski L., Gorecki H.: *Podstawy teorii układów regulacji automatycznej*. T.II. Zagadnienia specjalne układów liniowych, układy nieliniowe. PWN Warszawa 1962.
- [3] PELELECTRIC Warystory Tlenkowe, Elementy ochrony przepięciowej <http://www.pelelectric.pl>.
- [4] Zajkowski K.: *Redukcja przepięć maszyny prądu przemiennego z wykorzystaniem warystora*. IX Konf.Naukowo-Techn. ZKwE'2004, Poznań 2004, s.353-356 T.I.
- [5] Zajkowski K.: *Algorytm do rozwiązywania układów równań z danymi obciążonymi błędami pomiarowymi.*, IX Konf.Naukowo-Techn., ZKwE'2004, Poznań, 2004, s.499-502 T.II