

Sebastian GŁOWIŃSKI¹

MOŻLIWOŚCI I OGRANICZENIA LOTU WZNOŚĄCEGO STATKU POWIETRZNEGO

Przedmiotem analizy jest tor odrzutowego statku powietrznego w locie wznoszącym w układzie symetrycznym. Przeanalizowano lot wznoszący z najbardziej stromy, najszybszy oraz lot wznoszący bez pracującego silnika. Opracowano model matematyczny oraz komputerowy przy wykorzystaniu programu MATLAB – Simulink i przeprowadzono symulację dla różnych prędkości lotu i kątów pochylecia.

LIMITATIONS OF THE TRAJECTORY CLIMB OF THE AIRCRAFT

A track of the climbing flight in two dimensional coordinate was considered. Steady rate of climb and the quickest climb was calculated. The mathematical model was presented and computer model was simulated by the use of a MATLAB – Simulink software.

1. WSTĘP

Czas osiągnięcia określonej wysokości jest istotnym parametrem charakteryzującym dany statek powietrzny. Prędkość wznoszenia będzie tym większa im mniejsza będzie masa samolotu i większy nadmiar ciągu silnika odrzutowego. Niekiedy w literaturze spotyka się określenie ciągu jednostkowy samolotu, który jest stosunkiem ciągu zespołu napędowego do masy (siły ciężkości) samolotu. Samolot dysponujący większym ciągiem jednostkowym posiada przewagę w płaszczyznach pionowych i skośnych podczas walk powietrznych. Współczesne samoloty podczas pracy silnika na zakresie maksymalnym z dopalaniem posiadają ciąg jednostkowy większy od jedności. Rozpatrywany statek powietrzny w artykule posiada ciąg jednostkowy na zakresie maksymalnym pracy silnika dla masy 3800 kg ≈ 0.29 , natomiast dla masy 3000 kg ≈ 0.36 . W niektórych sytuacjach wymagane jest nabranie określonej wysokości kosztem utraty prędkości. Sytuacje takie występują podczas lotów koszących. W przypadku awarii silnika należy osiągnąć wysokość 250 m. Przeanalizowano możliwości naboru wysokości dla masy samolotu wynoszącej 3300 kg, co odpowiada masie samolotu z 1 pilotem, bez podwieszeń i pozostałością ok. 800 litrów paliwa w zbiornikach.

¹ Politechnika Koszalińska, Zakład Mechatroniki i Mechaniki Stosowanej; 75-620 Koszalin;
ul. Raclawicka 15-17. tel: +48 94 347 -83-50, e-mail: sebastian.glowinski@tu.koszalin.pl

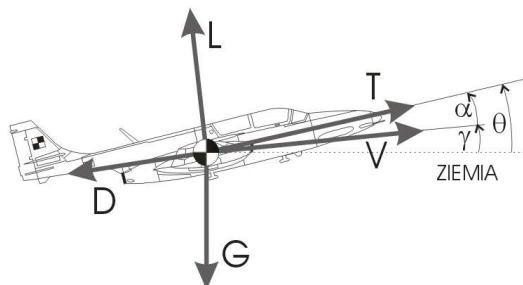
1.1 Spis oznaczeń zastosowanych w artykule

AR	– wydłużenie efektywne płata skrzydła;
C_D, C_L	– współczynniki siły oporu, nośnej;
$C_{L_{\dot{h}_{\max}}}, C_{D_{\dot{h}_{\max}}}, E_{\dot{h}_{\max}}$	– współczynniki siły nośnej, oporu i doskonałość dla najszybszego wznoszenia;
D, L	– siła oporu, siła nośna [N, Nm];
\bar{c}	– średnia cięciwa aerodynamiczna;
g	– przyspieszenie ziemskie [m/s^2];
$G = m \cdot g$	– ciężar statku powietrznego [N];
$\dot{h}_{\gamma_{\max}}$	– prędkość najbardziej stromej wznoszenia [m/s];
H_{Lotu}	– wysokość lotu [m];
m	– masa statku powietrznego [kg];
r	– zasięg [m, km];
S	– pole powierzchni skrzydeł [m^2];
T_0	– ciąg silnika na poziomie morza [N];
T_H	– ciąg silnika na wysokości H_{Lotu} [N];
T_N	– ciąg niezbędny [N];
V	– prędkość statku powietrznego [$m/s, km/h$];
α	– kąt natarcia [$rad, ^\circ$];
γ	– kąt wznoszenia [$rad, ^\circ$];
Γ	– współczynnik wznoszenia;
$\rho_0 = 1.225$	– gęstość powietrza na poziomie morza [kg/m^3];
$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{H_{Lotu}}{44300}\right)^{4.256}$	– gęstość powietrza w zakresie $0 \leq H_{Lotu} \leq 11000$ m [kg/m^3].

2. LOT WZNOSZĄCY

2.1 Lot wznoszący statku powietrznego

Przy analizowaniu lotu wznoszącego zakłada się, że samolot wykonuje lot bez ślizgu i bez obrotu wzdłuż osi podłużnej i poprzecznej. Czyli nie występuje moment odchylający, przechylający i pochylający. Ponadto przyjęto, że całkowita siła aerodynamiczna powstaje na płacie głównym oraz że ciąg silnika T jest skierowany wzdłuż toru statku powietrznego i przechodzi przez środek ciężkości. Siły działające na statek powietrzny w ustalonym locie wznoszącym przedstawiono na Rys.2.



Rys.2. Siły działające na statek powietrzny w locie wznoszącym

Równania ruchu w układzie symetrycznym można zapisać następująco

$$\dot{V}(t) = \frac{T \cdot \cos \alpha - D - G \cdot \sin \gamma(t)}{m} \quad (5)$$

$$\dot{\gamma}(t) = \frac{T \cdot \sin \alpha + L - G \cdot \cos \gamma(t)}{mV(t)} \quad (6)$$

$$\dot{h}(t) = V(t) \sin \gamma(t) \quad (7)$$

$$\dot{r}(t) = V(t) \cos \gamma(t) \quad (8)$$

Kąt wznoszenia γ po scałkowaniu równania (5) i przekształceniu

$$\gamma(t) = \arcsin \frac{T - D}{G} \quad (9)$$

Najbardziej pożądaną sytuacją jest aby argument funkcji \arcsin posiadał jak największą wartość. W literaturze nazywany on jest jednostkowym nadmiarem ciągu [3,4]. Aby samolot mógł wznosić się pionowo jednostkowy nadmiar ciągu musi być większy od 1.

2.2 Lot wznoszący najbardziej stromy

Jednym z modeli wznoszenia jest model najbardziej stromego wznoszenia. Czyli zakłada się, że kąt wznoszenia γ jest maksymalny

$$\sin \gamma = \frac{T - D}{G} = \frac{T}{G} - \frac{D \cdot \cos \gamma}{L} = \frac{T}{G} - \frac{\cos \gamma}{\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{\max}} \quad (10)$$

Jeśli statek powietrzny będzie wznosił się z maksymalną doskonałością, kąt wznoszenia γ będzie maksymalny. Po przekształceniu powyższego równania uzyskujemy

$$\begin{aligned} \left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{\max} \left(\sin \gamma - \frac{T}{G}\right) + \cos \gamma &= 0, \\ \left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{\max} \left(\sin \gamma - \frac{T}{G}\right) + \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

po podniesieniu obustronnie do kwadratu i przekształceniu otrzymujemy równanie kwadratowe

$$\left(\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{\max}^2 + 1\right) \cdot \sin^2 \gamma - 2\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{\max} \cdot \frac{T}{G} \sin \gamma + \left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{\max}^2 \cdot \left(\frac{T}{G}\right)^2 - 1 = 0, \quad (12)$$

którego poprawnym rozwiązaniem jest

$$\sin \gamma_{\max} = \frac{\frac{T}{G} - \left(\frac{C_D}{C_L}\right)_{\min} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{C_D}{C_L}\right)_{\min}^2} - \frac{T}{G}}{1 + \left(\frac{C_D}{C_L}\right)_{\min}^2}. \quad (13)$$

Przykładowo, dla statku powietrznego (konfiguracja gładka) o masie 3300 kg, ciągu maksymalnym $T = 10787 \text{ N}$ (wysokość lotu $H = 0 \text{ m}$) i maksymalnej doskonałości $C_L/C_D = 11$ maksymalny kąt wznoszenia γ wynosi $\approx 14^\circ$. Zmniejszenie masy do 2700 kg umożliwi zwiększenie kąta γ do 19° . Dla wysokości $H = 5000 \text{ m}$, ze względu na mniejszy ciąg rozporządzalny, $\gamma \approx 8^\circ$.

Prędkość najbardziej stromego wznoszenia dla rozpatrywanego przypadku, $V_{T \min} \approx 100 \text{ m/s}$, należy wyznaczyć jako

$$\dot{h}_{\gamma \max} = V_{T \min} \cdot \sin \gamma_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot G}{\rho \cdot S}} \sqrt[4]{\frac{1}{\pi \cdot AR \cdot C_{D0}}} \cdot \sin \gamma_{\max} \approx 16.22 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (14)$$

Dla masy samolotu 2700 kg prędkość najbardziej stromego wznoszenia wynosi 19.15 m/s, natomiast na wysokości 5000 m (ze względu na zmniejszającą się gęstość powietrza) 12.2 m/s.

2.3 Lot wznoszący najszybszy

W lotnictwie wojskowym są sytuacje w których w jak najkrótszym czasie należy osiągnąć określony pułap. Należy w takim wypadku wyznaczyć prędkość najszybszego wznoszenia. W wyniku przekształcenia równania (7) otrzymuje się równanie opisujące tzw. współczynnik *SEP* (*Specific Excess Power*)

$$\dot{h} = V \cdot \sin \gamma = V \cdot \frac{T - D}{G} = SEP, \quad (15)$$

Równanie powyższe powinno spełniać warunek

$$\frac{V}{\partial V}(V \cdot (T - D)) = 0. \quad (16)$$

po zróżniczkowaniu można zapisać zgodnie z [3]

$$T - D - V \frac{\partial D}{\partial V} = T - \frac{3}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D + \frac{2 \cdot G^2}{\pi \cdot AR \cdot \rho \cdot S \cdot V^2} = 0 \quad (17)$$

Rozwiązaniem przekształconego równania (17) jest ciśnienie dynamiczne odpowiadające najszybszemu wznoszeniu

$$q_{\dot{h}\max} = \frac{T}{6 \cdot C_{D0} \cdot S} \left(1 + \sqrt{\frac{12 \cdot C_{D0}}{\pi \cdot AR \cdot \left(1 + \left(\frac{T}{G} \right)^2 \right)}} \right) \quad (18)$$

W literaturze [3,4] wprowadzany jest współczynnik wznoszenia, zapisywany jako

$$\Gamma = 1 + \sqrt{1 + \frac{12 \cdot C_{D0}}{\pi \cdot AR \cdot \left(\frac{T}{G} \right)^2}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{3}{\left(\left(\frac{C_L}{C_D} \right)_{\max} \cdot \frac{T}{G} \right)^2}} \quad (19)$$

Prędkość najszybszego wznoszenia można określić jako

$$V_{\dot{h}\max} = \sqrt{\frac{T \cdot \Gamma}{3 \cdot S \cdot \rho \cdot C_{D0}}}, \quad (20)$$

natomiast współczynniki siły nośnej, oporu i doskonałości dla najszybszego wznoszenia można zapisać

$$C_{L_{\dot{h}\max}} = \frac{2 \cdot G}{\rho \cdot V^2 \cdot S} = \frac{6 \cdot G \cdot C_{D0}}{T \cdot \Gamma}, \quad (21)$$

$$C_{D_{\dot{h}\max}} = C_{D0} + \frac{\left(\frac{6 \cdot G \cdot C_{D0}}{T \cdot \Gamma} \right)^2}{\pi \cdot AR} = C_{D0} \left(1 + \frac{36 \cdot G^2 \cdot C_{D0}}{\pi \cdot AR \cdot T^2 \cdot \Gamma^2} \right), \quad (22)$$

$$E_{\dot{h}\max} = \frac{C_{L_{\dot{h}\max}}}{C_{D_{\dot{h}\max}}} = \frac{6 \cdot G \cdot T \cdot \Gamma}{T^2 \cdot \Gamma^2 + \frac{36 \cdot G^2 \cdot C_{D0}}{\pi \cdot AR}} \quad (23)$$

Po przekształceniach kąt dla najszybszego wznoszenia wynosi:

$$\sin \gamma_{\dot{h}_{\max}} = \frac{T}{G} - \frac{1}{E_{\dot{h}_{\max}}} = \frac{T}{G} \left(1 - \frac{\Gamma}{6}\right) - \frac{3 \cdot G}{2 \cdot E^2 \cdot \Gamma \cdot T} \quad (24)$$

natomiast prędkość pionowa najszybszego wznoszenia

$$\dot{h}_{\max} = V_{\dot{h}_{\max}} \cdot \sin \gamma_{\dot{h}_{\max}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{T}{S}\right) \cdot \Gamma}{3 \cdot \rho \cdot C_{D0}}} \left(\frac{T}{G} \left(1 - \frac{\Gamma}{6}\right) - \frac{3 \cdot G}{G \cdot E^2 \cdot \Gamma \cdot T} \right) \quad (25)$$

Dla analizowanego przypadku: $masa = 3300 \text{ kg}$, $H_{Lotu} = 0 \text{ m}$ uzyskano wyniki: $\Gamma = 2.106$, $V_{\dot{h}_{\max}} = 428 \text{ [km/h]}$, $C_{L_{\dot{h}_{\max}}} = 0.2138$, $C_{D_{\dot{h}_{\max}}} = 0.0275$, $E_{\dot{h}_{\max}} = 7.8$, $\sin \gamma_{\dot{h}_{\max}} = 0.2043 \approx 12^\circ$, $\dot{h}_{\max} = 24.3 \text{ [m/s]}$.

2.4 Lot wznoszący bez pracującego silnika

Interesującym zagadnieniem do przeanalizowania (często pomijanym w literaturze) jest nabór wysokości bez pracującego silnika. Taka sytuacja może wydarzyć się podczas lotu koszącego (wysokość 30-50 m). W przypadku np. zderzenia z ptakiem następuje wyłączenie silnika i pilot musi osiągnąć minimalną bezpieczną wysokość katapultowania (samolot TS-11 Iskra). Sytuacja awaryjna w locie na małej wysokości oraz minimalna wysokość katapultowania wynosząca 250 m wskazuje na konieczność podjęcia szybkiej decyzji przez pilota. Wysokość katapultowania 250 m zapewnia otwarcie przez automat AD – 3 pasów fotela i otwarcie spadochronu (automat KAP – 3P), po oddzieleniu się pilota od fotela. Wydarzenie takie miało miejsce 10 marca 1989 roku. Pilot w locie koszącym stwierdził spadek obrotów pędni silnika, kosztem zmniejszenia prędkości nabrał wysokości do 250 m i bezpiecznie opuścił statek powietrzny.

Równania równowagi lotu wznoszącego w układzie symetrycznym (bez pracującego silnika) można zapisać jako

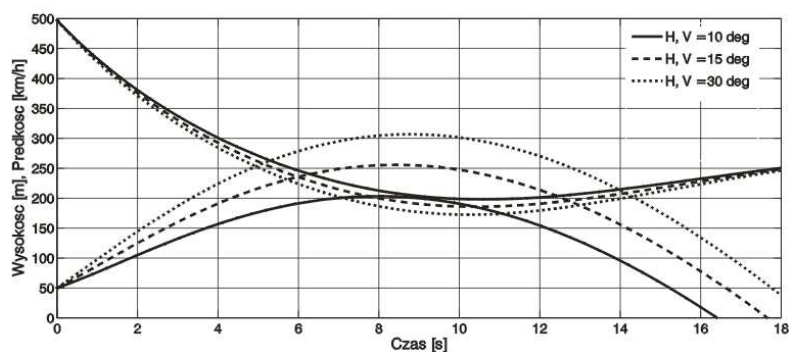
$$\dot{V}(t) = \frac{-D - G \cdot \sin \gamma(t)}{m} = \frac{-0.5 \cdot \rho \cdot C_D \cdot S \cdot V^2(t) - m \cdot g \cdot \sin \gamma(t)}{m} \quad (26)$$

$$\dot{\gamma}(t) = \frac{L - G \cdot \cos \gamma(t)}{mV(t)} = \frac{0.5 \cdot \rho \cdot C_L \cdot S \cdot V^2(t) - m \cdot g \cdot \cos \gamma(t)}{mV(t)} \quad (27)$$

$$\dot{h}(t) = -\dot{z}(t) = V_z = V(t) \cdot \sin \gamma(t) \quad (28)$$

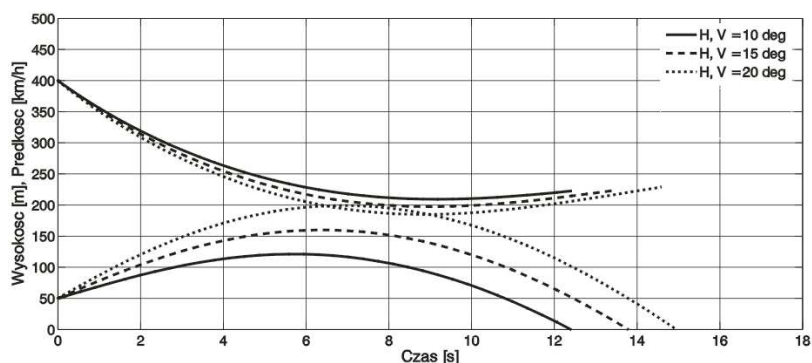
$$\dot{r}(t) = \dot{x}(t) = V_x = V(t) \cdot \cos \gamma(t) \quad (29)$$

Powyższe wyrażenia wprowadzono do programu MATLAB – Simulink. Opracowano model komputerowy przy wykorzystaniu metody blokowej. Warunki początkowe symulacji: $h_{lotu} = 50 \text{ m}$, $V_{lotu} = 500 \text{ km/h}$, $m = 3300 \text{ kg}$, $\alpha = 5^\circ$, $\gamma = 10, 15, 20^\circ$. Rys. 4. przedstawia zmianę prędkości i wysokości lotu statku powietrznego w zależności od kąta pochylenia γ .



Rys.4. Zmiana prędkości i wysokości lotu statku powietrznego w zależności od kąta pochylenia γ

Podczas wyłączenia silnika w locie koszącym najważniejszy jest płynny nabór wysokości z odpowiednim kątem natarcia (najlepszą doskonałość w konfiguracji gładkiej, bez pracującego silnika (C_L/C_D) uzyskuje się przy $\alpha = 5^\circ$). Przy prędkości podłużnej samolotu wynoszącej 500 km/h , najkorzystniejszy kąt naboru wysokości wynosi $15 - 20^\circ$. Zapewnia to nabór wysokości do 250 m , przy zachowaniu prędkości $> 220 \text{ km/h}$. Natomiast kąt pochylenia $\gamma \approx 10^\circ$ nie gwarantuje pilotowi osiągnięcia bezpiecznej wysokości.



Rys.5. Zmiana prędkości i wysokości lotu statku powietrznego w zależności od kąta pochylenia γ

Na Rys.5. przedstawiono zmianę prędkości i wysokości lotu statku powietrznego w zależności od kąta pochylenia γ przy prędkości początkowej $V = 400 \text{ km/h}$. Jak zauważamy, prędkość 400 km/h w locie koszącym nie zapewnia możliwości naboru wysokości 250 m . Jedynym wyjątkiem w takiej sytuacji jest nabór wysokości kosztem zmniejszenia prędkości do 250 km/h ($120 - 170 \text{ m}$ – w zależności od kąta pochylenia) i wykonanie przymusowego lądowania bez wypuszczonego podwozia, na wychylonych

klapach zaskrzydłowych. Wychylone klapy zwiększają współczynnik siły nośnej. Przykładowo przy $\alpha = 5^\circ$ (w konfiguracji gładkiej, bez pracującego silnika) $C_L = 0.33$, natomiast w konfiguracji lądowania $C_L = 0.73$. Współczynniki oporu wynoszą odpowiednio $C_D = 0.03$ i $C_D = 0.14$.

Przedstawione tory lotu wraz z charakterystykami prędkościowymi i kątowymi w układzie symetrycznym, mogą być z powodzeniem wykorzystane jako warunki początkowe do modelowania trajektorii katapultowania fotela katapultowego.

3. WNIOSKI

Wznoszenie statku powietrznego można zaliczyć do jego własności lotnych. Szczególnego znaczenia własność ta nabiera podczas startu (im szybsze wznoszenie, tym mniejsza jest wymagana długość pasa startowego). Kolejnym przykładem jest niesprawność silnika podczas lotu na małej wysokości. Znajomość przez pilota możliwości lotnych danego samolotu umożliwia podjęcie właściwej decyzji dotyczącej naboru wysokości do katapultowania, lub przyziemienia w przygodnym terenie.

4. BIBLIOGRAFIA

- [1] Cook M.: *Flight Dynamics, principles*, Elsevier, Great Britain 2007.
- [2] Etkin B., Reid L.: *Dynamics of flight, stability and control*, Wiley, USA 1996.
- [3] Goraj Z.: *Dynamika i aerodynamika samolotów manewrowych z elementami obliczeń*, Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Warszawa 2001.
- [4] Stengel R.: *Flight Dynamics*, Princeton University Press, New Jersey 2004.
- [5] Stevens B., Lewis F., *Aircraft control and simulation*, Wiley, Mexico 2003.
- [6] *Samolot TS-11 „Iskra”, Instrukcja Techniki Pilotowania*, Ministerstwo Obrony Narodowej Dowództwo Wojsk Lotniczych, Lot. 1851/78, Poznań 1978.