

Leszek MAJKUT ¹
Ryszard OLSZEWSKI ²
Radosław MARCZUK ³

DETEKCJA USZKODZEŃ PRZEKŁADNI ZĘBATYCH Z WYKORZYSTANIEM DEKOMPOZYCJI EMPIRYCZNEJ

W pracy przedstawiono detekcję uszkodzeń zębów przekładni zębatej z wykorzystaniem dekompozycji empirycznej oraz transformacji cepstralnej. Dekompozycja empiryczna jest metodą analizy sygnału poprzez rozłożenie go na zbiór ortogonalnych tzw. Intrinsic Mode Functions. Pozwala również na wyznaczenie tzw. częstości chwilowych. Zastosowanie analizy cepstralnej do „sygnału” częstości chwilowych pozwoliło na uzyskanie informacji czy przekładnia jest uszkodzona, natomiast „intensywność” tzn. wielkość uszkodzenia badano analizując wartość współczynników cepstralnych.

EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION METHOD AS A TOOL FOR GEARS FAULTS DETECTION

This paper presents detection of gears faults using Empirical Mode Decomposition algorithm. EMD is a way to decompose a signal into so-called Intrinsic Mode Functions (IMF), and obtain instantaneous frequency data.

Cepstral analysis of instantaneous frequency was used for obtaining information about gear health, cepstral coefficients allowed to determine the fault intensity.

1. WSTĘP

Skrzynie przekładniowe są elementem powszechnie spotykanym, m.in. w pojazdach samochodowych. Powinny się więc one charakteryzować wysoką trwałością i niezawodnością działania. Podczas codziennej eksploatacji wszystkie elementy napędowego łańcucha kinematycznego, w tym i przekładnie, podlegają intensywnym obciążeniom. Ze względu na kluczową rolę w łańcuchu napędowym ich uszkodzenie prowadzić może do uszkodzenia kolejnych elementów łańcucha kinematycznego bądź

¹ Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki, Kraków 30-059, Al. Mickiewicza 30. email: majkut@agh.edu.pl

² jw. email: olszewsk@agh.edu.pl

³ jw. email: marczuk@agh.edu.pl

groźnego w skutkach wypadku. Wskazaniem jest więc diagnozowanie ich stanu, by ewentualne uszkodzenie zostało wykryte jak najwcześniej.

W pracy opisano możliwości wykorzystania dekompozycji empirycznej do wczesnej detekcji i kwantyfikacji uszkodzenia zęba. Modelowanym uszkodzeniem było pęknięcie u podstawy zęba, którego skutkiem jest procentowa zmiana sztywności uszkodzonego zęba.

2. METODA DEKOMPOZYCJI EMPIRYCZNEJ

Metoda dekompozycji empirycznej została opracowana przez Huanga i innych w 1998 roku [1]. Opiera się na prostym założeniu, że każdy sygnał zawiera różne proste wewnętrzne oscylacje (mody). Każdy liniowy bądź nieliniowy mod będzie miał taką samą ilość ekstremów i przejść przez zero. Pomiedzy kolejnymi przejściami przez zero występuje tylko jedno ekstremum. Każdy mod powinien być niezależny od pozostałych. W ten sposób każdy sygnał może być rozłożony na pewną ilość niezależnych funkcji IMF (Intrinsic Mode Functions) spełniających warunki:

1. w całym zbiorze danych, ilość ekstremów i ilość przejść przez zero musi być sobie równa, bądź różnić się tylko o 1
2. w każdym punkcie średnia wartość obwiedni zdefiniowanej przez maksima lokalne i obwiedni zdefiniowanej przez minima lokalne jest równa 0.

Funkcja IMF reprezentuje tzw. prosty mod oscylacyjny, który odpowiada prostej funkcji harmoniczej. Na podstawie tej definicji, każdy sygnał $x(t)$ może być rozłożony w następujący sposób:

1. wyznaczenie lokalnych ekstremów i aproksymacja lokalnych maksimów za pomocą krzywej sklepanej 3 stopnia, uzyskując górną obwiednię sygnału.
2. powtórzenie powyższej operacji dla lokalnych minimów pozwoli uzyskać dolną obwiednię sygnału. Wszystkie dane powinny się zawierać pomiędzy dolną a górną obwiednią.
3. wyznaczenie średniej górnej i dolnej obwiedni oznaczonej jako m_1 oraz różnicy pomiędzy sygnałem $x(t)$ i m_1 jest pierwszym komponentem h_1

$$x(t) - m_1 = h_1 \quad (1)$$

Idealnie byłoby, gdyby h_1 był funkcją IMF, wtedy byłby to pierwszy komponent sygnału $x(t)$

4. Jeśli h_1 nie jest funkcją IMF, jest traktowane jako oryginalny sygnał i kroki 1., 2. i 3. są powtarzane

$$h_1 - m_{11} = h_{11} \quad (2)$$

Powtarzając operację tzw. przesiewania k -razy otrzymujemy h_{1k} , który to komponent jest funkcją IMF czyli:

$$h_{1(k-1)} - m_{1k} = h_{1k} \quad (3)$$

Co jest oznaczone jako:

$$c_1 = h_{1k} \quad (3)$$

5. Komponent c_1 jest usuwany z sygnału $x(t)$. Otrzymujemy:

$$r_1 = x(t) - c_1 \quad (4)$$

gdzie r_1 jest traktowany jako oryginalny sygnał i cały proces jest powtarzany.

Otrzymujemy drugą funkcję IMF c_2 sygnału $x(t)$. Cały proces powtarza się n -krotnie, otrzymując n funkcji IMF sygnału $x(t)$. Wtedy:

$$\begin{aligned} r_1 - c_2 &= r_2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (5)$$

$$r_{n-1} - c_n = r_n$$

Proces dekompozycji kończy się, kiedy r_n będzie funkcją monotoniczną, z której nie da się już uzyskać funkcji IMF. Na podstawie równań (5) i (6) można napisać:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j + r_n \quad (7)$$

Fukcje IMF c_1, c_2, \dots, c_n zawierają różne zakresy pasm częstotliwości od wysokiej do niskiej. Składowe częstotliwościowe zawarte w każdym paśmie są różne i zmieniają się wraz ze zmianą w czasie sygnału $x(t)$ a r_n reprezentuje główny trend sygnału.

3. LOKALNE WIDMO HILBERTA

Dla każdej funkcji IMF można wyznaczyć jej transformatę Hilberta (9):

$$H[c_i(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(t')}{t-t'} dt' \quad (9)$$

Oraz tzw. sygnał analityczny (10):

$$z_i(t) = c_i(t) + jH[c_i(t)] = a_i(t)e^{j\Phi_i(t)} \quad (10)$$

w którym:

$$a_i(t) = \sqrt{c_i^2(t) + H^2[c_i(t)]} \quad (11)$$

$$\Phi_i(t) = \arctg \frac{H[c_i(t)]}{c_i(t)} \quad (12)$$

Na podstawie równania (12) wyznaczyć można pewną częstość, zwaną częstością chwilową:

$$\omega_i(t) = \frac{d\Phi_i(t)}{dt} \quad (13)$$

Po wyznaczeniu transformaty Hilberta każdej funkcji IMF oryginalny sygnał można opisać jako część rzeczywistą w poniższej postaci:

$$x(t) = \operatorname{Re} \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j\Phi_i(t)} = \operatorname{Re} \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j \int \omega_i(t) dt} \quad (14)$$

Równanie (14) przedstawia zarówno amplitudę jak i częstotliwość w funkcji czasu.

Ten czasowo-częstotliwościowy rozkład amplitudy jest określany jako widmo Hilberta $H(\omega, t)$:

$$H(\omega, t) = \operatorname{Re} \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j \int \omega_i(t) dt} \quad (15)$$

4. MODEL ZAZĘBIENIA PRZEKŁADNI

Model matematyczny zazębienia współpracujących ze sobą kół zębatych oparto na modelu fizycznym układu drgającego o jednym stopniu swobody, który opisuje zależność (16):

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c(t) \frac{dx(t)}{dt} + F_d = F_s \quad (16)$$

gdzie $x(t)$ wyraża przemieszczenie wzdłuż linii przyporu, m jest proporcjonalne do masy zazębionych kół, $c(t)$ jest zmiennym tłumieniem, F_d jest siłą dynamiczną, zaś F_s wyraża obciążenie statyczne.

Siła dynamiczna F_d może być modelowana z wykorzystaniem nieliniowej funkcji luzu BL , która wyrażona jest iloczynem współczynnika sztywności zazębienia $K(t)$ i wartości odkształcenia zębów w sposób następujący:

$$F_d = \begin{cases} K(t)[x(t) + e(t)] & \text{dla } x + e \geq 0 \\ 0 & \text{dla } -BL \leq x + e < 0 \\ K(t)[x(t) + e(t) + BL] & \text{dla } x + e \leq -BL \end{cases} \quad (17)$$

W modelu siły dynamicznej uwzględniono funkcję przenoszenia błędu $e(t)$, która opisuje błąd powstający przy obrocie koła zębatego jako niedokładność wykonania każdego z zębów wchodzących w przypór. Może ona być opisana szeregiem różnych zależności. Jako jeden z możliwych sposobów jej określenia przyjęto postać sumy szeregu Fouriera:

$$e = a_1 \cos(2\pi f_{01} t) + a_2 \cos(2\pi f_{02} t) + \sum_{i=1}^n b_i \cos(2\pi f_m t) \quad (18)$$

gdzie: f_m jest częstotliwością zazębienia, zaś f_{01} i f_{02} odpowiednio częstotliwością związaną z obrotem koła zębatego i częstotliwością obrotu zębniaka.

Zmienna sztywność w funkcji czasu, a tym samym zazębienia, stanowi podstawę modelu i ma bezpośredni wpływ na jego jakość. Sztywność zazębienia może być modelowana w funkcji obrotu i wyrażona jako:

$$K(t) = \begin{cases} K_a(1+\alpha) & \text{dla } (k-1)T \leq t < (C_r - 2 + k)T \\ K_a(1-\alpha) & \text{dla } (C_r - 2 + k)T \leq t < kT \end{cases} \quad (19)$$

dla $k=1, 2, \dots, n_t$, gdzie n_t oznacza liczbę zębów. K_a wyraża średnią sztywność, α określa zmianę średniej wartości sztywności, zaś $T=1/f_m$ jest okresem zazębienia, zaś C_r oznacza wskaźnik przyporu czołowego współpracujących kół.

Współczynnik tłumienia $c(t)$ może być wyrażony przez tłumienie krytyczne zależne od zmiennej sztywności $K(t)$:

$$c(t) = C_I \sqrt{K(t)} \quad (20)$$

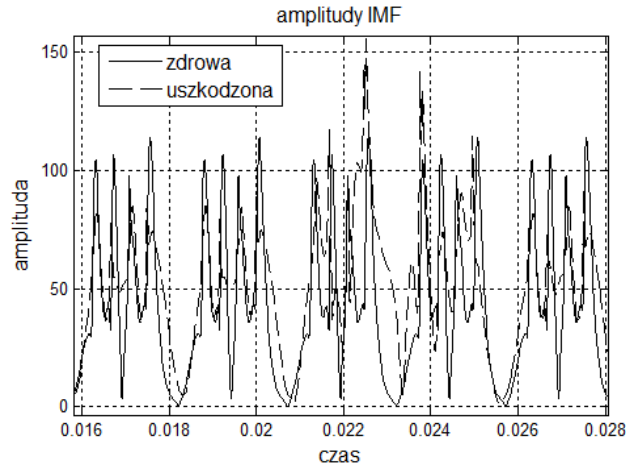
gdzie: C_I jest współczynnikiem tłumienia krytycznego zależnym od momentu bezwładności i sztywności $K(t)$ określonej równaniem (18).

Uszkodzenie przekładni zębatej było modelowane jako zmiana sztywności zęba będącego w przyporze dla jednego z kół zębatych – zębniaka. Zmiana sztywności w tym wypadku oznacza procentowe zmniejszenie sztywności wynikającej z osłabienia zęba wskutek uszkodzenia, polegającego na pęknięciu w strefie jego stopy.

5. DIAGNOSTYKA PRZEKŁADNI

Zarejestrowane sygnały drgań dla przekładni nieuszkodzonej i z wprowadzonym uszkodzeniem poddano dekompozycji empirycznej EMD.

Na rys. 1 pokazano zmiany amplitud funkcji IMF z dekompozycji sygnałów zarejestrowanych dla przekładni zdrowej (linia ciągła) i uszkodzonej (linia przerywana). Jak można zauważyć, zmiany wartości amplitud funkcji IMF są tak małe, że tylko na tej podstawie nie jest możliwe stwierdzenie wystąpienia uszkodzenia przekładni.



Rys. 1. Przebieg funkcji IMF dla przekładni zdrowej i uszkodzonej

Obok niewielkich, jak wspomniano powyżej, zmian amplitudy funkcji IMF uszkodzenie jednego z zębów przekładni ma wpływ również na częstotści chwilowe (13), które z kolei związane są ze zmianami kątów fazowych sygnałów analitycznych funkcji IMF (12).

Zmiany tych częstotści są niezauważalne przy analizie sygnału obejmującego jedynie jeden obrót wału przekładni. Stąd do analizy należy wybrać sygnał, zarejestrowany co najmniej dla kilkunastu obrotów wału przekładni, dzięki czemu możliwe jest badanie zarówno okresowości jak i intensywności zmian sygnału spowodowanych uszkodzeniem zęba.

5.1 Analiza cepstralna

Jednym z narzędzi do badania okresowości widma sygnału jest analiza cepstralna. Cepstrum rzeczywiste definiuje się jako (21):

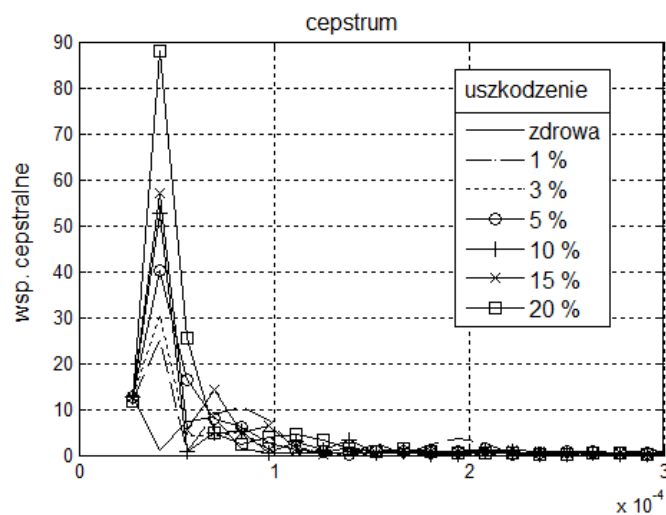
$$C(\tau) = F^{-1}[\ln(F[x(t)])] \quad (21)$$

gdzie: F - oznacza transformatę Fouriera sygnału $x(t)$

F^{-1} - odwrotna transformata Fouriera

Czyli cepstrum wyznacza się jako odwrotną transformatę Fouriera logarytmu widma sygnału $x(t)$.

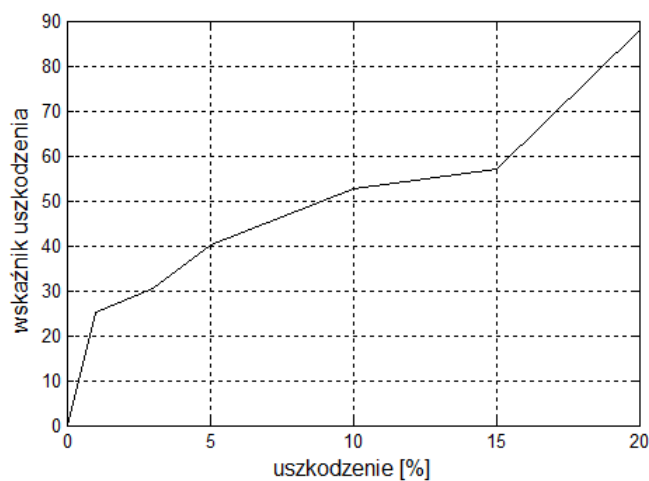
Zastosowanie analizy cepstralnej pozwala na uzyskanie informacji czy przekładnia jest uszkodzona, natomiast „intensywność” tzn. wielkość uszkodzenia badać można analizując wartość współczynników cepstralnych. Przebiegi transformaty cepstralnej częstotści chwilowej (13) wyznaczonych dla przekładni o różnym stopniu uszkodzenia pokazano na rys. 2:



Rys. 2. Współczynniki cepstralne częstości chwilowych

Autorzy proponują by jako wskaźnik uszkodzenia przyjąć wartość współczynnika cepstralnego wyznaczonego dla drugiej próbki transformaty cepstralnej. Wg autorów ten współczynnik odpowiada okresowości związanej z ząbieniem z uszkodzonym zębem. Z tego powodu współczynnik ten jest równy zero dla przekładni nieuszkodzonej.

Na rys. 3 pokazano przebieg proponowanego skalarnego wskaźnika uszkodzenia w funkcji stopnia uszkodzenia zęba (głębokości pęknięcia u podstawy zęba).



Rys. 3. Proponowany wskaźnik uszkodzenia

6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Jak wspomniano we wstępie, przekładnie zębate są istotnym elementem napędowego łańcucha kinematycznego. Ich uszkodzenie prowadzi do uszkodzenia kolejnych elementów łańcucha kinematycznego a co za tym idzie do wypadku. W pracy zaproponowano metodę diagnostyki przekładni zębatych opartych o dekompozycję empiryczną zarejestrowanego sygnału drganiowego oraz analizę cepstralną tzw. częstości chwilowych.

Bezpośrednia analiza amplitud funkcji IMF, będących elementami dekompozycji empirycznej nie pozwala na stwierdzenie, czy dana przekładnia jest uszkodzona. Dopiero zastosowanie analizy cepstralnej pozwala na uzyskanie informacji o uszkodzeniu przekładni, natomiast „intensywność” tzn. wielkość uszkodzenia badać można analizując wartość współczynników cepstralnych.

Analizując przebiegi współczynników cepstralnych na rys. 2 zauważyć można wyraźne ich zróżnicowanie w zależności od wielkości uszkodzenia zęba zarówno w porównaniu z przebiegami o innym stopniu uszkodzenia, jak i w porównaniu z przebiegiem dla przekładni nieuszkodzonej. Zauważalny jest również wyraźny trend proponowanego wskaźnika w funkcji wzrostu uszkodzenia.

Współczynnik cepstralny wyznaczony dla drugiej próbki transformaty cepstralnej ze względu na korelację z okresowością związaną zazębieniem z uszkodzonym zębem, jest bardzo dobrym wskaźnikiem uszkodzenia.

Zastosowanie nowoczesnego narzędzia analizy sygnałów jakim jest dekompozycja empiryczna w powiązaniu z transformacją cepstralną daje dobre efekty w diagnozowaniu stanu przekładni zębatej.

Pracę wykonano w ramach badań statutowych 11.11.130.885

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Huang N.E., Shen Z., Long S.R, Wu N.C, Shih H.H, Zheng Q., Yen N.C., Tung C.C., Liu H.H, *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis*, Proc. of the Royal Society of London A 454 (1998) 903-995
- [2] Lei Y., He, Z. Zi, Y.: *Application of the EEMD method to rotor fault diagnosis*, Mechanical Systems and Signal Processing, 2009(23) pp. 1327-1338
- [3] Liu B., Riemenschneider S., Xu, Y.: *Gearbox fault detection using empirical mode decomposition and Hilbert spectrum*, Mech. Sys. and Sig. Proc., 2006(20) pp. 718-734
- [4] Majkut L., Marczuk R. *Diagnostyka elementów środków transportu z wykorzystaniem dekompozycji empirycznej na przykładzie łożysk tocznych*- Logistyka 2009 nr6 s. 1–10
- [5] Peng Z.K. Chu F.L *Application of wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnostics*, Mechanical Systems and Signal Processing 18(2004)
- [6] Randall G.A, *Hilbert transform techniques in machine diagnostics*, IFToMM International Conference on Rotodynamics, Tokyo 1986
- [7] Yang, W., Tavner, P.J.: *Empirical mode decomposition, an adaptive approach for interpreting shaft vibratory signals of large rotating machinery*, Journal of Sound and Vibration 2009(321) pp. 1144-1170