

Piotr ŻACH¹

NOWATORSKIE PODEJŚCIE W ZAKRESIE MODELOWEGO OPISU MATERIAŁÓW ELASTOMEROWYCH

Celowe jest zastosowanie nowych metod opisu przy użyciu analitycznych złożonych zależności matematycznych czy systemów numerycznych zbudowanych w oparciu o Metodę Elementów Skończonych. W referacie zaprezentowano metodę oceny właściwości materiałów o nieliniowych właściwościach. Dokonano omówienia zagadnień związanych z doświadczalną weryfikacją właściwości materiałów lepko sprężystych. Przedstawiono metodykę opisu cech i zachodzących zjawisk w materiałach hiperelastycznych wykonaną w oparciu o analizę w systemie MATHEMATICA.

INNOVATORY APPROACH IN DESCRIPTION MODEL of ELASTOMERS MATERIALS

The purposeful use of new methods of description is near use analytic folded the mathematical relation whether the numeric built in support about Finite Elements Method systems. The method of opinion of propriety materials about non-linear proprieties in report was presented. The discussions of questions were executed connected with experimental verification of propriety of viscidly springy materials. It the methodology of description of features was introduced in hyperelastics materials setting phenomena in support about analysis in system MATHEMATICA.

1. WSTĘP

Projektowanie elementów maszyn wykonanych z tworzyw sztucznych i kompozytów prowadzi do szeregu nowych zagadnień, w szczególności oceny wytrzymałości w przypadku występowania właściwości hiperelastycznych. Celowe jest tu zastosowanie nowych metod opisu tj. analitycznych złożonych związków matematycznych czy systemów numerycznych zbudowanych w oparciu o Metodę Elementów Skończonych – posiadających modele materiałów hiperelastycznych. Jako preprocesor może być użyty system CAD w wersji 3D, np. CATIA, SolideWORKS, AutoCAD INVENTOR, UNIGRAPHICS. Wartości parametrów modeli przyjęto korzystając z wyników badań doświadczalnych wykonanych na potrzeby pracy.

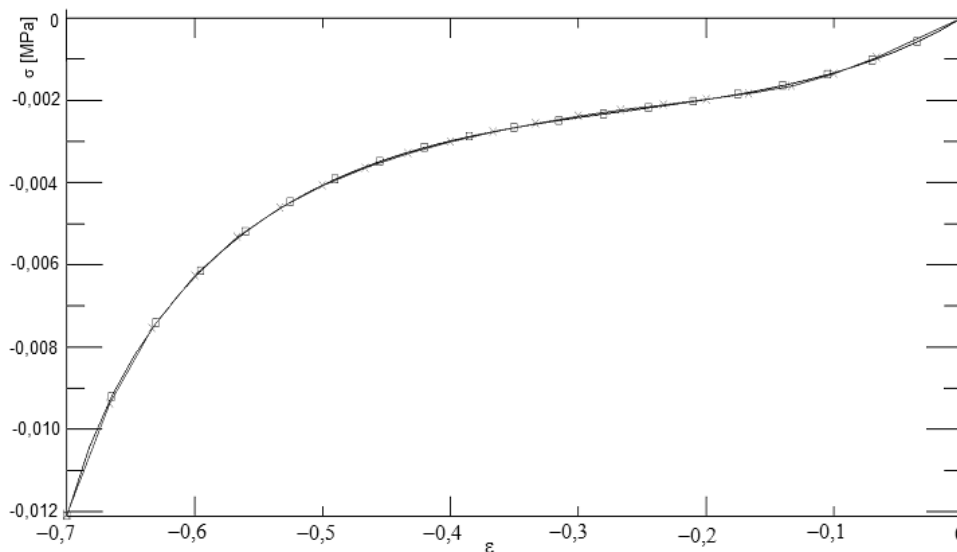
¹Politechnika Warszawska, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych; 02-524Warszawa; ul. Narbutta 84.
tel: + 48 22 234-86-20, Fax: + 48 22 234-86-22, e-mail:pzach@simr.pw.edu.pl

2. CHARAKTERYSTYKA STRUKTURALNA ELEMENTÓW Z MATERIAŁÓW LEPKOSTYCZNYCH

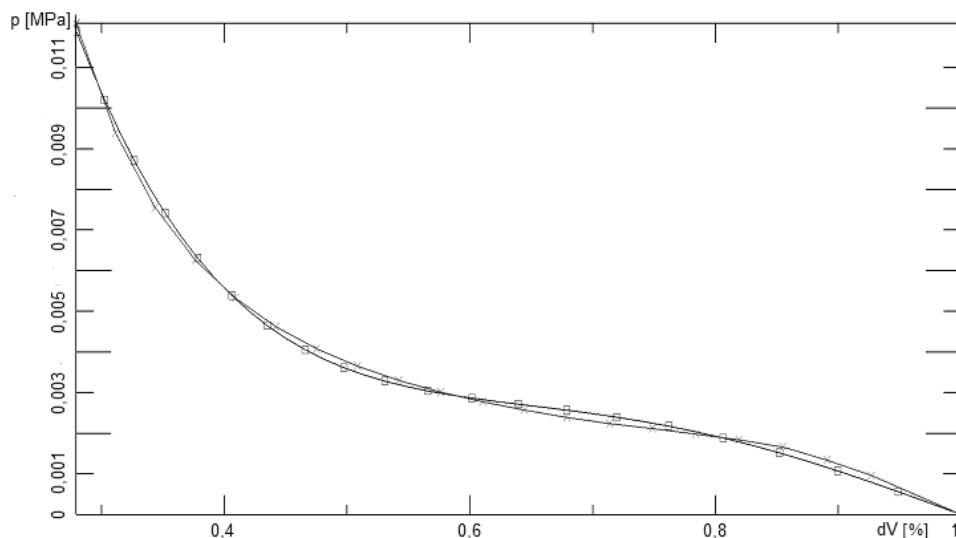
Materiałami hiperelastycznymi będziemy nazywać struktury polimerowe, w których mogą występować bardzo duże odwracalne odkształcenie (nawet do 1000 %). Występuje znaczna różnorodność tego rodzaju materiałów: od praktycznie nieściśliwych elastomerów do miękkiej pianki o dużej ściśliwości i ujemnej liczbie Poissona.

Każdy rodzaj materiału wymaga przyjęcia innego modelu, z uwzględnieniem znacznego wpływu temperatury i szybkości obciążania. W teorii materiałów hiperelastycznych stosowane są dwa sposoby opisu: modele wielomianowe, z których znane są przypadki szczególne: Mooney'a-Rivlina i Yeoh'a i modele, w których człony nieliniowe występują już w pierwszym składniku – najbardziej znane są tu modele Ogdena. Dotychczas autor w zakresie identyfikacji i badań tego typu materiałów: Uczelniany Program Badawczy [1], prace [2], [3] pozwalają stwierdzić, że najlepiej modele materiałów hiperelastycznych są wbudowane w systemach Metody Elementów Skończonych: ANSYS i ABAQUS.

Ocena właściwości materiałów hiperelastycznych wymaga porównania krzywych ściskania i zmiany objętości z badań doświadczalnych i obliczeń MES. Przykład identyfikacji właściwości miękkiej pianki pochodzącej z pracy [4] przedstawiono na rys. 1 i 2 (krzyżyki – badania doświadczalne, kwadraty – obliczenia z modelu Ogdena). Analiza dostępnych wariantów umożliwiła wytypowanie opisu – stwierdzono, że w przypadku materiałów o dużej ściśliwości najlepsze są modele Ogdena opisane w pracach [5], [6].



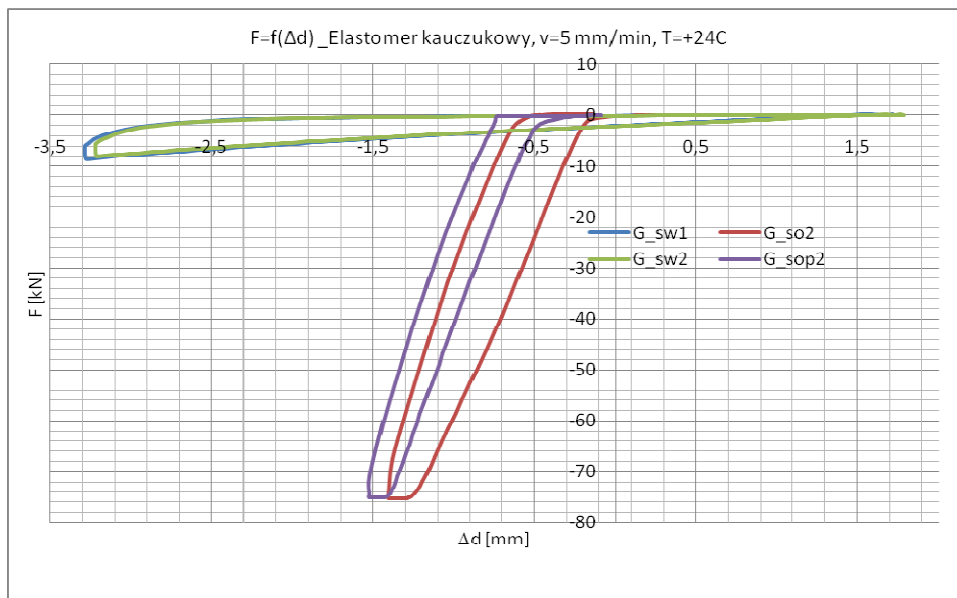
Rys. 1. Porównanie przebiegu krzywej: naprężenie - odkształcenie otrzymanej doświadczalnie i otrzymanej dla modelu Ogdena $N=3$



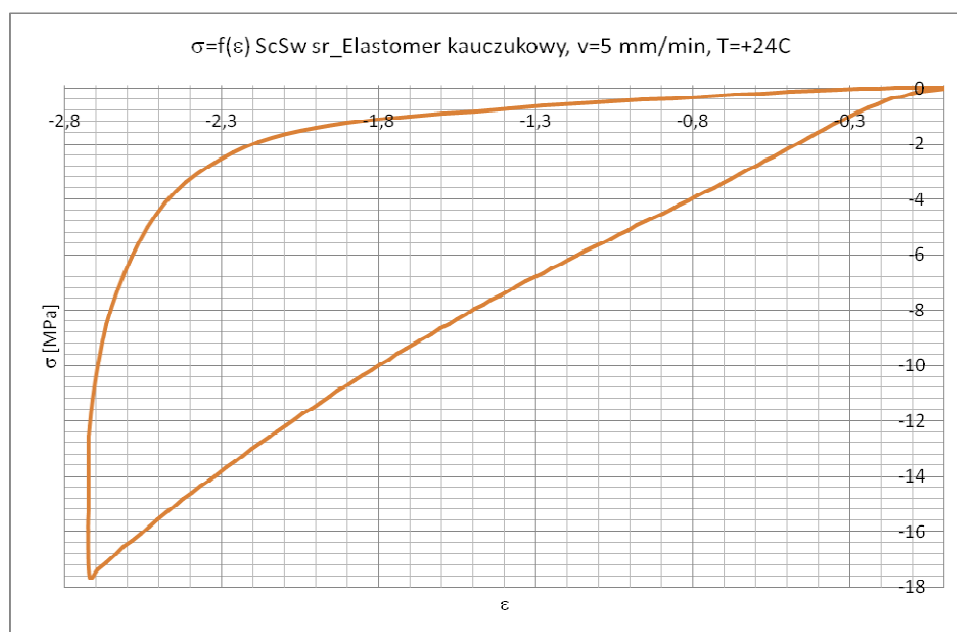
Rys. 2. Zestawienie charakterystyki $p = f(dV)$: z testu z krzywą dla modelu Ogdena $N=3$

3. DOŚWIADCZALNY OPIS MATERIAŁÓW ELASTOMEROWYCH

W Instytucie Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej w Pracowni Wytrzymałości Zmęczeniowej i Mechaniki Pęknięcia z wykorzystaniem maszyny Instron MTS 809 Axial/Torsional Test System (klasa dokładności 1), przeprowadzono badania materiałów polimerowych korzystając z zaleceń i procedur wskazanych w [1], [2], [3], [4], w tym m.in. elastomeru kauczuku naturalnego o symbolu S1. Materiały przebadano stosując skrajnie różne stany pracy: odkształcanie swobodne i ograniczone elementów, temperatury pracy: nominalna $+23^{\circ}\text{C}$ i stanu szklanego kruchej ok. -15°C oraz różne prędkości odkształcania. Na rysunku 3 zamieszczono porównanie charakteru pracy materiału przy ścisaniu swobodnym i ograniczonym, zaś na rysunku 4 uśrednioną charakterystykę doświadczalną naprężeniowo – odkształceniową materiału przy ścisaniu swobodnym, dla prędkości odkształcania 5 mm/min i temperatury $T=+24^{\circ}\text{C}$.



Rys. 3. Zestawienie przebiegów doświadczalnych $F = f(\Delta d)$ elastomeru kauczukowego dla pracy ściskania swobodnego i granicznego



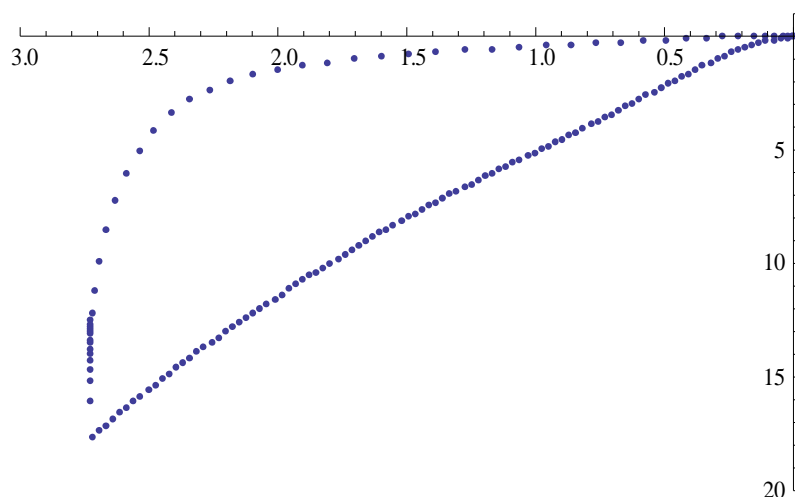
Rys. 4. Uśredniona charakterystyka $\sigma = f(\varepsilon)$ elastomeru kauczukowego – ściskanie swobodne

4. NUMERYCZNA ANALIZA STRUKTUR HIPERELASTYCZNYCH

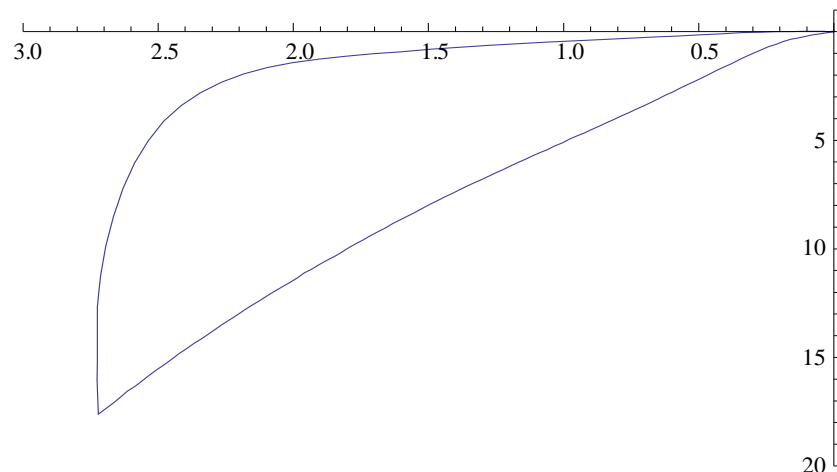
Do analizy numerycznej i oceny właściwości materiału wykorzystano pakiet wspomagającego obliczenia matematyczne MATHEMATICA.

Przygotowano programy służące do analizy dużych serii danych. Poniżej zamieszczono przykład importu i obróbki danych. Serie danych z systemu analizy sygnału Instron MTS 809 zostały wczytane do macierzy. Wykorzystanie takiego formatu umożliwia złożoną ale jednocześnie bardzo dokładną syntezę wyników oraz ich wielkoformatowa obróbkę.

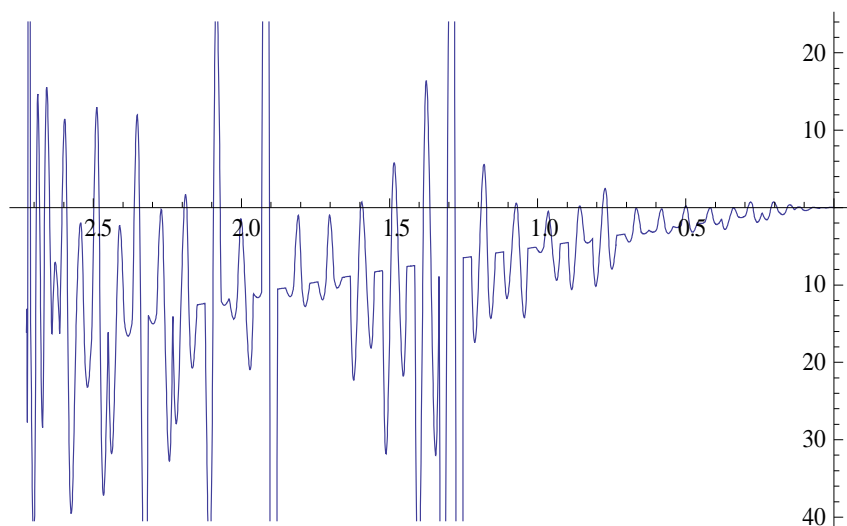
```
Print["Wczytanie danych z pliku txt do postaci macierzy"]  
dane=Import["abc.txt","Table"];  
pomiary=Table[{dane[[i,1]],dane[[i,2]]},{i,1,155}];  
ListPlot[pomiary,PlotRange[{{-3,0},{-20,1}}]  
ListLinePlot[pomiary,PlotRange[{{-3,0},{-20,1}}]  
Print["Interpolacja liniowa punktów pomiarowych"]  
h=dane//Interpolation
```



Rys. 5. Wykres serii danych w postaci chmury punktów pomiarowych



Rys. 6. Dopasowanie funkcji ciągłej do punktów pomiarowych



Rys. 6. Interpolacja liniowa chmury punktów pomiarowych wykonana przez system MATEMATICA

Dokonano systemowego podziału danych i identyfikację przebiegu przy wykorzystaniu wielomianów wyższego rzędu. Poniższy zapis umożliwi wygenerowanie opisu wielomianowego zgodnie ze zmianą gradientu przebiegu krzywej dla górnej części wykresu.

```
p2[x_]=Fit[gorna,{1,x,Exp[x]^6},x];
```

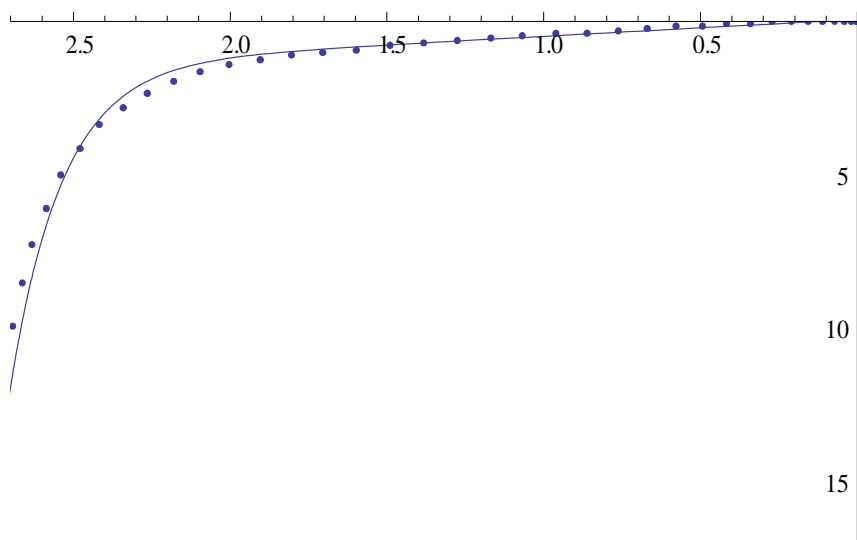
```
f[x_]=p2[x];
```

```
Print["y2 = p2[x] = ",p2[x]];
```

W wyniku otrzymano opis górnego przebiegu pętli histerezy zgodnie ze wzorem (1):

$$y_2 = p_2[x] = 0.0657995 - 9.62189 * 10^{-7} * e^{-6} * x + 0.550988 * x \quad (1)$$

Na rysunku 7 zamieszczono porównanie zmienności krzywej zbudowanej z punktów uzyskanych doświadczalnie i opisu wielomianowego.



Rys. 7. Porównanie zgodności przebiegu krzywej zbudowanej z punktów doświadczalnych (linia kropkowa), opis wielomianowy (linia ciągła)

4.1 Symulacja drgań w układzie z materiałem hiperelastycznym

Wykonano symulacje numeryczne drgań swobodnych z wymuszeniem harmonicznym układu z materiałem elastomerowym. Wykonany przykład ilustruje zjawiska zachodzące podczas doświadczalnych procesów oceny materiału na stanowisku pomiarowym. Poniżej zamieszczono kod numeryczny zastosowany do analizy zjawiska. Na rysunku 8 pokazano zależność zmiany siły wymuszającej w czasie, na rysunku 9 przebieg przemieszczenia w czasie, a na rysunku 10 zależność siły od przemieszczenia – wykres pętli histerezy.

DRGANIA NIELINIOWE Z NIELINIOWYM TŁUMIENIEM;

czas początkowy; $t_p=0$;

czas końcowy; $t_k=30$;

przemieszczenie początkowe; $x_0=0$.;

prędkość początkowa ; $\dot{x}_0=0$;

siła; $P=12$;

$\omega_m=1$;

definicja funkcji zero-jedynkowej ;

$H[tb_]:= (1+\text{Sign}[tb])/2$;

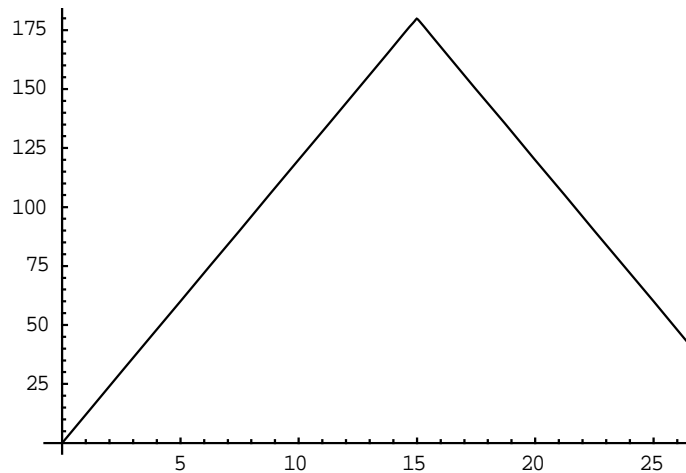
$\text{Plot}[H[tb],\{tb,-5,5\}]$

$\text{FW}[t1_]=P*t-2*P*H[t-tk/2]*(t-tk/2)$

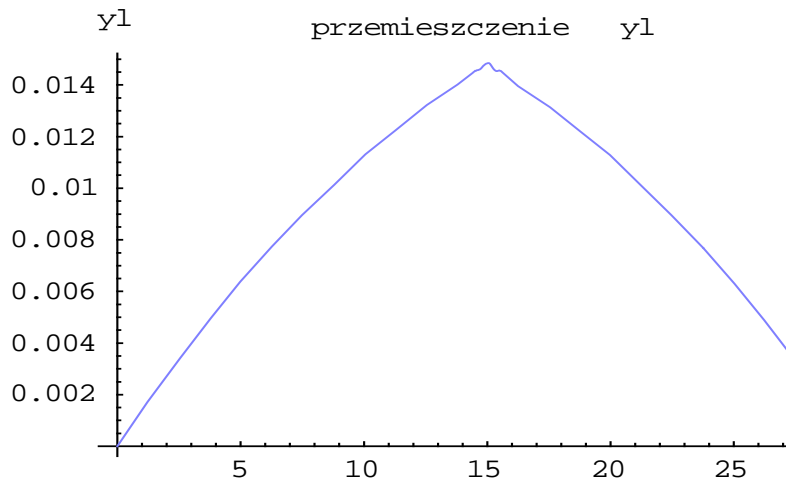
```

rozw=NDSolve[{m*y''[t]+c*y'[t]+c1*y'[t]^2+c2*y'[t]^3+c3*y'[t]^4+c4*y'[t]^5+c5*y'[t]^6+k*y[t]+k1*y[t]^2+k2*y[t]^3+k3*y[t]^4+k4*y[t]^5+k5*y[t]^6==FW[t],y[tp]==x0,y'[tp]==xi0},y,{t,tp,tk},MaxSteps==Infinity,AccuracyGoal==40];
yl[t]:=Evaluate[y[t]/.rozw]
w=Plot[yl[t],{t,tp,tk},AxesLabel->{"t","yl"},PlotLabel->"przemieszczenie yl",PlotRange==All,PlotStyle==CMYKColor[0.5,0.5,0,0]]
Plot[FW[t],{t,tp,tk}]
ParametricPlot[Evaluate[{y[t],FW[t]}/.rozw], {t,tp,tk}]

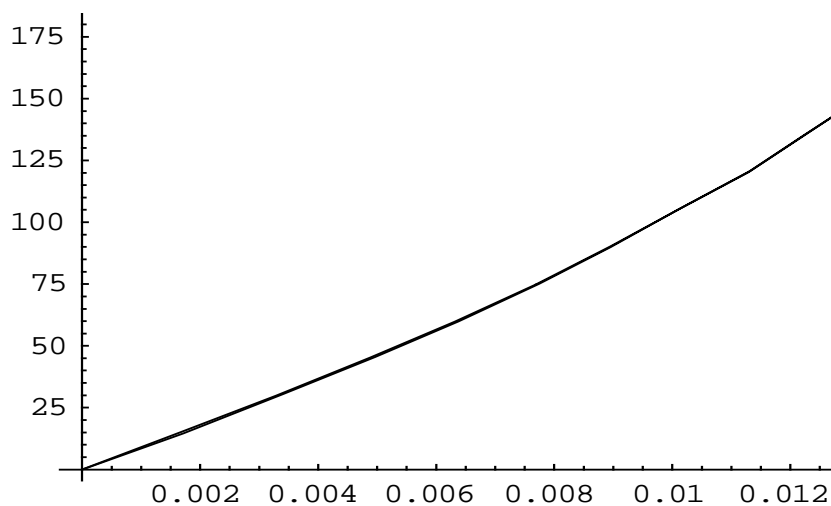
```



Rys. 8. Charakter zmiany wymuszenia (siły) w czasie: $F=f(t)$



Rys. 9. Zależność przemieszczenia w czasie: $y1=f(t)$



Rys. 10. Zależność siły od przemieszczenia – pętla histerezy

5. WNIOSKI

W referacie zaprezentowano metodę oceny właściwości materiałów o nieliniowych właściwościach. Stwierdzono, że do opisu materiałów o małej ściśliwości właściwym jest użycie opisu wielomianowego, zaś w przypadku dużej ściśliwości większą dokładność zapewniają modele Ogdena (różnych rzędów). Wnioski te są istotne ze względu na planowane zastosowanie materiałów. Weryfikacja modeli prowadzona była w oparciu o badania doświadczalne.

Stwierdzono, że wraz ze wzrostem zawartości segmentów sztywnych rosną naprężenia szczególnie przy 100% i 300% odkształceniu, zaobserwowano również wzrost wartości modułu Younga, wytrzymałości na rozciąganie i rozdzieranie, zwiększa się również odkształcenie trwałe, twardość, gęstość i zużycie ścierne, maleje odkształcenie do zerwania i odbojność.

Przyjęta metodyka opisu i analizy miała na celu opracowywanie algorytmu: oceny właściwości materii polimerowych, a w szczególności struktur hiperelastycznych, wyznaczenia stałych materiałowych, identyfikacji i szacowania energii: odkształcenia postaciowego i objętościowego, wyznaczania tłumienia wewnętrznego materiału.

Strukturalna ocena materiału na poziomie analitycznym umożliwi rozbudowę bazy wiedzy w zakresie możliwości projektowych i aplikacyjnych przy użyciu tego rodzaju tworzyw i pozwoli na rozszerzenie metod oceny i weryfikacji konstrukcji wykonywanych w oparciu o systemy MES.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Osiński J.: *Modelowanie właściwości materiałów konstrukcyjnych z tworzyw sztucznych i kompozytów*, Przegląd Mechaniczny, nr 3/2008, s. 27-30.

-
- [2] Sprawozdanie z pracy badawczej wykonanej w ramach Uczelnianego Programu Badawczego pod kierunkiem prof. Jerzego Osińskiego, *Tworzenie nowych właściwości i rozwój zastosowań tworzyw i kompozytów*, Warszawa 2006.
- [3] Dudziak M., Mielniczuk J.: *Nieklasyczne modele materiałów w projektowaniu maszyn*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom 2001.
- [4] Dębniak M., Niesiołowski D., Osiński J.: *Analiza wytrzymałościowo-szywnościowa struktury metalowo-piankowej*, X Jubileuszowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Programy MES we Wspomaganiu Analizy, Projektowania i Wytwarzania”, Kazimierz Dolny, 13-16.11.2007 r., s. 40-41.
- [5] Ogden R. W.: Large deformation isotropic elasticity – On the correlation of theory and experiment for incompressible rubber like solids, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 326(1567), 1972, s. 565-584.
- [6] Ogden R. W.: *Nonlinear Elasticity with Application to Material Modeling*, Institute of Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences, Lecture Notes 6, Warsaw 2003.