

*analiza numeryczna, toczne nagniatanie gładkościowe, temperatura, rozkład pól temperatur,
Metoda Elementów Skończonych, umacnianie mechaniczne powierzchni,
symulacja komputerowa, ANSYS/LS-DYNA, stan warstwy wierzchniej*

PATYK Radosław¹

KUŁAKOWSKA Agnieszka²

SYMULACJA ROZKŁADU PÓL TEMPERATUR W PROCESIE NAGNIATANIA GŁADKOŚCIOWEGO

Praca dotyczy modelowania komputerowego i symulacji procesu nagniatania gładkościowego wałków. Opracowano aplikację programie ANSYS/LS-DYNA do symulacji czasowej zjawisk fizycznych zachodzących w strefie kontaktu elementu nagniatającego z przedmiotem obrabianym. Badano wpływ zagłębienia narzędzia na wywołany stan naprężeń i odkształceń oraz rozkład i wartości temperatur. Przedstawiono przykładowe wyniki symulacji numerycznych.

SIMULATION OF TEMPERATURE FIELDS DISTRIBUTION IN THE SMOOTH BURNISHING PROCESS

This paper concerns computer modeling and simulation of smooth burnishing rolling process. The applications in program, ANSYS / LS-DYNA to time simulation of the physical phenomena occurring in the contact zone of the burnishing element with worked object were developed. The effect of depression caused by the tool on the state of stress and strain and the distribution and temperature values were tested. Exemplary results of numerical simulations are presented.

1. WPROWADZENIE

Przeznaczenie części oraz warunki ich eksploatacji determinują wymagania dotyczące jakości powierzchni, stanu warstwy wierzchniej oraz dokładności wymiarowo – kształtowej. Aktualne trendy w budowie i eksploatacji maszyn wymagają, aby wyroby cechowały się bardzo wysoką niezawodnością oraz przewidywalną trwałością. Niezbędne jest poszukiwanie i rozwijanie takich sposobów obróbki umożliwiających świadome kształtowanie wymaganych właściwości warstwy wierzchniej. Celem pracy jest opracowanie modelu cieplnego procesu tocznego nagniatania gładkościowego wałków. Obróbka powierzchniowa nagniataniem z jest jedną z metod obróbki wykańczającej metali, ich stopów oraz spieków. Polega ona na wykorzystywaniu miejscowego odkształcenia i ruchu ciepła, które zachodzą w warstwie wierzchniej przedmiotu, wskutek określonego kinetycznego i cieplnego działania twardego i gładkiego elementu nagniatającego

¹Politechnika Koszalińska, ul. Raclawicka 15-17, 75-620 Koszalin, radoslaw.patyk@tu.koszalin.pl

²Politechnika Koszalińska, ul. Raclawicka 15-17, 75-620 Koszalin, agnieszka.kulakowska@tu.koszalin.pl

w kształcie kulki, krążka, rolki lub koła zębatego na nierówności powierzchni obrabianej [3]. Wywołane odkształcenia plastyczne powodują lokalny i chwilowy wzrost temperatury, zjawisko to umożliwia w określonych przypadkach osiągnąć zamierzony efekt obróbki i nie powoduje odkształceń cieplnych całego przedmiotu, co jest szczególnie ważne w przypadku regeneracji części oraz obróbki części o małej sztywności plastycznej, takich jak blachy, rury cienkościenne i pręty [3]. Możliwości sterowania strukturą materiału i budową stref WW wyrobu w procesie nagniatania na półgorąco i gorąco są większe niż w przypadku nagniatania na zimno, gdyż obok oddziaływań mechanicznych występują dodatkowo oddziaływania cieplne. W pracy zajęto się procesem modelowania i symulacji rozkładu pól temperatur występujących podczas nagniatania gładkościowego wałków. Opracowano model matematyczny procesu oraz przedstawiono przykładowe wyniki symulacji.

2. MATEMATYCZNY MODEL RUCHU CIEPŁA

2.1. Przyrostowe równanie różniczkowe ruchu ciepła

Analityczne określenie pola przyrostu temperatury obiektu podczas nagniatania sprowadza się do rozwiązania nieliniowego równania różniczkowego nazywanego równaniem Fouriera-Kirchhoffa. Nieliniowość procesu przepływu ciepła wymaga zastosowania opisu przyrostowego. Przyjmując uaktualniony opis Lagrange'a, zakłada się znajomość pól temperatur w chwilach początkowej t_0 i aktualnej t , natomiast poszukuje się rozwiązania dla chwili następnej $\tau=t+\Delta t$, gdzie Δt jest bardzo małym przyrostem czasu. Wówczas równanie przyrostowe dla typowego kroku przyrostowego $t \rightarrow \tau$, w stałym układzie odniesienia $\{z\}$, dla przypadku ruchomych wewnętrznych i zewnętrznych źródeł ciepła, opisuje nieustalone pola przyrostu temperatury w objętościach przedmiotu i narzędzia, w których ciepło jest przenoszone przez przewodzenie. Równanie to ma postać [4÷6]:

$$\operatorname{div}\left\{{}^t\lambda({}^tT)\operatorname{grad}\left[{}^\tau\Delta T(\mathbf{z},\Delta t)\right]\right\}+{}^\tau\Delta q_{VI}[\cdot]+{}^\tau\Delta q_{VD}[\cdot]=$$

$$= {}^tC({}^tT){}_t\rho({}^tT){}^\tau\dot{\Delta T}(\mathbf{z},\Delta t), \quad (1)$$

gdzie ${}^\tau\dot{\Delta T}(\mathbf{z},\Delta t)=\frac{\partial[{}^\tau\Delta T(\mathbf{z},\Delta t)]}{\partial t}$ jest prędkością przyrostu temperatury, zaś

${}^t\lambda({}^tT)$, ${}^tC({}^tT)$, ${}_t\rho({}^tT)$, są zależnymi od temperatury na początku kroku odpowiednio przewodnością cieplną, ciepłem właściwym i gęstością materiału, natomiast:

$${}^\tau\Delta q_{VI}[\cdot]=k_e\left[\frac{{}^\tau I^2{}^\tau R({}^\tau T)}{{}^\tau V}-\frac{{}^t I^2{}^t R({}^t T)}{{}^t V}\right]=$$

$$=k_e\left[\left(\frac{{}^t I}{{}^\tau S_\Sigma}\right)^2{}^\tau\rho_1({}^\tau T)-\left(\frac{{}^t I}{{}^t S_\Sigma}\right)^2{}^t\rho_1({}^t T)\right], \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 {}^t\Delta q_{VD}[\cdot] = & \frac{(1-\xi)^T V}{t+\Delta t} \int_{{}^tE_i^{(VP)}} {}^t\sigma_p({}^tE_i^{(VP)}, {}^t\dot{E}_i^{(VP)}, {}^tT) + \\
 & - \frac{(1-\xi)^t V}{t} \int_{{}^{t-\Delta t}E_i^{(VP)}} {}^t\sigma_p({}^tE_i^{(VP)}, {}^t\dot{E}_i^{(VP)}, {}^tT),
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

są przyrostami na kroku wydajności przestrzennych źródeł ciepła w wyniku odpowiednio przepływu prądu elektrycznego i odkształcenia plastycznego [3], w których ${}^t\sigma_p({}^tE_i^{(VP)}, {}^t\dot{E}_i^{(VP)}, {}^tT)$ jest akumulowanym naprężeniem uplastyczniającym, zależnym od historii deformacji lepkoplastycznej i temperatury tT ,

$${}^tE_i^{(VP)} = \sqrt{\frac{2}{3}} {}^t e_{ij} {}^t e_{ij}, \quad {}^t\dot{E}_i^{(VP)} = \sqrt{\frac{2}{3}} {}^t \dot{e}_{ij} {}^t \dot{e}_{ij}$$

są akumulowanymi intensywnościami odkształceń i prędkości odkształceń lepkoplastycznych, ${}^tR({}^tT)$ jest zależną od temperatury opornością elektryczną materiału, ${}^t\rho_i({}^tT)$ jest zależną od temperatury rezystywnością materiału, S_Σ jest polem powierzchni kontaktu Σ_k , $\xi=0,05\div 0,1$ jest współczynnikiem pochłaniania energii, I jest natężeniem prądu elektrycznego, k_e jest współczynnikiem charakteryzującym wpływ niesinusoidalności krzywych napięcia i prądu na moc (wynoszący dla prądu stałego $k_e=1$ oraz $k_e=0,7\div 0,97$ dla prądu zmiennego). Gradient przyrostu temperatury $\text{grad}[{}^t\Delta T(\mathbf{z}, \Delta t)]$ i dywergencja $\text{div}\{{}^t\lambda({}^tT)\text{grad}[{}^t\Delta T(\mathbf{z}, \Delta t)]\}$ zależą od przyjętego układu współrzędnych (prostokątny, walcowy, sferyczny), który z kolei zależy od geometrii narzędzia (np. walec, kula) i przedmiotu (płaszczyzna, walec, tuleja).

Zakładając, że zewnętrzne źródła ciepła przemieszczają się wzdłuż osi z_3 ze stałą prędkością v_{pn} w lokalnym układzie współrzędnych $\{\mathbf{y}\}$ związanym z narzędziem, zależność (1) przyjmuje postać [4]:

$$\text{div}\{{}^t\lambda({}^tT)\text{grad}[{}^t\Delta T(\mathbf{y}, \Delta t)]\} + {}^t\Delta q_{VI}[\cdot] + {}^t\Delta q_{VD}[\cdot] = -v_{pn} {}^t c({}^tT) {}^t \rho({}^tT) {}^t\Delta T'_3(\mathbf{y}, \Delta t). \tag{4}$$

Jest to równanie ruchu quasi-ustalonego, w którym

$${}^t\Delta T'_3(\mathbf{y}, \Delta t) = \frac{\partial[{}^t\Delta T(\mathbf{y}, \Delta t)]}{\partial y_3},$$

jest gradientem temperatury.

2.2. Warunki brzegowo-początkowe

Równania ruchu ciepła (1) i (4) uzupełniają się o warunek początkowy oraz o cztery warunki brzegowe.

2.2.1. Warunek początkowy

Warunek początkowy opisuje pole temperatury obiektu w chwili przyjętej jako początkową:

$${}^tT(\mathbf{z}, t = t_0) = T_0(\mathbf{z}), \quad \mathbf{z} \in V, \quad (5)$$

przy czym, w typowych zadaniach termodynamiki, temperatura obiektu w chwili $t=t_0$ jest stała wówczas ${}^tT(\mathbf{z}, t = t_0) = T_0 = \text{const.}$, gdzie T_0 jest temperaturą otoczenia.

2.2.2. Warunki brzegowe

Warunek brzegowy I rodzaju w postaci:

$${}^tT(\mathbf{z}, t) = T_p(\mathbf{z}, t), \quad \text{lub} \quad {}^\tau\Delta T(\mathbf{z}, \Delta t) = {}^\tau\Delta T_p(\mathbf{z}, \Delta t), \quad \mathbf{z} \in \Sigma_T, \quad (6)$$

dotyczy obszaru Σ_T przedmiotu, w którym temperatura T_p w określonej chwili t (lub jej przyrost ΔT_p na kroku Δt) jest znana lub zadana, na przykład w wyniku zaistnienia przemiany austenitycznej.

W obszarze Σ_k kontaktu narzędzia z przedmiotem występują warunki brzegowe II rodzaju (dane są strumienie ciepła) w postaci:

$$-{}^t\lambda_p({}^tT)\mathbf{n} \circ \text{grad}[{}^\tau\Delta T_p(\mathbf{z}, \Delta t)] = b_p({}^\tau\Delta q_{FI} + {}^\tau\Delta q_{F\mu}), \quad \mathbf{z} \in \Sigma_k, \quad (7a)$$

$$-{}^t\lambda_n({}^tT)\mathbf{n} \circ \text{grad}[{}^\tau\Delta T_n(\mathbf{z}, \Delta t)] = b_n({}^\tau\Delta q_{FI} + {}^\tau\Delta q_{F\mu}), \quad \mathbf{z} \in \Sigma_k, \quad (7b)$$

oraz warunek brzegowy III rodzaju (ciągłości strumienia):

$$\begin{aligned} -{}^t\lambda_p({}^tT)\mathbf{n} \circ \text{grad}[{}^\tau\Delta T_p(\mathbf{z}, \Delta t)] &= \frac{{}^\tau\Delta T_p(\mathbf{z}, \Delta t) - {}^\tau\Delta T_n(\mathbf{z}, \Delta t)}{R_s(\mathbf{z}, \Delta t)} = \\ &= -{}^t\lambda_n({}^tT)\mathbf{n} \circ \text{grad}[{}^\tau\Delta T_n(\mathbf{z}, \Delta t)], \quad \mathbf{z} \in \Sigma_k, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie: R_s jest oporem cieplnym styku (dla kontaktu idealnego $R_s=0$), b_p i b_n są współczynnikami podziału ciepła na przedmiot i narzędzie, $\mathbf{n} \circ \text{grad}[{}^\tau\Delta T_p(\mathbf{z}, \Delta t)]$ jest iloczynem skalarnym wektora \mathbf{n} i gradientu przyrostu temperatury, ${}^\tau\Delta q_{FI}$ i ${}^\tau\Delta q_{F\mu}$ są przyrostami wydajności płaskich źródeł ciepła w wyniku odpowiednio przepływającego prądu elektrycznego i tarcia (określone w [3]):

$$\begin{aligned} {}^\tau\Delta q_{FI}[\cdot] &= k_e \left[\frac{{}^\tau I^2 {}^\tau R_K({}^\tau T)}{{}^\tau S_\Sigma} - \frac{{}^t I^2 {}^t R_K({}^t T)}{{}^t S_\Sigma} \right], \\ {}^\tau\Delta q_{F\mu} &= {}^\tau \mu({}^\tau T) {}^\tau p_k {}^\tau v_r - {}^t \mu({}^t T) {}^t p_k {}^t v_r, \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie:

$${}^t R_K({}^t T) = \frac{[{}^t \rho_{In}({}^t T) + {}^t \rho_{Ip}({}^t T)]}{(2\sqrt{S_\Sigma})} \quad (10)$$

jest kontaktową opornością elektryczną, natomiast $\mu(T)$ jest współczynnikiem tarcia, p_k jest jednostkową siłą nacisku, v_r jest prędkością względną ciał w punkcie styku, ρ_{In} i ρ_{Ip} są rezystywnościami materiału narzędzia i przedmiotu.

Warunki brzegowe IV rodzaju występują w obszarach Σ_C i Σ_R , w których wymiana ciepła następuje na drodze odpowiednio konwekcji i radiacji (promieniowania), zatem warunki brzegowe konwekcyjne (Newtona) i radiacyjne mają postać:

$${}^\tau \Delta q_C = {}^t \alpha_C({}^t T) {}^\tau \Delta T = -{}^t \lambda({}^t T) \mathbf{n} \circ \text{grad}[{}^\tau \Delta T(\mathbf{z}, \Delta t)], \quad \mathbf{z} \in \Sigma_C, \quad (11)$$

$${}^\tau \Delta q_R = {}^t \alpha_R({}^t T) {}^\tau \Delta T = -{}^t \lambda({}^t T) \mathbf{n} \circ \text{grad}[{}^\tau \Delta T(\mathbf{z}, \Delta t)], \quad \mathbf{z} \in \Sigma_R, \quad (12)$$

gdzie ${}^\tau \Delta q_C$ i ${}^\tau \Delta q_R$ są przyrostami natężenia strumienia wymiany ciepła z otoczeniem poprzez odpowiednio konwekcję i radiację, ${}^t \alpha_C({}^t T)$ i ${}^t \alpha_R({}^t T)$ są zależnymi od temperatury chwilowymi współczynnikami odpowiednio wnikania ciepła i wymiany ciepła przez promieniowanie [9].

Równania (1) i (4) wraz z warunkiem początkowym (5) i warunkami brzegowymi (6)÷(12) stanowią pełny opis matematyczny ruchu ciepła w obiekcie podczas nagniatania z prądem, na typowym kroku przyrostowym. Analityczne rozwiązanie tego modelu, polegające na znalezieniu pól przyrostu temperatury ${}^\tau \Delta T(\mathbf{z}, \Delta t)$, jest niemożliwe. Możliwe jest natomiast rozwiązanie przybliżone (z założoną z góry dokładnością) na drodze numerycznej. W tym celu najpierw wprowadza się sformułowanie wariacyjne równania ruchu ciepła.

3. WARIACYJNE SFORMUŁOWANIE RÓWNIANIA PRZEPIYWU CIEPŁA

W celu wariacyjnego sformułowania równań ruchu ciepła w procesie nagniatania z prądem, na typowym kroku przyrostowym, wprowadza się funkcjonal przyrostowy

${}^\tau \Delta F({}^\tau \Delta \dot{T}, {}^\tau \Delta T', {}^\tau \Delta T, \dots)$, w którym występuje tylko jedno niezależne pole, a mianowicie pole temperatury oraz jego pochodne: ${}^\tau \Delta \dot{T} = \frac{d({}^\tau \Delta T)}{dt}$ i ${}^\tau \Delta T' = \frac{d({}^\tau \Delta T)}{dy_3}$.

Funkcjonał ten skupia wszystkie równania problemu, a mianowicie równania różniczkowe (1) (w układzie $\{z\}$) lub równanie (4) (w układzie $\{y\}$) oraz warunki brzegowe (6)÷(12). Funkcjonał przyrostowy ruchu ciepła w układzie $\{z\}$ (ruch nieustalony) ma postać [8]:

$$\begin{aligned}
{}^{\tau}\Delta\mathbf{F}[\dot{{}^{\tau}\Delta T}, {}^{\tau}\Delta T', {}^{\tau}\Delta T] &= \frac{1}{2} \int_V \left(\sum_{i=1}^3 \lambda_i({}^tT) L_{zi}^2({}^{\tau}\Delta T) \right) d^tV + \int_V {}^{\tau}\Delta\dot{T}^t c({}^tT) \rho({}^tT) {}^{\tau}\Delta T d^tV + \\
&- \int_V {}^{\tau}\Delta q_{vI} [\cdot]_t {}^{\tau}\Delta T d^tV - \int_V {}^{\tau}\Delta q_{vD} [\cdot]_t {}^{\tau}\Delta T d^tV - \int_{\Sigma_k} {}^t b_t {}^{\tau}\Delta q_{sI} [\cdot]_t {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_k + \\
&- \int_{\Sigma_k} {}^t b_t {}^{\tau}\Delta q_{sM} [\cdot]_t {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_k + \int_{\Sigma_k} \frac{{}^t\Delta T_o - {}^t\Delta T_b}{2 {}^tR_s} [\cdot]_t {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_k + \frac{1}{2} \int_{\Sigma_C} {}^t\alpha_C({}^tT) {}^{\tau}\Delta T^2 d^t\Sigma_C + \\
&+ \frac{1}{2} \int_{\Sigma_R} {}^t\alpha_R({}^tT) {}^{\tau}\Delta T^2 d^t\Sigma_R - \int_{\Sigma_T} {}^{\tau}\Delta T_b {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_T,
\end{aligned} \tag{13}$$

gdzie całkowanie odbywa się po całej objętości V i całej powierzchni Σ tego ciała,

natomiast $L_{zi}^2({}^{\tau}\Delta T) = \frac{\partial^2({}^{\tau}\Delta T)}{\partial z_i^2}$, jest operatorem różniczkowania.

W lokalnym układzie współrzędnych $\{y\}$ zakłada się, że źródła ciepła przemieszczają się wzdłuż osi z_3 ze stałą prędkością v_{pn} (równanie ruchu ciepła quasi-ustalonego):

$$\begin{aligned}
{}^{\tau}\Delta\mathbf{F}[\dot{{}^{\tau}\Delta T}, {}^{\tau}\Delta T', {}^{\tau}\Delta T] &= \frac{1}{2} \int_V \left(\sum_{i=1}^3 \lambda_i({}^tT) \frac{\partial^2({}^{\tau}\Delta T)}{\partial y_i^2} \right) d^tV - \int_V {}^tC({}^tT) \rho({}^tT) {}^{\tau}\Delta T v_{pn} d^tV + \\
&- \int_V {}^{\tau}\Delta q_{vI} [\bullet]_t {}^{\tau}\Delta T d^tV - \int_V {}^{\tau}\Delta q_{vO} [\bullet]_t {}^{\tau}\Delta T d^tV - \int_{\Sigma_k} {}^t b_t {}^{\tau}\Delta q_{FI} [\bullet]_t {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_k + \\
&- \int_{\Sigma_k} {}^t b_t {}^{\tau}\Delta q_{FM} [\bullet]_t {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_k + \int_{\Sigma_k} \frac{{}^t\Delta T_o - {}^t\Delta T_b}{2 {}^tR_s} [\bullet]_t {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_k + \frac{1}{2} \int_{\Sigma_C} {}^t\alpha_C({}^tT) {}^{\tau}\Delta T^2 d^t\Sigma_C + \\
&+ \frac{1}{2} \int_{\Sigma_R} {}^t\alpha_R({}^tT) {}^{\tau}\Delta T^2 d^t\Sigma_R - \int_{\Sigma_T} {}^{\tau}\Delta T_b {}^{\tau}\Delta T d^t\Sigma_T.
\end{aligned} \tag{14}$$

Wykorzystując warunek stacjonarności funkcjonału zakłada się stacjonarność funkcjonału przyrostowego ${}^{\tau}\Delta\mathbf{F}(\cdot)$, czyli że dowolna, mała jego wariacja δ jest równa zero:

$$\delta[{}^{\tau}\Delta\mathbf{F}(\dot{{}^{\tau}\Delta T}, {}^{\tau}\Delta T', {}^{\tau}\Delta T)] = \frac{\partial[{}^{\tau}\Delta\mathbf{F}(\dot{{}^{\tau}\Delta T}, {}^{\tau}\Delta T', {}^{\tau}\Delta T)]}{\partial(\dot{{}^{\tau}\Delta T})} \delta(\dot{{}^{\tau}\Delta T}) = \frac{\partial[{}^{\tau}\Delta\mathbf{F}(\cdot)]}{\partial(\dot{{}^{\tau}\Delta T})} \delta(\dot{{}^{\tau}\Delta T}) = 0, \tag{15}$$

przy czym wariacja liczona jest względem przyrostu temperatury ${}^{\tau}\Delta T$ na kroku.

Z warunku (15), po obliczeniu wariacji, z równań (13) i (14) otrzymuje się wariacyjne równania ruchu ciepła na typowym kroku przyrostowym:

a) w układzie globalnym $\{z\}$:

$$\begin{aligned}
\delta[\tau\Delta\dot{T}, \tau\Delta\dot{T}, \tau\Delta T] = & \int_V \left[\sum_{i=1}^3 \lambda_i({}^tT) \frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial z_i} \delta\left(\frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial z_i}\right) \right] d^tV + \\
& + \int_V \frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial t} {}^tC({}^tT) {}^t\rho({}^tT) \delta(\tau\Delta T) d^tV + \int_V \delta\left(\frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial t}\right) {}^tC({}^tT) {}^t\rho({}^tT) \tau\Delta T d^tV + \\
& - \int_V \tau\Delta q_{VI}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^tV - \int_V \tau\Delta q_{VO}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^tV - \int_{\Sigma_k} {}^t b_i \tau\Delta q_{FI}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_k + \\
& - \int_{\Sigma_k} {}^t b_i \tau\Delta q_{FI}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_k + \int_{\Sigma_k} \frac{{}^t\Delta T_o - {}^t\Delta T_b}{2 {}^tR_s} [\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_k + \\
& + \int_{\Sigma_C} {}^t\alpha_C({}^tT) \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_C + \int_{\Sigma_R} {}^t\alpha_R({}^tT) \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_R - \int_{\Sigma_T} {}^t\Delta T \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_T = 0.
\end{aligned} \tag{16}$$

b) w układzie $\{y\}$:

$$\begin{aligned}
\delta[\tau\Delta\dot{T}, \tau\Delta T', \tau\Delta T] = & \int_V \left[\sum_{i=1}^3 \lambda_i({}^tT) \frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial y_i} \delta\left(\frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial y_i}\right) \right] d^tV + \\
& - \int_V {}^tC({}^t\Theta) {}^t\rho({}^t\Theta) \delta(\tau\Delta\Theta) v_{pn} d^tV - \int_V \tau\Delta q_{VI}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^tV - \int_V \tau\Delta q_{VO}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^tV + \\
& - \int_{\Sigma_k} {}^t b_i \tau\Delta q_{FI}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_k - \int_{\Sigma_k} {}^t b_i \tau\Delta q_{FI}[\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_k + \int_{\Sigma_k} \frac{{}^t\Delta T_o - {}^t\Delta T_b}{2 {}^tR_s} [\cdot] \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_k + \\
& + \int_{\Sigma_C} {}^t\alpha_C({}^tT) \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_C + \int_{\Sigma_R} {}^t\alpha_R({}^tT) \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_R - \int_{\Sigma_T} {}^t\Delta T \delta(\tau\Delta T) d^t\Sigma_T = 0.
\end{aligned} \tag{17}$$

gdzie:

$$\{\tau\Delta T\}^T = \left[\frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial z_1}, \frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial z_2}, \frac{\partial(\tau\Delta T)}{\partial z_3} \right], \tag{18a}$$

$$[{}^tC({}^tT)] = \begin{bmatrix} {}^t\lambda_1({}^tT) & 0 & 0 \\ 0 & {}^t\lambda_2({}^tT) & 0 \\ 0 & 0 & {}^t\lambda_3({}^tT) \end{bmatrix}, \tag{18b}$$

są odpowiednio wektorem kolumnowym gradientu przyrostów temperatury i macierzą przewodności cieplnej. Równania (16) i (17) są poszukiwanymi równaniami wariacyjnymi ruchu ciepła na typowym kroku czasowym, w uaktualnionym opisie Lagrange'a. Analityczne ich rozwiązanie, polegające na określeniu pól przyrostu temperatury nie jest możliwe ze względu na ich uwikłaną, złożoną postać wzorów na przyrosty strumienia ciepła dla wewnętrznych i zewnętrznych źródeł ciepła oraz zależności stałych termofizycznych od temperatury. Możliwe jest natomiast rozwiązanie przybliżone na drodze numerycznej. W tym równania wariacyjne dyskretyzuje się metodą elementów

skończonych. Pod względem matematycznym równania wariacyjne są równoważne rozwiązaniu odpowiednich równań różniczkowych, z uwzględnieniem warunku początkowego i warunków brzegowych.

4. DYSKRETNE RÓWNANIA RUCHU CIEPŁA

Obiekt dzieli się elementami skończonymi o liczbie E oraz dokonuje się przestrzennej dyskretyzacji równań wariacyjnych za pomocą następujących zależności [10]:

$$\begin{aligned} {}^{\tau}\Delta T^{(e)}(\cdot) &= [{}^t\mathbf{H}^{(e)}(\cdot)]\{{}^{\tau}\Delta\Theta^{(e)}\}, \\ {}^{\tau}\Delta T^{(m)}(\cdot) &= [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}(\cdot)]\{{}^{\tau}\Delta\Theta^{(m)}\}, \\ {}^{\tau}\Delta T^{(e)}(\cdot) &= [{}^t\mathbf{B}^{(e)}(\cdot)]\{{}^{\tau}\Delta\Theta^{(e)}\}, \\ {}^{\tau}\Delta \dot{T}^{(e)}(\cdot) &= [{}^t\mathbf{B}^{(e)}(\cdot)]\{{}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}^{(e)}\}, \\ {}^{\tau}\Delta T^{(e)}(\cdot) &= [{}^t\mathbf{B}_3^{(e)}(\cdot)]\{(\cdot)\Delta\Theta^{(e)}\}, \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie: ${}^{\tau}\Delta T^{(e)}$ jest przyrostem temperatury elementu skończonego e , $\{{}^{\tau}\Delta\Theta^{(e)}\}$ i $\{{}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}^{(e)}\}$ są wektorami kolumnowymi odpowiednio przyrostu temperatur i przyrostu prędkości temperatur w węzłach elementu [6]. Postać jawną wektorów przedstawiają wzory:

$$\{{}^{\tau}\Delta\Theta^{(e)}\}^T = [{}^{\tau}\Delta\Theta_1^{(e)}, {}^{\tau}\Delta\Theta_2^{(e)}, \dots, {}^{\tau}\Delta\Theta_n^{(e)}] = [\dots, {}^{\tau}\Delta\Theta_i^{(e)}, i=1,2,\dots,n,\dots], \quad (20a)$$

$$\{{}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}^{(e)}\}^T = [{}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}_1^{(e)}, {}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}_2^{(e)}, \dots, {}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}_n^{(e)}] = [\dots, {}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}_i^{(e)}, i=1,2,\dots,n,\dots]. \quad (20b)$$

Macierze $[{}^t\mathbf{H}^{(e)}(\cdot)]$ i $[{}^t\mathbf{B}^{(e)}(\cdot)]$, $[{}^t\mathbf{B}_3^{(e)}(\cdot)]$ definiują przyrost temperatury i przyrost gradientu temperatury w obrębie elementu e w funkcji przyrostu temperatury w węzłach elementu, a macierz $[{}^t\mathbf{H}^{S(m)}(\cdot)]$ jest interpolowaną macierzą przyrostu temperatury na powierzchni elementu nagiętanego. Wykorzystując relacje (19) w równaniach wariacyjnych ruchu ciepła (16) i (17) otrzymuje się:

a) ogólne, dyskretne równanie przepływu ciepła obiektu w układzie globalnym $\{z\}$ (nieustalony ruch ciepła):

$$[{}^t\mathbf{C}]\{{}^{\tau}\Delta \dot{\Theta}\} + ([{}^t\mathbf{K}^k] + [{}^t\mathbf{K}^c] + [{}^t\mathbf{K}^r] + [{}^t\mathbf{K}^{IV}])\{{}^{\tau}\Delta\Theta\} = \{{}^{\tau}\Delta\mathbf{Q}\} + \{{}^{\tau}\Delta\mathbf{Q}^I\}, \quad (21)$$

b) lokalne, dyskretne równanie przepływu ciepła obiektu w układzie $\{y\}$ (quasi-ustalony ruch ciepła):

$$([{}^t\mathbf{C}_1] + [{}^t\mathbf{K}^k] + [{}^t\mathbf{K}^c] + [{}^t\mathbf{K}^r] + [{}^t\mathbf{K}^{IV}])\{{}^{\tau}\Delta\Theta\} = \{{}^{\tau}\Delta\mathbf{Q}\} + \{{}^{\tau}\Delta\mathbf{Q}^I\}, \quad (22)$$

gdzie: $[{}^t\mathbf{C}]$, $[{}^t\mathbf{C}_1]$, $[{}^t\mathbf{K}^k]$, $[{}^t\mathbf{K}^c]$, $[{}^t\mathbf{K}^r]$, $[{}^t\mathbf{K}^{IV}]$ są globalnymi macierzami (na początku kroku) odpowiednio: pojemności cieplnej, przewodności cieplnej, warunków brzegowych III (konwekcyjny i radiacyjny) i IV rodzaju, $\{{}^{\tau}\Delta\mathbf{Q}\}$ i $\{{}^{\tau}\Delta\mathbf{Q}^I\}$ są globalnymi wektorami na kroku odpowiednio przyrostu obciążenia cieplnego oraz warunków brzegowych I rodzaju.

Macierze mają następujące postacie:

$$\begin{aligned}
 [{}^t\mathbf{C}] &= \sum_e^E \int_{V^{(e)}} {}^t c^{(e)} \rho^{(e)} [{}^t\mathbf{H}^{(e)}]^T [{}^t\mathbf{H}^{(e)}] dV^{(e)}, \\
 [{}^t\mathbf{C}_1] &= -2 \sum_e^E \int_{V^{(e)}} {}^t c^{(e)} \rho^{(e)} [{}^t\mathbf{H}^{(e)}]^T [{}^t\mathbf{B}_3^{(e)}] v_{pn} dV^{(e)}, \\
 [{}^t\mathbf{K}^k] &= \sum_e^E \int_{V^{(e)}} [{}^t\mathbf{B}^{(e)}]^T [{}^t\Theta^{(e)}] [{}^t\mathbf{B}^{(e)}] dV^{(e)}, \\
 [{}^t\mathbf{K}^c] &= \sum_{m=1}^{S_C} \left(\int_{\Sigma_C^{(m)}} \alpha_C [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}]^T [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}] d\Sigma_C^{(m)} \right) \\
 [{}^t\mathbf{K}^r] &= \sum_{m=1}^{S_R} \left(\int_{\Sigma_R^{(m)}} \alpha_R [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}]^T [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}] d\Sigma_R^{(m)} \right), \\
 [{}^t\mathbf{K}^{IV}] &= \sum_{m=1}^{S_k} \left\{ \int_{\Sigma_k^{(m)}} \frac{[{}^t\mathbf{H}^{S(m)}]^T [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}]}{{}^t R_s^{(m)}} d\Sigma_k^{(m)} \right\},
 \end{aligned} \tag{23}$$

gdzie ${}^t c^{(e)}$ jest ciepłem właściwym w temperaturze ${}^t T$, ${}^t \Theta^{(e)}$ jest temperaturą w węzłach elementu na początku kroku, E jest liczbą elementów skończonych w układzie, S_R , S_C , S_k są ilościami elementów skończonych w strefach Σ_R , Σ_C , Σ_k .

Wektor przyrostu obciążenia elementu w punktach węzłowych $\{{}^t\Delta\mathbf{Q}^{(e)}\}$ podany jest wzorem:

$$\{{}^t\Delta\mathbf{Q}\} = \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{VD}\} + \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{VI}\} + \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{SI}\} + \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{S\mu}\}, \tag{24}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{VI}\} &= \sum_e^E \left(\int_{V^{(e)}} [{}^t\mathbf{H}^{(e)}]^T \tau_{VI} \Delta q_{VI}^{(e)} dV^{(e)} \right), \\
 \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{VD}\} &= \sum_e^E \left(\int_{V^{(e)}} [{}^t\mathbf{H}^{(e)}]^T \tau_{VD} \Delta q_{VD}^{(e)} dV^{(e)} \right), \\
 \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{SI}\} &= \sum_{m=1}^{S_k} \left(\int_{\Sigma_k^{(m)}} [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}]^T \tau_{SI} \Delta q_{SI}^{(m)} d\Sigma_k^{(m)} \right), \\
 \{{}^t\Delta\mathbf{Q}_{S\mu}\} &= \sum_{m=1}^{S_k} \left(\int_{\Sigma_k^{(m)}} [{}^t\mathbf{H}^{S(m)}]^T \tau_{S\mu} \Delta q_{S\mu}^{(m)} d\Sigma_k^{(m)} \right).
 \end{aligned} \tag{25}$$

Wektor $\{ {}^{\tau} \Delta \mathbf{Q}^I \} = \{ {}^{\tau} \Delta \mathbf{Q}_S^I \} + \{ {}^{\tau} \Delta \mathbf{Q}_V^I \}$ warunków brzegowych I rodzaju podany jest wzorem:

$$\begin{aligned} \{ {}^{\tau} \Delta \mathbf{Q}_S^I \} &= \sum_{m=1}^{S_T} \left(\int_{\Sigma_T^{(m)}} [{}^t \mathbf{H}^{S(m)}]^T [{}^t \mathbf{H}^{S(m)}] \{ {}^{\tau} \Delta \Theta_b^{(m)} \} d \Sigma_T^{(m)} \right), \\ \{ {}^{\tau} \Delta \mathbf{Q}_V^I \} &= \sum_{e=1}^{E_T} \left(\int_{V_T^{(e)}} [{}^t \mathbf{H}^{(e)}]^T [{}^t \mathbf{H}^{(e)}] \{ {}^{\tau} \Delta \Theta_b^{(e)} \} d V_T^{(e)} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

gdzie S_T i E_T są ilościami elementów skończonych w strefie Σ_T i objętości V_T .

5. ROZWIĄZYWANIE Dyskretyzowanych Równań Ruchu Ciepła

Równanie (21) jest układem N równań różniczkowych zwyczajnych o stałych (na kroku przyrostowym) współczynnikach, natomiast równanie (22) jest układem N równań algebraicznych o stałych (na kroku przyrostowym) współczynnikach. Równania te stanowią podstawę przybliżonego rozwiązania omawianego problemu. Rozwiązanie układu równań (21) i (22) przy warunku początkowym (3) polega na obliczeniu przyrostu temperatury w węzłach obiektu. Równanie (19) zawiera dwa razy więcej niewiadomych niż jest równań. W celu sprowadzenia liczby niewiadomych do liczby równań stosuje się następujące metody aproksymacji: Wilsona, Newmarka, Houbolta lub Newmarka-Wilsona [1,2]. W metodach tych następuje wyrażenie wektora przyrostu prędkości temperatury w

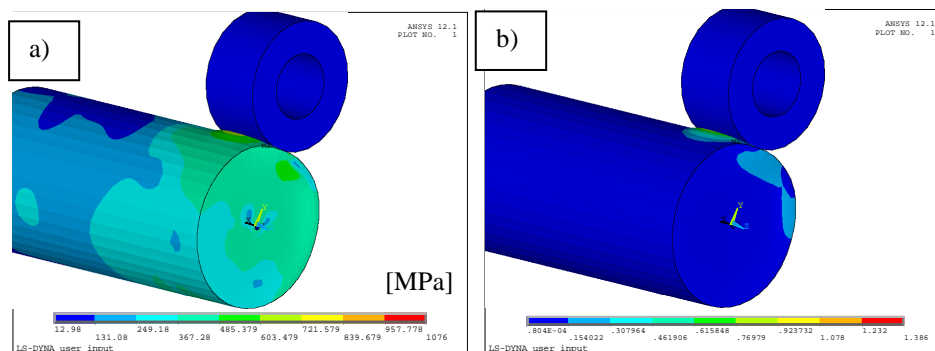
węzłach $\{ {}^{\tau} \Delta \dot{\Theta} \}$ za pomocą przyrostu temperatury w węzłach $\{ {}^{\tau} \Delta \Theta \}$. Powoduje to przekształcenie układu równań różniczkowych w układ równań algebraicznych. Zastosowanie tych metod do aproksymacji równania (19) oraz rozwiązanie otrzymanego układu równań algebraicznych przedstawiono w pracach [4÷7]. W niniejszej pracy przedstawiono algorytm rozwiązania równania (22).

6. PRZYKŁAD NUMERYCZNY

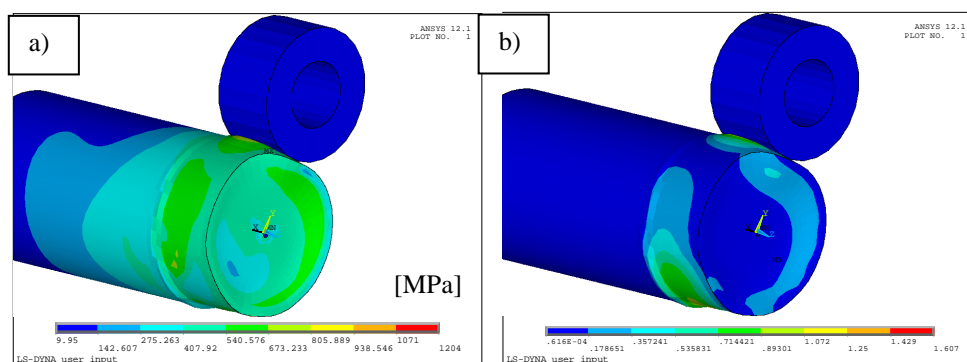
W celu analizy procesu nagrzewania się wałka w procesie tocznego nagniatania gładkościowego wałków opracowano aplikację w środowisku Ansys/LS-Dyna z zastosowaniem Metody Elementów Skończonych. Narzędzie traktowano jako ciało sztywne ($E \rightarrow \infty$), natomiast materiał obrabiany jako ciało: termo-sprężysto/lepko – plastyczne (TE/VP) o parametrach odpowiadających stali C45. Przedmiot i narzędzie dyskretyzowano elementami skończonymi z liniową funkcją kształtu.

Przykładowe wyniki symulacji numerycznych rozkładu naprężeń i odkształceń w procesie nagniatania dla różnych stopni zaawansowania procesu przedstawiono na rysunkach 1 ÷ 3.

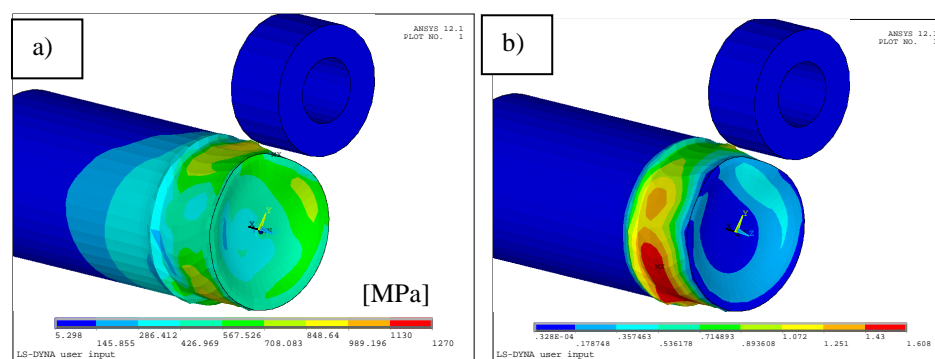
Natomiast przykładowe wyniki symulacji numerycznych rozkładu temperatur pod wpływem wywołanych odkształceń plastycznych dla różnych stopni zaawansowania procesu przedstawiono na rysunku 4.



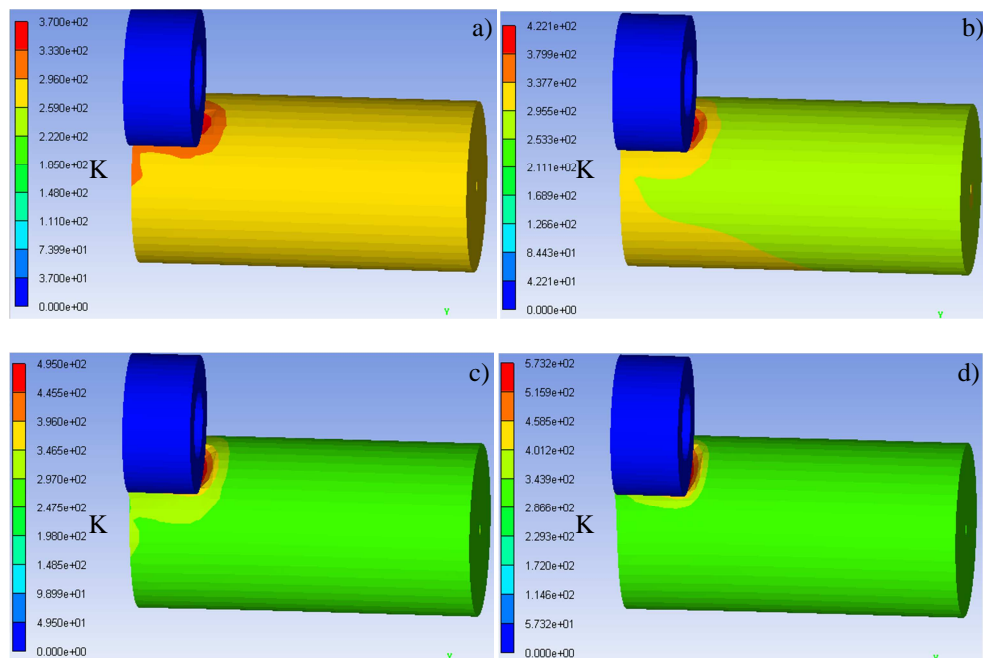
Rys. 1. Rozkład naprężeń zredukowanych a) oraz odkształceń zredukowanych b) w procesie tocznego nagniatania gładkościowego wałków dla 40 % zaawansowania procesu



Rys. 2. Rozkład naprężeń zredukowanych a) oraz odkształceń zredukowanych b) w procesie tocznego nagniatania gładkościowego wałków dla 70 % zaawansowania procesu



Rys. 3. Rozkład naprężeń zredukowanych a) oraz odkształceń zredukowanych b) w procesie tocznego nagniatania gładkościowego wałków dla 100 % zaawansowania procesu



Rys. 4. Rozkład pól temperatur wywołanych odkształceniami plastycznymi materiału w procesie tocznego nagniatania gładkościowego wałków dla a) 25%, b) 50 %, c) 75% oraz d) 100 % zaawansowania procesu

7. WNIOSKI

Jakość technologiczna i użytkowa wyrobu zależą między innymi od rozkładu pól temperatury podczas realizacji procesu nagniatania. Z kolei rozkład temperatury zależy od warunków realizacji procesu obróbki. Określenie warunków realizacji procesu nagniatania (głównie wartości parametrów technologicznych), w celu uzyskania ściśle określonej jakości technologicznej i użytkowej wyrobu, związane było dotychczas z przeprowadzeniem wielu długotrwałych i kosztownych prób doświadczalnych.

Przedstawiona w pracy metodyka pozwala na określenie rozkładu pól temperatur w obiekcie na drodze obliczeń numerycznych przy wykorzystaniu techniki komputerowej. Podana metodyka może być również wykorzystana do obliczeń temperatury dla innych sposobów nagniatania.

8. LITERATURA

- [1] Bathe K.J.: *Finite Element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall, N.J., 1982.
- [2] Kleiber M.: *Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum*, PWN, Warszawa-Poznań, 1985.

- [3] Kukielka L.: *Teoretyczne i doświadczalne podstawy powierzchniowego nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*, monografia WM nr 47, Wyższa Szkoła Inżynierska, Koszalin, 1994.
- [4] Kukielka L.: *Komputerowa symulacja rozkładu temperatury w obiekcie podczas nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Materiały Ogólnopolskiej Konferencji nt. "Projektowanie procesów technologicznych TPP'95". Poznań-Czarniejewo 18-20.10.1995, s. 90-94.
- [5] Kukielka L.: *Designating the temperature field in the object during the burnishing rolling operation with electric current*. 2nd International Conference on Modelling of metal rolling process. London, pp. 596÷605, 1996.
- [6] Kukielka L.: *Numerical Simulation of the Heat Transfer in the Burnishing Rolling Operation with Electrical Current*, 7th International Conference of Steel Rolling Evolution and Exploitation for the Advancement of the Word, Steel Rolling'98, Chiba, 1998, p. 233-238.
- [7] Kukielka L., Dudek P., Przybylski M.: *Numeryczna analiza rozkładu temperatury w procesie nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. XI KN „Problemy rozwoju maszyn roboczych”, Gliwice-Zakopane, 1998, t. 1, s. 223-230.
- [8] Kukielka L., Przybylski M., Łukojko M.: *Zastosowanie metod optymalizacji do wyprowadzenia równania transportu ciepła w procesie nagniatania z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. ZN Wydziału Mechanicznego nr 26 nt. "Poliptymalizacja i Komputerowe wspomaganie Projektowania - Mielno'99"
- [9] Staniszewski B.: *Wymiana ciepła*, PWN, Warszawa, 1980
- [10] Zienkiewicz O.C.: *Metoda elementów skończonych*, Arkady, Warszawa, 1972.