

LOGISTYKA - NAUKA

*lepko-sprężystość, model relaksacyjny z szeregiem Prony'ego,
półprzestrzeń warstwowa, propagacja fali,
tłumienie, metoda elementów skończonych, ABAQUS*

GAJEWSKI Marcin¹
JEMIOŁO Stanisław²

ANALIZA TŁUMIENIA W LEPKO-SPRĘŻYSTEJ PÓLPRZESTRZENI WARSTWOWEJ

W pracy rozpatruje się tłumienie wywołane dodatkową warstwą w półprzestrzeni warstwowej. Warstwa tłumiąca w układzie trójwarstwowym ma właściwości sprężyste albo sprężysto-lepkie, a jej sztywność jest dziesięciokrotnie mniejsza niż sztywność pozostałych dwóch warstw. Zagadnienie propagacji fal wywołanych impulsem ciśnienia na powierzchni półprzestrzeni warstwowej modeluje się jako zadanie płaskiego stanu odkształcenia i rozwiązuje numerycznie stosując metodę elementów skończonych i program ABAQUS/Standard. Analiza wybranych wyników obliczeń w przypadku pionowych przemieszczeń i przyspieszeń prowadzi do wniosku, że redukcja początkowego modułu Younga ma większy wpływ na tłumienie drgań niż uwzględnienie właściwości lepkich materiału (z czasami relaksacji odpowiadającymi materiałom drogowym).

ANALYSIS OF DAMPING IN VISCO-ELASTIC LAYERED HALF-SPACE

In this work, the damping caused by an extra layer in layered half-space is considered. Damping layer in the three-layer system has elastic or visco-elastic properties with stiffness about ten times smaller than the stiffness of the other two layers. The problem of propagation of the wave induced by pressure pulse in an infinite elastic half-space layer is modelled as a plane strain case and solved using a finite element package ABAQUS / Standard. Analyzing selected results for the vertical components of displacement and acceleration vectors can be concluded that reduction of the initial Young's modulus has a greater impact on increasing the damping properties than taking into account the viscous properties of the material (with relaxation times corresponding road materials).

1. WPROWADZENIE

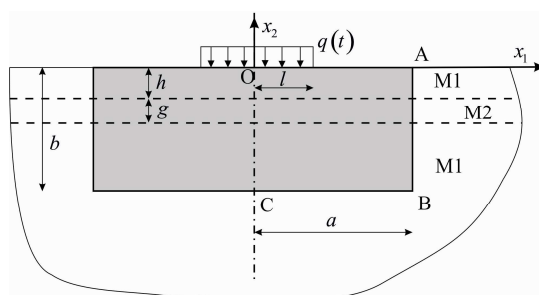
W przypadku nawierzchni drogowych wykonywanych w mocno zurbanizowanym terenie coraz częściej stawia się wymagania odnośnie redukcji hałasu jak i poziomu drgań

¹ Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, Aleja Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa, Polska, E-mail: m.gajewski@il.pw.edu.pl, IBDIM, ul. Instytutowa 1, 03-302 Warszawa, Polska, Tel. (+4822) 3900401

² Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, Aleja Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa, Polska, Tel.: (+4822) 234 51 34, Fax: (+4822) 825 88 99, E-mail: s.jemioło@il.pw.edu.pl, IBDIM

przekazywanych na sąsiadujące z drogą obiekty budowlane. Zaobserwowano, że warstwy podatne układane jako warstwa ścierna albo warstwa wiążąca w istotny sposób wpływają na poprawę właściwości nawierzchni pod względem tłumienia hałasu i drgań.

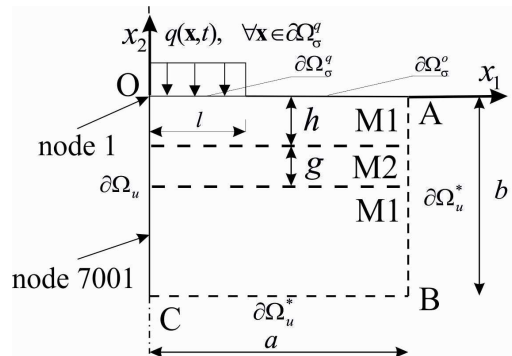
W niniejszej pracy modelowane jest zagadnienie tłumienia drgań. Rozpatruje się zadania brzegowo-początkowe półprzestrzeni trójwarstwowej z warstwą tłumiącą. Warstwa tłumiąca ma właściwości sprężyste albo lepkosprężyste, o sztywności dziesięciokrotnie mniejszej od dwóch pozostałych warstw, por. rys.1. Zadania, jako zagadnienia dynamiczne, rozwiązano stosując niejawną metodę całkowania przy zastosowaniu pakietu metody elementów skończonych ABAQUS/Standard [1-3].



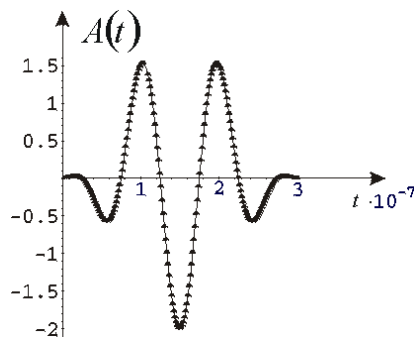
Rys.1 Geometria zadania, modelowany obszar, sposób obciążenia

2. SFORMUŁOWANIE I METODA ROZWIĄZANIA ZADANIA

Zagadnienie propagacji fali wywołanej impulsem ciśnienia w nieskończonej warstwowej półprzestrzeni sprężystej zamodelowano jako płaski stan odkształcenia. Siatkę MES utworzono wykorzystując symetrię zadania, por. rys.1 i 2, co pozwoliło na zamodelowanie obszaru (o wymiarach $a = 10$ [m] i $b = 10$ [m]) 19260 (180x107) elementami typu CPE4R oraz 287 elementami CINPE4. Analiza propagacji fal w nieskończonym ośrodku sprężystym wymaga użycia specjalnych elementów (CINPE4), które zapewnią, że fale nie odbiją się od brzegów z zadanymi warunkami przemieszczeniowymi, por. [4] i [6]. W prezentowanym zadaniu elementy te modelują brzeg $\partial\Omega_u^*$. W węzłach na brzegu $\partial\Omega_u$ odebrano możliwość przemieszczenia poziomego, tak aby wymusić symetrię zadania. Na brzegu $\partial\Omega_\sigma^g$ zadano zerowe obciążenia, a obciążenie w postaci impulsu ciśnienia $q(\mathbf{x}, t) = \hat{q} A(t)$ przyłożono na odcinku o długości $l = 0.8$ [m] na brzegu $\partial\Omega_\sigma^g$, por. rys.2. Wykres funkcji $A(t)$ zamieszczono na rys.3. Impuls $A(t)$ został przeskalowany przez $\hat{q} = 1$ [GPa], a czas jego trwania wynosił 0.3 [μ s]. Przedział czasu w którym poszukiwano rozwiązania wybrano tak, aby obserwować czoło pierwszej fali po przyłożeniu impulsu. Przyjęto więc czas, który fala podłużna przebywa drogę 10 [m]. Czas ten ($8.58 \cdot 10^{-3}$ [s]) obliczono zakładając następujące własności materiału (M1), tj. $E = 10$ [GPa], $\nu = 0.33$ i $\rho = 1000$ [kg/m³] oraz wykorzystując wzory na prędkości fali podłużnej i poprzecznej, por. np. [5].



Rys.2 Modelowany obszar oraz lokalizacja wybranych węzłów siatki MES (node 7001 na głębokości $x_2 = -3.3[m]$)



Rys.3 Wykres funkcji modelującej impuls na brzegu półprzestrzeni sprężystej

W rozpatrywanym zadaniu zastosowano relacje konstytutywne sprężystości materiału izotropowego oraz lepko-sprężystości w całkowitej postaci relaksacyjnej, z jednakowymi czasami relaksacji dla części dewiatorowej i kulistej stanu naprężenia i odkształcenia, w którym moduły odkształcalności postaciowej i objętościowej rozwijają się w szereg Prony'ego, por. instrukcję programu ABAQUS [1-3]. Dodatkowo, ze względu na dostępność wyników badań doświadczalnych wyłącznie na część rzeczywistą i urojoną modułu Younga, przyjęto, że liczba Poissona ma stałą wartości $\nu_o = 0.3$, zaś funkcje relaksacji części dewiatorowej i kulistej są następujące:

$$G_R(t) = \frac{E_R(t)}{2(1+\nu_o)}, \quad K_R(t) = \frac{E_R(t)}{3(1-2\nu_o)}. \quad (1)$$

gdzie

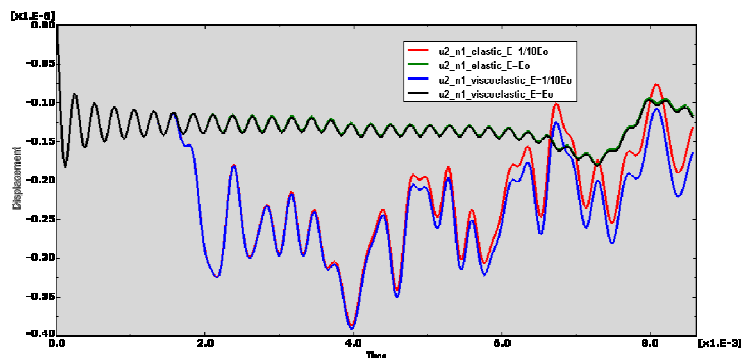
$$E_R(t) = E_0 \left(1 - \sum_{k=1}^N \bar{e}_k^p (1 - e^{-t/\tau_k}) \right). \quad (2)$$

Parametry modelu, tj. \bar{e}_k^p i τ_k w funkcji relaksacji (2) przyjęto zgodnie z wynikami badań doświadczalnych przeprowadzonych dla betonu asfaltowego. W wyniku zastosowania optymalizacji nieliniowej uzyskano następujące wyniki: $\bar{e}_1^p = 0.7438$, $\tau_1 = 0.02$ [s], $\bar{e}_2^p = 0.2141$ i $\tau_2 = 0.3$ [s], zakładając tylko dwa wyrazy szeregu Prony'ego.

W modelowanym obszarze założono, że na głębokości $h = 1[m]$ znajduje się warstwa materiału (M2) o innych właściwościach i grubości $g = 0.47[m]$. W przypadku tej warstwy przyjmuje się że:

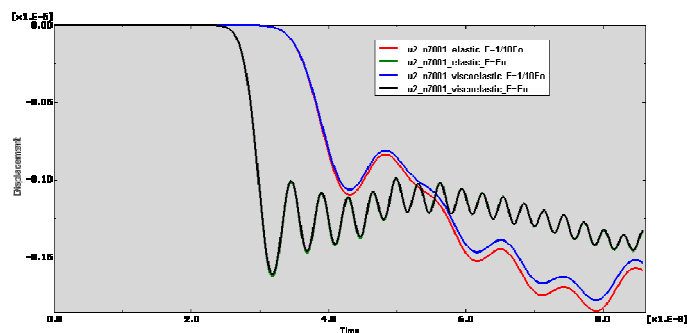
- jest sprężysta, a parametry materiałowe są identyczne jak w przypadku materiału M1,
- jest sprężysta, jednak $E_{M1} = 1/10E$ (pozostałe stałe bez zmian),
- jest lepko-sprężysta, a natychmiastowy moduł Younga $E_0 = E$ (parametry lepkości takie jak opisano powyżej),
- jest lepko-sprężysta a natychmiastowy moduł Younga $E_0 = 1/10E$ (parametry lepkości takie jak opisano powyżej).

Oczywiście charakter falowy mają wszystkie wielkości, których poszukujemy w zadaniu MES, tak więc mamy falę przemieszczenia, naprężenia czy odkształcenia (możemy także mówić o falach pewnych wybranych składowych wielkości mechanicznych \mathbf{a} , \mathbf{u} , $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ itd.).

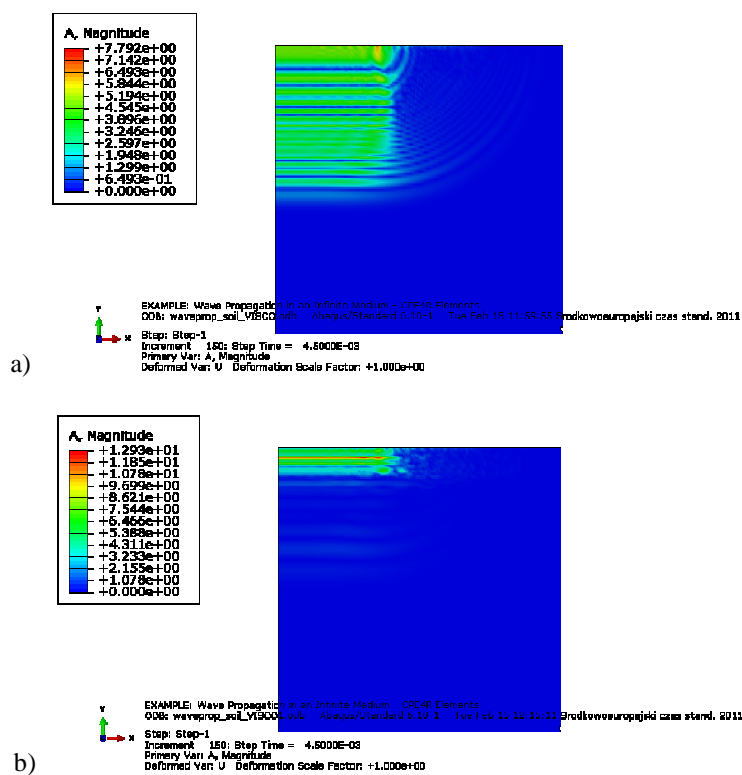


Rys.4 Wykres składowej pionowej wektora przemieszczenia w funkcji czasu w węźle 1 (por. rys. 2) przy uwzględnieniu odmiennych właściwości materiałowych warstwy z materiału M2

Na Rys.4-5 zaprezentowano wybrane wyniki odnośnie składowych pionowych przemieszczenia i przyspieszenia. Analizując je można stwierdzić, że w rozwiązanych zadaniach większy wpływ na tłumienie ma dziesięciokrotne zmniejszenie początkowego modułu Younga niż uwzględnienie lepkich właściwości materiału. Należy jednak podkreślić, że lepkie właściwości materiału zostały przyjęte tak jak dla betonu asfaltowego, który jest materiałem o stosunkowo krótkich czasach relaksacji. W przypadku materiałów o dłuższych czasach relaksacji należy się spodziewać większego wpływu lepkości na tłumienie drgań.



Rys.5 Wykres składowej pionowej wektora przyspieszenia w funkcji czasu w węźle 7001 przy uwzględnieniu odmiennych właściwości materiałowych warstwy z materiału M2



Rys.6 Wykres warstwiczny normy wektora przyspieszenia w chwili $t = 4.5 [ms]$ przy uwzględnieniu odmiennych lepko-sprężystych właściwości materiałowych warstwy z materiału M2: a) $E_0 = E$ i b) $E_0 = 1/10E$

Dodatkowo można zauważyć, że warstwa tłumiąca ogranicza amplitudy propagowanych drgań zarówno składowych wektora przemieszczeń jak i przyśpieszeń w obszarze „za warstwą”. Niestety w obszarze „przed warstwą” amplitudy tych samych wielkości rosną, por. Rys.6.

3. WNIOSKI

W pracy przedstawiono numeryczne rozwiązanie zadania propagacji fali w lepko-sprężystym ośrodku trójwarstwowym. Analizowano wpływ warstwy tłumiącej zlokalizowanej na głębokości h poniżej poziomu realizacji impulsu przez naprężeniowe warunki brzegowe. Przyjęto, że warstwa ta jest sprężysta albo lepko-sprężysta, a sztywność początkowa warstwy jest dziesięciokrotnie mniejsza niż sztywność pozostałych warstw. Na podstawie rozwiązań zagadnień brzegowych uzyskanych przy zastosowaniu MES można sformułować następujące wnioski:

- a) większy wpływ na tłumienie ma dziesięciokrotne zmniejszenie początkowego modułu Younga, niż uwzględnienie lepkich właściwości materiału (z czasami relaksacji jak dla typowych materiałów drogowych),
- b) warstwa tłumiąca ogranicza amplitudy propagowanych drgań zarówno składowych wektora przemieszczeń jak i przyśpieszeń w obszarze „za warstwą”, natomiast w obszarze „przed warstwą” amplitudy tych samych wielkości rosną,
- c) poziom tłumienia amplitud składowych wektora przyspieszenia jest znacznie większy niż wektora przemieszczenia albo składowych tensora odkształcenia,
- d) częstość drgań poszczególnych wielkości mechanicznych po przekroczeniu warstwy tłumiącej istotnie spada.

4. BIBLIOGRAFIA

- [1] ABAQUS Theory manual, V. 5.8., Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 1998.
- [2] ABAQUS/Standard User's manual, Version 5.8., Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 1998.
- [3] ABAQUS/Standard Verification manual, Version 5.8., Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 1998.
- [4] Lysmer J., Kuhlemeyer R., L.: Finite dynamic model for infinite media, Journal of the Engineering Mechanics Division of the ASCE, 859-877, 1969.
- [5] Nowacki W.: *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa, 1970.
- [6] Zienkiewicz O. C., Emson C., Bettess P.: A novel boundary infinite element, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 19, 393-404, 1983.