

Sławomir Juszczyk, Michał Tymiński<sup>1</sup>

# Efektywność procesów logistycznych a sterowanie sprawnością transportu przy wykorzystaniu elementów teorii masowej obsługi

Sprawność i efektywność logistycznych procesów dystrybucji zależy między innymi od jakości zarządzania nimi, a zwłaszcza od planowania oraz organizowania, a także koordynowania dystrybucji. W ramach procesów dystrybucji wyróżnia się dwa kluczowe problemy. Jeden związany jest z wyborem sposobu sprzedaży, a drugi z dystrybucją. Zakres fizycznego przemieszczania obejmuje magazynowanie i pakowanie wyrobów finalnych oraz transport. Jednym z ważniejszych zagadnień jest utrzymanie taboru transportowego w stałej sprawności technicznej.

Celem artykułu jest przedstawienie wybranych wyników badań prowadzonych przez autorów w przedsiębiorstwach odzieżowych prowadzących działalność w Województwie Łódzkim. Problematyka artykułu dotyczy zastosowania elementów teorii masowej obsługi w aspekcie usprawnienia procesów logistycznych. Zagadnieniem wiodącym jest wzrost efektywności przedsiębiorstwa poprzez skrócenie czasu remontu jednostek transportowych oraz usprawnienie obsługi transportowej w podsystemie dystrybucji. Materiał źródłowy stanowi literatura przedmiotu, a także obserwacje i badania własne autorów.

Podmiotem badanym jest przedsiębiorstwo odzieżowe BETA Spółka z o. o., w którym funkcje dystrybucji są realizowane własnymi środkami transportowymi. Przedsiębiorstwo to posiada wyodrębnioną bazę remontową środków transportu.

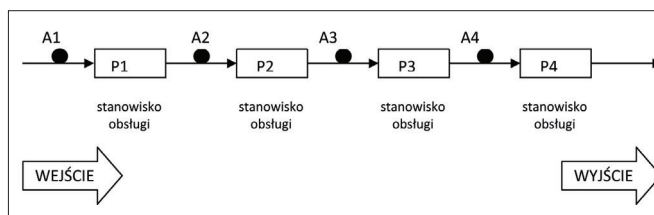
Działalność remontowa jest istotnym obszarem aktywności gospodarczej badanego przedsiębiorstwa. Ma ono wieloletnie doświadczenie w działalności remontowej. Posiada kompleksowe i nowoczesne wyposażenie warsztatu naprawczego. Realizuje na ogół wszystkie rodzaje remontów. Ponadto prowadzi w tym zakresie działalność usługową na rzecz obcych zleceniodawców. Wyniki badań przedstawiono w formie opisu zjawisk gospodarczych z uwzględnieniem ważniejszych rysunków i tabel.

## Istota i rodzaje systemów masowej obsługi

Przedmiotem logistyki procesów konserwacji i remontów jednostek transportowych w warunkach przedsiębiorstwa produkcyjnego jest minimalizacja strat czasowych, spowodowanych oczekiwaniem tych jednostek w kolejce na obsługę, w tym przeprowadzanie remontów. W pierwszym i drugim przypadku występuje zjawisko kolejki spowodowane przerwą w normalnym ruchu i czekanie wynikające z istnienia kolejki. W każdym systemie świadczącym usługi występują, jako typowe, następujące elementy:

- napływające w miarę upływu czasu zgłoszenia
- kolejka obiektów oczekujących na obsługę
- stanowiska obsługi (na przykład stanowiska diagnozowania pojazdu, stanowiska naprawcze, stanowiska załadunku).

*Kolejką* nazywa się zbiór klientów oczekujących w punkcie [A], bądź znajdujących się w stadium obsługi. *Długością kolejki* w dowolnym momencie  $t$  nazywa się liczebność klientów należących do tego zbioru<sup>2</sup>. W praktyce systemy usługowe charakteryzuje prosta lub złożona struktura. Schematyczną ilustracją prostej struktury systemu masowej obsługi przedstawiono na rysunku 1.

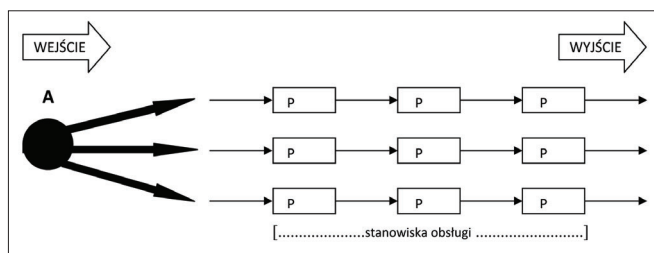


Rys. 1. Schemat prostego systemu obsługi.

Źródło: opracowanie własne na podstawie [L. S. Goddard, 1966].

Klienci przybywają do punktu [A]. W przypadku braku innych klientów następuje natychmiastowa obsługa, ale w przypadku, gdy znajdują się tam już inni klienci, nowoprzybyli czekają w kolejce na obsługę.

W praktyce większość systemów usługowych charakteryzuje bardziej złożona struktura.



Rys. 2. Schemat złożonego systemu obsługi.

Źródło: opracowanie własne na podstawie [L. S. Goddard 1966].

W złożonym systemie występuje kilka równoległych kanałów obsługi. Mogą one być złożone z jednorodnych stanowisk lub mogą się różnić pod względem liczby stanowisk oraz ich rodzajów. Z tym może być związane zróżnicowanie czasu ob-

<sup>1</sup> Dr hab. Sławomir Juszczyk, prof. SGGW – Katedra Ekonomiki i Organizacji Przedsiębiorstw, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie; mgr Michał Tymiński – Wydział Zarządzania, Wyższa Szkoła Gospodarki Krajowej w Kutnie. Artykuł recenzowany (przyp. red.).

<sup>2</sup> Goddard L. S., *Metody matematyczne w badaniach operacyjnych*, PWN, Warszawa 1966, s. 96.

ślugi na poszczególnych stanowiskach. Wydłużanie czasu oczekiwania w kolejce jest wynikiem braku synchronizacji między stanowiskami.

Przejawem optymalnego sterowania kolejkami jest nie tylko skracanie czasu oczekiwania na obsługę, co wywołuje zadowolenie klienta, ale także wzrost efektywności zarządzania przedsiębiorstwem<sup>3</sup>. Często wiąże się to z podjęciem decyzji o zwiększeniu liczby stanowisk obsługowych, bądź ich redukcji.

W rozwiązywaniu zagadnień problemowych z tego obszaru przydatne są elementy teorii masowej obsługi, zwanej też teorią kolejek. Teoria ta została opracowana przez G. Erlanga w początkach XX wieku. Inspiracją jej powstania, a następnie zastosowania, były potrzeby modyfikacji systemów telekomunikacyjnych<sup>4</sup>.

## Praktyczne zastosowanie wybranych elementów teorii masowej obsługi do oceny sprawności systemu obsługi transportu

Efektywność ekonomiczna systemów logistycznych oceniana jest różnymi metodami. Do jednej z nich zalicza się teorię masowej obsługi. Jest ona szczególnie przydatna przy ocenie efektywności logistycznych systemów obsługi i dotyczy różnych procesów gospodarczych, głównie o charakterze usługowym.

Rozważając model systemu masowej obsługi, należy przyjąć następujące założenia<sup>5</sup>:

- system ten może być jednoznacznie spełniony, jeżeli znane są zbiory przedmiotów oraz operatorów obsługi
- w dowolnie określonym przedziale czasu liczba zgłoszeń jest nie skorelowana z liczbą zgłoszeń w innych przedziałach czasu
- możliwość wystąpienia więcej, niż jednego, zgłoszenia w tym samym momencie jest wykluczona (zgłoszenia są od siebie niezależne)
- prawdopodobieństwo wystąpienia określonej liczby zgłoszeń w określonym przedziale czasu zależy jedynie od długości tego przedziału.

Jeżeli zgłoszenia napływają w nieokreślonych z góry momentach, to sposób ich napływu i pomiaru można opisać odpowiednimi rozkładami prawdopodobieństwa. Zakłada się, że jeżeli między dwoma kolejnymi zgłoszeniami upłynie czas dłuższy niż  $t$ , rozkład prawdopodobieństwa zaistnienia takich zdarzeń można opisać funkcją wykładniczą o następującej postaci:

$$P_0(t) = e^{-at}$$

Jest to rozkład Poissona charakteryzujący się między innymi tym, że w czasie  $t$  zaobserwujemy  $n$  zgłoszeń<sup>6</sup>. Do opisu analizowanego zjawiska napływu jednostek transportowych do systemu oraz czasu ich obsługi służą parametry, które należy oszacować, są to:

$\lambda$  – stopa przybycia (zgłoszeń) jednostek transportowych – jest odwrotnością przeciętnego czasu między kolejnymi zgłoszeniami;

$\mu$  – stopa obsługi – jest to przeciętna liczba klientów obsługiwanych w jednostce czasu;

$\rho$  – parametr intensywności, opisujący stabilność systemu obsługi – jest równocześnie wyrazem stopnia wykorzystania kanału obsługi.

$$\text{Wyraża relację: } \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Parametry  $\lambda$ ,  $\mu$  oraz  $\rho$  służą do kompleksowej oceny stabilności systemu obsługi.

W przypadku gdy:

$\lambda < \mu$  – układ jest w stanie równowagi

(przy założeniu, że obie stopy są stałe);

$\lambda \geq \mu$  – układ jest niestabilny z tendencją do wydłużania kolejki.

Podjęty temat w warunkach badanego przedsiębiorstwa BETA Sp. z o.o. sprowadza się do oceny racjonalności organizacji bazy remontowej transportu. Dane wyjściowe dotyczące rozkładu zgłoszeń jednostek do obsługi zawarto w tabeli 1.

Tab. 1. Empiryczny rozkład strumienia zgłoszeń.

Dzienna liczba napływu klientów (jednostek transportowych)	Liczba stwierdzonych przypadków
0 – 2	2
3 – 6	6
7 – 10	52
11 – 14	30
15 – 18	7
19 – 22	3
więcej niż 22	0
<b>Suma</b>	<b>100</b>

Źródło: badania własne.

Z tabeli 1 wynika, że średnia dzienna liczba zgłoszeń wynosi:

$$\lambda = \frac{2 \times 1 + 6 \times 4,5 + 52 \times 8,5 + 30 \times 12,5 + 6 \times 16,5 + 3 \times 20,5}{100} = 10,065 \approx 10$$

Przyjmując rozkład Poissona dla przebiegu zgłoszeń do kolejki, można ustalić prawdopodobieństwo  $K$  zgłoszeń dziennie, zgodnie z formułą<sup>7</sup>:

$$P_k = \frac{(\lambda t)^k}{K!} e^{-\lambda t} = \frac{10^k}{K!} e^{-10}$$

Wartości prawdopodobieństwa  $P_k$  wraz z klasami odpowiadającymi rozkładowi napływu klientów zawarto w tabeli 2.

<sup>3</sup> Ciesielski M., *Logistyka we współczesnym zarządzaniu*. Wyd. AE, Poznań 2003, s. 120.

<sup>4</sup> Kukuła K. (red.), *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*. PWN, Warszawa 1997.

<sup>5</sup> Radzikowski W., *Badania operacyjne w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, Wyd. Toruńska Szkoła Zarządzania, Toruń 1997, s. 38.

<sup>6</sup> Sadowski W., *Teoria podejmowania decyzji*. PWE 1969, s. 195

<sup>7</sup> W. Radzikowski, *op. cit.* s. 46

Tab. 2. Liczba przypadków teoretycznych i rzeczywistych.

Dzienna liczba napływu klientów do systemu	Obliczone prawdopodobieństwo teoretyczne w skumulowanych klasach	Liczba przypadków teoretycznych w poszczególnych klasach	Liczba przypadków rzeczywistych w poszczególnych klasach
0 – 2	0,002	0,2	2
3 – 6	0,128	12,8	6
7 – 10	0,453	45,3	52
11 – 14	0,334	33,4	30
15 – 18	0,076	7,6	7
19 – 22	0,007	0,7	3
<b>Ogółem</b>	<b>1,000</b>	<b>100,0</b>	<b>100</b>

Źródło: badania własne.

Weryfikację prawdziwości hipotezy o zgodności zaobserwowanych częstości napływu klientów z rozkładem Poissona przeprowadzono stosując test  $\chi^2$ <sup>8</sup>. Dla ułatwienia dalszych obliczeń skumulowano przedziały w trzech klasach wartości liczbowych.

Tabela 3 zawiera liczebności teoretyczne oraz zaobserwowane (empiryczne) wartości napływu klientów. Ułatwia ona przeprowadzenie procedury określenia wartości sprawdzianu. Przyjmując wartości przy poziomie istotności 0,5% i liczbie stop-

Tab. 3. Liczba przypadków teoretycznych i rzeczywistych w wyróżnionych klasach.

Przedziały (klasy) liczbowe	Obliczone prawdopodobieństwa teoretyczne w skumulowanych klasach	Liczba przypadków teoretycznych w poszczególnych klasach	Liczba przypadków rzeczywistych w poszczególnych klasach
0 – 6	0,130	13,0	8
7 – 14	0,787	78,7	82
15 – 22	0,083	8,3	10
<b>Ogółem</b>	<b>1,000</b>	<b>100,0</b>	<b>100</b>

Źródło: badania własne.

Tab. 4. Wyznaczanie wartości krytycznej  $\chi^2$  dla analizowanego przedsiębiorstwa

Przedziały (klasy) liczbowe	Obliczone wartości liczbowe przypadków		Wartości wyjściowe dla testu $\chi^2$		
	teoretycznych $N'_i$	rzeczywistych $N_i$	$(N'_i - N_i)$	$(N'_i - N_i)^2$	$\frac{(N'_i - N_i)^2}{N_i}$
0 – 6	13,0	8	5,0	25,00	3,125
7 – 14	78,7	82	- 3,3	10,89	0,1333
15 – 22	8,3	10	- 1,7	2,89	0,289
<b>Razem</b>	<b>100,0</b>	<b>100</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>3,547</b>

Źródło: badania własne.

<sup>8</sup> Z. Hellwig, *Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki ekonomicznej*. PWN 1998, s. 262-273

ni swobody  $V = 2$  otrzymano odpowiednio wartości: 0,1 i 5,99. Obliczona wartość  $\chi^2 = 3,547$  i mieści się w tablicowych wartościach procentowych, a zatem uznać należy za prawdziwą hipotezę, że częstotliwości napływu klientów mają rozkład Poissona z parametrem  $\lambda = 10$ . Tym samym nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o Poissonowskim rozkładzie przybyć do systemu.

Z przeprowadzonych obserwacji wynika, że baza jest czynna 10 godzin dziennie, a średni czas obsługi jednostki transportu wynosi 67 minut, co daje wydajność dzienną stanowiska

równą  $\mu = \frac{10 \times 60}{67} \approx 9$  jednostek transportowych.

Z właściwości Poissonowskiego potoku zgłoszeń wynika, że czas obsługi ma rozkład wykładniczy, przy  $\mu = 9$ . Stąd intensywność ruchu osiąga wartość:  $\rho = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(\frac{10}{9}\right) = 1,11$  jednostki transportowej

Porównanie wartości oszacowanych parametrów wskazuje, że stopa przybyć jest większa od stopy obsługi ( $\lambda > \mu$ ). Parametr  $\rho > 1$  oznacza, że badany układ jest niestabilny, to jest przy  $t \rightarrow \infty$  długość kolejki rośnie w nieskończoność. Stan równowagi może być osiągnięty jedynie poprzez skrócenie średniego czasu obsługi drogą wzrostu wydajności lub utworzenia dodatkowego stanowiska obsługowego. Zachodzi więc potrzeba wdrożenia usprawnień organizacyjnych na przykład w kierunku lepszego wykorzystania czasu pracy. Może to przy właściwym rozwiązaniu prowadzić do skrócenia średniego czasu obsługi z 67 do 48 minut na jednostkę.

Wówczas:  $\mu = \frac{10 \times 60}{48} = 12,5$ . Stąd  $\rho = 0,8$ .

Prowadzi to do wniosku, że sytuacja w bazie remontowej może ulec poprawie, gdyż  $\lambda > \mu$  oraz  $\rho < 1$ . System w takiej sytuacji byłby bardziej stabilny, a prawdopodobieństwo długich kolejek mniejsze. Tym samym, charakterystyki systemu obsługi po usprawnieniu miałyby inne wartości. Można je ująć odpowiednio w punkty (od a do h).

I tak:

a) prawdopodobieństwo, że w systemie znajdzie się  $k$  jednostek transportowych będzie wyrażone formułą:

$$P_k = \rho^k (1 - \rho) = \left(\frac{10}{12,5}\right)^k \times \left(1 - \frac{10}{12,5}\right) = \left(\frac{10}{12,5}\right)^k \times \left(\frac{2,5}{12,5}\right)$$

Na przykład, dla dwóch zgłoszeń dziennie prawdopodobieństwo  $P_k = P_2$  wyniesie:

$$P_2 = (0,8)^2 \times (1 - 0,8) = 0,128$$

dla  $k = 0$  natomiast,  $P_0 = 0,2$ . Oznacza to sytuację, w której wystąpi oczekiwanie na klienta ze strony systemu obsługi, czyli system będzie nie w pełni wykorzystywany. Prawdopodobieństwo zaistnienia takiego przypadku wyniesie  $P = 0,2$ . Oznacza to dalej, że średnio – z prawdopodobieństwem  $P = 0,8$  – system będzie obsługiwać  $12,5 \times (1 - 0,2) = 10$  jednostek transportowych w ciągu dziesięciogodzinnego dnia pracy.

b) oczekiwana średnia liczba zgłoszeń w systemie obsługi wyniesie:

$$E_2 = \rho / (1 - \rho) = 0,8 / 0,2 = 4$$

c) średnia liczba zgłoszeń oczekujących na obsługę, czyli oczekiwana długość kolejki wyniesie będzie:

$$E_1 = \rho^2 / (1 - \rho) = 0,8^2 / 0,2 = 3,2 \text{ jednostki transportu}$$

d) oczekiwany czas pobytu klienta w kolejce wyniesie:

$$E_3 = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{0,8}{1 - 0,8} = 0,32 \quad 0,32 \text{ dnia} * 10 \text{ h/dzień} = 3,2 \text{ h}$$

e) oczekiwany czas pobytu w całym systemie obsługi: dnia, to jest 4 godziny ( $0,4 \times 10$  godzin)

$$E_4 = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{12,5 - 10} = 0,4 \text{ dnia, to jest 4 godziny (0,4} \times 10 \text{ godzin)}$$

f) prawdopodobieństwo, że w kolejce znajdzie się przynajmniej jedno zgłoszenie

$$\text{wynosić będzie } P_1 = 1 - P_0 = 0,8$$

g) prawdopodobieństwo, że w kolejce oczekiwać będzie więcej niż zgłoszeń, wyniesie:

na przykład dla 3 zgłoszeń

$$P(K > K_0) = \rho^{K_0+1} = (0,8)^{3+1} = 0,4096$$

a dla 6 zgłoszeń

$$P(6 + 1 > 6) = 0,8^{6+1} = 0,21$$

Oznacza to, że nie zachodzi obawa wydłużania się kolejki w nieskończoność.

h) prawdopodobieństwo, że klient będzie oczekiwać w kolejce więcej, niż jednostek

czasu na przykład dla  $t_0 = 1$ h, wyniesie:

$$P(t > t_0) = \rho e^{-t_0(\mu - \lambda)} = 0,8 e^{-1(12,5 - 10)} = 0,8 e^{-2,5} = 0,066$$

Z tego wynika bardzo małe prawdopodobieństwo, że klient „straci” w kolejce więcej niż 3,96 minuty ( $0,066 \times 60$  minut).

## Podsumowanie i wnioski

Badania przeprowadzone przy wykorzystaniu elementów teorii masowej obsługi pozwalają sprecyzować optymalne warunki logistycznej organizacji bazy remontowej. Kierownictwo przedsiębiorstwa powinno wprowadzić usprawnienia prowadzące do wzrostu wydajności stanowiska obsługowego. Mogą one dotyczyć skrócenia czasu obsługi. Działania te prowadzą do zsynchronizowania systemu logistycznego i tym samym racjonalizacji funkcjonowania bazy remontowej oraz zwiększenie jej przepustowości. Synchronizacja systemu obsługi może prowadzić do zwiększenia efektywności finansowej przedsiębiorstwa poprzez minimalizację kosztów, a także do wzrostu efektywności samej obsługi klienta. Wyrazem tego będzie skrócenie czasu oczekiwania w kolejce.

## Streszczenie

Artykuł przedstawia zastosowanie wybranych elementów teorii masowej obsługi do usprawnienia przebiegu procesów logistycznych w przedsiębiorstwie produkcyjnym. Podjęte rozważania dotyczą wzrostu efektywności przedsiębiorstwa poprzez skrócenie czasu remontu jednostek transportowych oraz usprawnienie obsługi transportu w sferze dystrybucji. Badania i obserwacje przeprowadzono w przedsiębiorstwie odzieżowym prowadzącym działalność gospodarczą w Województwie Łódzkim.

## LOGISTIC PROCESSES' EFFECTIVENESS AND CONTROLLING OF TRANSPORT EFFICIENCY WITH USING SELECTED ELEMENTS OF MASS SERVICE THEORY

### Summary

The paper presents an example of using selected elements of mass service theory. The research process concerns controlling of transport efficiency in the distribution business of clothing company. The controlling of this processes about not only shortening the awaiting time for the service (satisfaction of customers), but also increasing the effectiveness in management of the company.

### LITERATURA:

1. Ciesielski M., *Logistyka we współczesnym zarządzaniu*, AE Poznań 2003.
2. Goddard L. S., *Metody matematyczne w badaniach operacyjnych*. PWN, Warszawa 1966.
3. Hellwig Z., *Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej*, PWN, Warszawa 1998.
4. Kukuła K. (red), *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, PWN, Warszawa 1997.
5. Radzikowski W., *Badania operacyjne w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, Wyd. Toruńska Szkoła Zarządzania, Toruń 1997.
6. Sadowski W., *Teoria podejmowania decyzji*, PWE, Warszawa 1969.