

Antoni KORCYL\*

## OPTYMALIZACJA ROZMIESZCZENIA OBIEKTÓW Z UWZGLĘDNIENIEM PUNKTÓW POŚREDNICZĄCYCH W DOSTAWACH

### Streszczenie

W artykule zaproponowano model matematyczny problemu lokalizacji zakładów przemysłowych i składowisk odpadów uwzględniający recyklingu odpadów i wyrobów zdatnych do ponownego użycia oraz punktów pośredniczących. Decyzje oparte są na kryterium minimalizacji kosztów uruchomieniu zakładów, składowisk, punktów pośredniczących oraz kosztów transportu

### 1. WSTĘP

W dynamicznie rozwijających się gospodarkach strategiczne decyzje związane z określeniem miejsca budowy nowych oddziałów, magazynów czy centrów logistycznych staje się wyzwaniem, z którym muszą się zmierzyć menedżerowie czy decydenci. Problemy lokalizacji dotyczą nie tylko zakładów przemysłowych i związanych z produkcją innych aspektów ich funkcjonowania, ale także problem ten dotyczy różnych agencji rządowych, samorządowych i różnych instytucji. Podjęcie decyzji o lokalizacji nowej szkoły czy przychodni lekarskiej lub jednostek ratownictwa medycznego czy pożarniczego. Problem wyboru odpowiednich miejsc dotyczy też gospodarki odpadami. Odpowiednie rozmieszczenie pojemników do segregacji odpadów może zapewnić dynamiczny rozwój tego sektora gospodarki i przynieść wymierną korzyści zarówno finansowe jak i ekologiczne. medycznego. Każda decyzja o wyborze określonego spośród dostępnych miejsc wiąże się z zapewnieniem odpowiedniej jakości świadczonych usług [5].

Pierwsze wzmianki w literaturze na temat problemu lokalizacji pojawiają się w XVII wieku. badania zagadnienia lokalizacji obiektów doprowadziły do zaproponowania wielu rozwiązań, które oprócz aspektów czysto badawczych odnosiły się do problemów spotykanych w praktyce [4]

### 1. PROBLEM LOKALIZACJI – MODEL

W klasycznym problemie lokalizacji popyt generowany przez odbiorców musi być zaspokojony przez dostawców. Polega to na wyborze kilku spośród możliwych miejsc na lokalizację dostawców, które zapewnią zaopatrzenie odbiorców przy najmniejszym łącznym koszcie transportu od dostawców do odbiorców. Kryterium wyboru – optymalizacji rozmieszczenia – jest minimalizacja łącznych kosztów funkcjonowania dostawców (uruchomienia zakładów produkujących dobra, na które zgłaszają zapotrzebowanie odbiorcy) i kosztów dostarczenia tych dóbr od producentów – dostawców- do finalnych odbiorców.

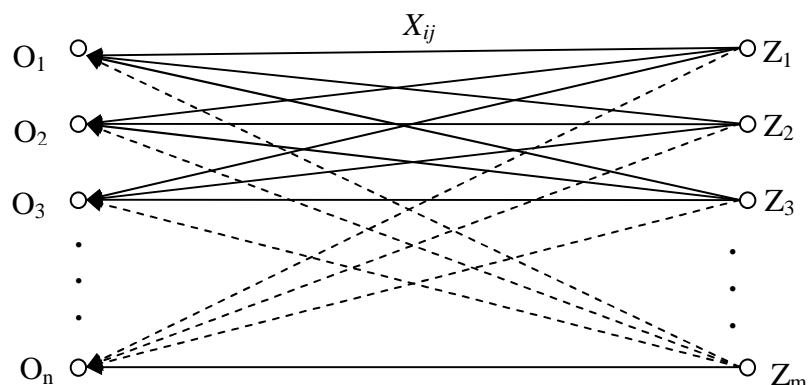
W klasycznym problemie lokalizacji  $m$  producentów  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) zaopatruje  $n$  odbiorców  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ). Koszty transportu wyrobu od producenta  $i$  do odbiorcy  $j$  są znane i oznaczone przez parametr  $C_{ij}$ . Parametr ten określa jednostkowy koszt transportu od

---

\* Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania

producenta  $i$  do odbiorcy  $j$ . Koszt stały związany z uruchomieniem (otwarcie) zakładu  $i$ , jest określony i wynosi  $F_i$ . Popyt  $j$ -tego odbiorcy powinien być zaspokojony przez  $i$ -tego producenta co określa binarna zmienna decyzyjna  $X_{ij}$ . Zaspokojenie popytu  $j$ -tego odbiorcy przez  $i$ -tego producenta może nastąpić pod warunkiem, że zakład  $i$ -ty zostanie uruchomiony. Uruchomienie  $i$ -tego zakładu określa zmienna binarna  $y_i$ .

Schemat przepływów problemu lokalizacji przedstawia rysunek 1.



Rys.1. Schemat przepływów w klasycznym problemie lokalizacji

Model matematyczny klasycznego problemu lokalizacji ma postać:

Zminimalizować

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^m F_i y_i \quad (1)$$

Funkcja celu (1) minimalizuje łączny koszt transportu dóbr od dostawców (producentów), które zostały uruchomione, do odbiorców oraz koszty uruchomienia niektórych zakładów. Następujące ograniczenia powinny być spełnione. Każdy odbiorca jest zaopatrywany przez jednego producenta co zapewnia poniższe ograniczenie.

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (2)$$

Każdy odbiorca jest zaopatrywany przez producentów, których zakłady produkcyjne zostały uruchomione co zapisano poniżej

$$X_{ij} \leq y_i \quad \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (3)$$

Binarność zmiennych  $X_{ij}$  oraz  $y_i$  zapewniają ograniczenia (4) i (5).

$$X_{ij} \in \{0;1\} \quad \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$y_i \in \{0;1\} \quad \forall i = 1, \dots, m; \quad (5)$$

## 2. LOKALIZACJA ZAKŁADÓW I SKŁADOWISK ODPADÓW

Problem odpadów w dynamicznie rozwijających się gospodarkach staje się jednym z ważniejszych zadań stojących przed władzami lokalnymi. Nie tylko związany z tym brak odpowiednio przygotowanych miejsc do ich składowania ale także niski poziom wykorzystania części odpadów w procesach recyklingu. W Polsce zaledwie 2% z 12 mln ton

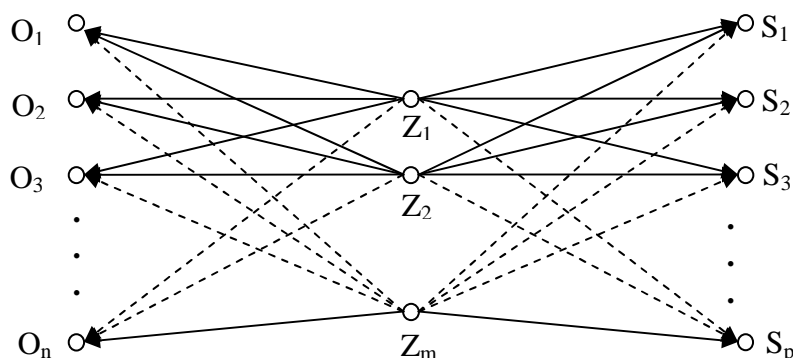
produkowanych odpadów jest poddawana selektywnej zbiórce. Daje to ok. 6 kg na statystycznego obywatela naszego kraju. W Niemczech na każdego obywatela przypada 80 kg selektywnie zebranych odpadów a w Czechach ok. 20 kg.

Selektywne zbieranie odpadów może być prowadzone w różny sposób. Najczęściej stosowany jest system oznakowanych kontenerów ustawionych na terenie osiedli mieszkaniowych lub w centrach handlowych.

Innym rozwiązaniem może być również rozmieszczenie punktów gromadzenia i segregacji odpadów. Taki sposób jest stosowany w wielu krajach Europy Zachodniej. Są to miejsca ogrodzone, nadzorowane, wyposażone w specjalne przygotowane kontenery.

W systemie selektywnej zbiórki odpadów nieodłącznym elementem jest budowa specjalnych sortowni zlokalizowanych w najlepszych dla nich miejscach.

Problem lokalizacji zakładów produkcyjnych ( $Z_i$ ) i składowisk odpadów ( $S_k$ ) jest problemem złożonym. Można go rozpatrywać jako problem przepływu wyrobów pomiędzy zakładami a odbiorcami ( $O_j$ ) oraz pomiędzy zakładami a składowiskami odpadów powstających w procesie produkcyjnym. Rysunek 2 przedstawia schemat przepływów wyrobów i odpadów w problemie lokalizacji zakładów i składowisk odpadów.



Rys.2. Schemat przepływów wyrobów i odpadów

Problemy związane z zadaniem lokalizacji zakładów produkcyjnych oraz składowisk odpadów w literaturze były uwzględniane tylko w odniesieniu do rzeczywistych sytuacji, które stanowiły podstawę do proponowanych modeli matematycznych i algorytmów heurystycznych [2]. Zaproponowany model matematyczny problemu lokalizacji zakładów produkcyjnych oraz składowisk odpadów został poszerzony o przepływy nie tylko pomiędzy zakładami i odbiorcami oraz pomiędzy zakładami a składowiskami odpadów, ale także pomiędzy odbiorcami a składowiskami z punktami pośrednimi służącymi np. do selektywnej zbiórki odpadów, co ma wpływ na uruchomienie odpowiednich składowisk odpadów.

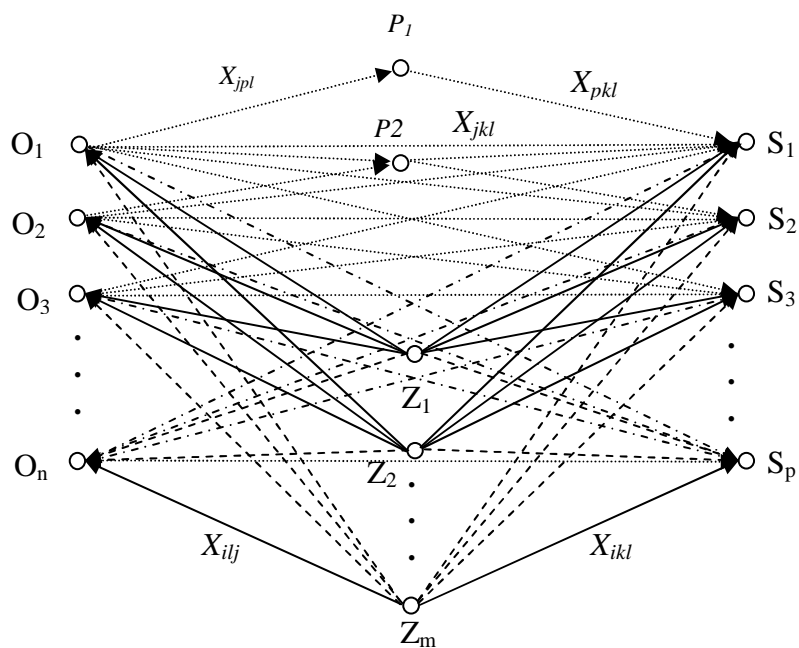
### 3. MODEL MATEMATYCZNY PROBLEMU OPTIMALIZACJI ROZMIESZCZENIA ZAKŁADÓW, SKŁADOWISK I PUNKTÓW POŚREDNICH

Zaproponowany model matematyczny problemu lokalizacji zakładów produkcyjnych, składowisk odpadów [6] oraz punktów pośrednich wymaga przyjęcia następujących kilkunastu założeń niezbędnych do jego zbudowania:

- W lokalizowanych zakładach jest możliwa produkcja różnych wyrobów,

- Znany jest popyt na produkowane różne wyroby generowany przez każdego odbiorcę, i jest on w rozpatrywanym horyzoncie czasu stały,
- Znane są koszty uruchomienia poszczególnych zakładów i składowisk odpadów,
- Znane są koszty uruchomienia punktów pośrednich dla segregacji odpadów
- Znane są koszty transportu wyrobów pomiędzy zakładami a odbiorcami
- Znane są koszty transportu odpadów pomiędzy zakładami a składowiskami;
- Znane są koszty transportu odpadów pomiędzy odbiorcami a składowiskami,
- Znane są koszty transportu odpadów od odbiorcy do punktu segregacji
- Znane są koszty transportu odpadów z punktów segregacji do składowisk
- Ilość różnych odpadów generowanych w zakładzie jest stała i proporcjonalna do wielkości produkcji danego wyrobu,
- Ilość różnych odpadów generowanych przez odbiorcę jest stała i proporcjonalna do wielkości jego popytu na dany wyrób.

Schemat przepływów wyrobów, zużytych produktów i odpadów uwzględniający zakłady , odbiorców, składowiska oraz punkty pośredniczące przedstawia rysunek 3.



Rys.3. Schemat przepływów wyrobów, zużytych produktów i odpadów

Przyjmijmy następującą notację indeksów, parametrów i zmiennych decyzyjnych:

**Indeksy:**

- $i$  indeks zakładu produkcyjnego  $i \in I$ ,
- $j$  indeks odbiorcy  $j \in J$ ,
- $k$  indeks składowiska odpadów  $k \in K$ ,
- $l$  indeks rodzaju produkowanego wyrobu  $l \in L$ ,
- $p$  indeks punktu pośredniego  $p \in P$

**Parametry:**

- $C_i^z$  koszt stały uruchomienia zakładu  $i$ ,
- $C_k^s$  koszt stały uruchomienia składowiska odpadów  $k$ ,
- $C_p$  jednostkowy koszt uruchomienia punktu pośredniego  $p$ ,
- $c_{ijl}^1$  jednostkowy koszt transportu wyrobu  $l$  od zakładu  $i$  do odbiorcy  $j$ ,
- $c_{ikl}^2$  jednostkowy koszt transportu odpadu z produkcji wyrobu typu  $l$  z zakładu  $i$  do składowiska  $k$ ,
- $c_{jkl}^3$  jednostkowy koszt transportu odpadu z wyrobu typu  $l$  od odbiorcy  $j$  do składowiska  $k$ ,
- $c_{jpl}^4$  jednostkowy koszt transportu odpadu z wyrobu typu  $l$  od odbiorcy  $j$  do punktu pośredniczącego  $p$
- $c_{pkl}^5$  jednostkowy koszt transportu odpadu z wyrobu typu  $l$  z punktu pośredniczącego  $p$  do składowiska  $k$
- $d_{jl}$  popyt odbiorcy  $j$  na wyroby typu  $l$ ,
- $p_{il}^z$  możliwości produkcyjne zakładu  $i$  wyrobów typu  $l$ ,
- $p_{kl}^s$  możliwości składowania odpadów związanych z wyrobami typu  $l$  na składowisku  $k$ ,
- $p_{pl}$  możliwości składowania odpadów związanych z wyrobami typu  $l$  w punkcie pośredniczącym  $p$
- $w_{il}^z$  maksymalna ilość odpadów związanych z produkcją wyrobów typu  $l$  generowanych w zakładzie  $i$ ,
- $\alpha_{il}$  ilość odpadów związanych z produkcją wyrobów typu  $l$  powstałych w zakładzie  $i$  (ułamek dziesiętny),
- $\beta_{jl}$  ilość odpadów związanych z wyrobem typu  $l$  powstałych w wyniku zaspokojenia popytu odbiorcy  $j$  (ułamek dziesiętny) na ten wyrób,

**Zmienne decyzyjne:**

- $X_{ijl}^1$  przepływ wyrobów typu  $l$  z zakładu  $i$  do odbiorcy  $j$ ,
- $X_{ikl}^2$  przepływ odpadów powstałych w zakładzie  $i$  podczas produkcji wyrobów typu  $l$  do składowiska  $k$ ,
- $X_{jkl}^3$  przepływ odpadów powstałych w wyniku zaspokojenia popytu odbiorcy  $j$  na wyroby typu  $l$  do składowiska  $k$ ,
- $X_{jpl}^4$  przepływ odpadów typu  $l$  od odbiorcy  $j$  do punktu pośredniczącego  $p$ ,
- $X_{pkl}^5$  przepływ odpadów typu  $l$  z punktu pośredniczącego  $p$  do składowiska  $k$ ,
- $Y_i^z = 1$  jeżeli zakład  $i$  jest otwierany;  $= 0$  w przeciwnym wypadku,

$Y_k^s = 1$  jeżeli składowisko  $k$  jest otwierane;  $= 0$  w przeciwnym wypadku,  
 $Y_p = 1$  jeżeli punkt pośredniczący jest uruchamiany;  $= 0$  w przeciwnym wypadku,

Model matematyczny problemu lokalizacji zakładów produkcyjnych oraz składowisk odpadów uwzględniający przepływy pomiędzy odbiorcami, zakładami, i składowiskami ma następującą postać:

**Zminimalizować**

$$\sum_{i \in I} C_i^z Y_i^z + \sum_{k \in K} C_k^s Y_k^s + \sum_{p \in P} C_p Y_p + \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ijl}^1 X_{ijl}^1 + \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_{ikl}^2 X_{ikl}^2 + \sum_{l \in L} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_{kjl}^3 X_{kjl}^3 + \sum_{l \in L} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} c_{jpl}^4 X_{jpl}^4 + \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} \sum_{k \in K} c_{pkl}^5 X_{pkl}^5 \quad (6)$$

**Przy ograniczeniach**

$$\sum_{i \in I} X_{ijl}^1 = d_{jl} \quad \forall l \in L, j \in J \quad (7)$$

$$\sum_{j \in J} \alpha_{il} X_{ijl}^1 = \sum_{k \in K} X_{ikl}^2 \quad \forall i \in I, l \in L \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J} \beta_{jl} d_{jl} = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} X_{jkl}^3 + \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} X_{jpl}^4 \quad \forall l \in L \quad (9)$$

$$X_{ijl}^1 \leq d_{jl} Y_i^z \quad \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (10)$$

$$X_{ijl}^1 \leq p_{il}^z Y_i^z \quad \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (11)$$

$$X_{ikl}^2 \leq w_{il}^s Y_k^s \quad \forall i \in I, k \in K, l \in L \quad (12)$$

$$X_{ikl}^2 \leq p_{kl}^s Y_k^s \quad \forall i \in I, k \in K, l \in L \quad (13)$$

$$\sum_{j \in J} X_{ijl}^1 \leq \sum_{j \in J} d_{jl} Y_i^z \quad \forall i \in I, l \in L \quad (14)$$

$$\sum_{j \in J} X_{ijl}^1 \leq \sum_{i \in I} p_{il}^z Y_i^z \quad \forall i \in I, l \in L \quad (15)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ikl}^2 + \sum_{p \in P} X_{pkl}^5 \leq \sum_{i \in I} w_{il}^z Y_i^z \quad \forall k \in K, l \in L \quad (16)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ikl}^2 + \sum_{p \in P} X_{ipl}^5 \leq \sum_{k \in K} p_{kl}^s Y_k^s \quad \forall k \in K, l \in L \quad (17)$$

$$\sum_{j \in J} X_{jkl}^3 + \sum_{p \in P} X_{pkl}^5 \leq \left( \sum_{j \in J} \beta_{jl} d_{jl} \right) Y_k^s \quad \forall k \in K, l \in L \quad (18)$$

$$\sum_{j \in J} X_{jkl}^3 + \sum_{p \in P} X_{pkl}^5 \leq p_{kl}^s Y_k^s \quad \forall k \in K, l \in L \quad (19)$$

$$\sum_{j \in J} X_{jkl}^3 + \sum_{p \in P} X_{pkl}^5 \leq p_{kl}^s Y_k^s \quad \forall k \in K, l \in L \quad (20)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ikl}^2 + \sum_{j \in J} X_{jkl}^3 + \sum_{j \in J} X_{pkl}^5 \leq p_{kl}^s Y_k^s \quad \forall k \in K, l \in L \quad (21)$$

$$\sum_{j \in J} X_{jpl}^4 = \sum_{k \in K} X_{pkl}^5 \quad \forall p \in P, l \in L \quad (22)$$

$$w_{il}^z = \alpha_{il} \sum_{j \in J} d_{jl} \quad \forall i \in I, l \in L \quad (23)$$

$$Y_i^z, Y_k^s, Y_p \in \{0;1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (24)$$

$$X_{ijl}^1, X_{ikl}^2, X_{jkl}^3, X_{jpl}^4, X_{pkl}^5 \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, l \in L, p \in P \quad (25)$$

Funkcja celu (6) minimalizuje łączne koszty uruchomienia zakładów produkcyjnych, składowisk odpadów oraz punktów pośrednich a także koszty transportu gotowych wyrobów pomiędzy uruchomionymi zakładami a odbiorcami, kosztów transportu odpadów powstałych w procesie produkcyjnym od uruchomionych zakładów do uruchomionych składowisk odpadów i koszty transportu odpadów powstałych u odbiorców i przewożonych na otwarte składowiska lub uruchomione punkty pośrednie. Ograniczenie (7) zapewnia zaspokojenie popytu wszystkich odbiorców na różne wytwarzane produkty. Ilość generowanych odpadów w uruchomionych zakładach i u odbiorców, które muszą zostać przewiezione bezpośrednio do uruchomionych składowisk lub poprzez punkty pośredniczące opisują ograniczenia (8) i (9). Ograniczenia od (10) do (21) zapewniają odpowiednie wielkości przepływów pomiędzy zakładami, odbiorcami, punktami pośredniczącymi i składowiskami wynikającymi z możliwości produkcyjnych zakładów, składowisk oraz popytem odbiorców oraz maksymalne ilości przepływów. Maksymalna ilość odpadów danego rodzaju powstająca w zakładzie jest opisana ograniczeniem (23). Ograniczenie (24) zapewnia binarność a (25) ciągłość i nieujemność odpowiednich zmiennych decyzyjnych.

#### 4. SYMULACJE KOMPUTEROWE

Symulacje komputerowe dla zaproponowanego modelu matematycznego problemu lokalizacji zakładów i składowisk odpadów oraz punktów pośredniczących przeprowadzono w oparciu o dane generowane losowo dla następujących klas problemów:

- Liczba zakładów od 5 do 10
- Liczba odbiorców od 5 do 10
- Liczba składowisk odpadów od 5 do 10
- Liczba produkowanych wyrobów od 3 do 10
- Liczba punktów pośredniczących od 3 do 5

Model matematyczny problemu optymalizacji rozmieszczenia zakładów i składowisk odpadów został zapisany w języku programowania matematycznego LINGO [7]. Ze względu na możliwości obliczeniowe użytego komputera czas obliczeń dla przedstawionych powyżej klas problemów wynosił od kilku sekund do kilkunastu minut.

#### PODSUMOWANIE

Przeprowadzone symulacje komputerowe wykazały, że zintegrowane planowanie strategiczne lokalizacji zakładów, składowisk odpadów oraz punktów pośrednich może być rozwiązaniem problemu rozmieszczenia nie tylko dla firm produkcyjnych i magazynów ale także dla zakładów zajmujących się odzyskiem surowców wtórnych i selektywną ich zbiórką. Zaproponowany model można też wykorzystać do planowania rozmieszczenia miejsc odbioru odpadów zarówno segregowanych jak i wielkogabarytowych. Z tego typu problemami borykają się samorzady realizując zadania narzucone przez ustawą o ochronie środowiska.

Przeprowadzone symulacje komputerowe w oparciu o dane generowane losowo powinny być w przyszłości zweryfikowane o dane rzeczywiste. Także założenia, które posłużyły do zbudowania przedstawionego modelu powinny uwzględniać losowość

zapotrzebowania na różnorodne produkty, zmienność możliwości produkcyjnych zarówno zakładów, składowisk i punktów pośredniczących a także wielo-okresowość w procesie planowania i sterowania.

#### LITERATURA

- [1] Budnick F.S., McLeavey D., Mojena R.: *Principles of Operations Research for Management*. IRWIN, Homewood, Illinois, 1988.
- [2] Fleischmann M., Bloemhof-Ruwaard J.M., Dekker R., van der Laan E., van Nunen J., van Wassenhove L.: *Quantitative models for reverse logistics: A review*. European Journal of Operational Research, vol. 103(1997), s. 1-17, Elsevier.
- [3] Harkness J., ReVelle Ch.: *Facility location with increasing production costs*. European Journal of Operational Research, vol. 145(2003), s. 1-13, Elsevier.
- [4] Hesse Owen S., Daskin M. S.: *Strategic facility location: A review*. European Journal of Operational Research, vol 111(1998), s. 423-447, Elsevier.
- [5] Klose A., Drexel A.: *Facility location models for distribution system design*, European Journal of Operational Research, vol. 162(2005), s. 4-29, Elsevier
- [6] Korcyl A. : Optymalizacja rozmieszczenia zakładów i składowisk odpadów,
- [7] Schrage L., Cunningham K.: *LINGO, Optimization Modeling Language*. LINDO Systemc Inc., Chicago, 1991.

### OPTIMIZATION OF FACILITY LAYOUT OF PLANTS WITH INTERMEDIATE POINTS

#### Abstract

The facility layout problem with intermediate points mathematical model is presented in this paper. Decisions based on minimization of total start-up and transportation costs.