Jolanta Żak[1]
Wydział Transportu Politechniki Warszawskiej

Teoria kolejek w zastosowaniu do opisu procesu transportowego

WPROWADZENIE

Opisując rzeczywisty proces transportowy trudno wyobrazić sobie sieć transportową w której nie występuje problem kongestii i co za tym idzie zatorów przed punktami węzłowymi. Zatem chcąc przedstawić model dynamiki rzeczywistego procesu transportowego należy uwzględnić w nim możliwość występowania kolejek. Uwzględniając powyższe wydaje się, że najlepszą metodą osiągnięcia celu będzie wykorzystanie do opisu procesu transportowego aparatu teorii kolejkowej. Teoria kolejkowa zajmuje się badaniem modeli matematycznych rzeczywistych procesów, w których zdarzają się przestoje, czekanie, kolejki i straty. Jest to jedna z dziedzin zastosowań rachunku prawdopodobieństwa używająca jako narzędzi badawczych analizy zespolonej, teorii równań różniczkowych i całkowych i innych dziedzin matematyki. Teoria kolejek pozwala na ocenę nam możliwości zachowaniu się systemu transportowego w przyszłości. Niezwykle wygodna do stosowana jest siec kolejkowa ze względu na podobieństwo z siecią transportową.

Wyniki teorii obsługi masowej stosuje przy projektowaniu nowych systemów, gdy chcemy ustalić parametry projektowanego systemu tak, aby jak najlepiej zaspokoić popyt przyszłych klientów uwzględniając jednocześnie interesy zarządzającego systemem. Trzeba tu jeszcze podkreślić, że same straty czasowe nie zawsze sa jedynym, ani też rozstrzygającym kryterium przy ocenie jakości systemu kolejkowego.

1. TEORIA KOLEJEK- ZAŁOŻENIA

Z punktu widzenia klienta znajomość struktury i własności systemu może nam przede wszystkim dopomóc do powzięcia decyzji co do postępowania w systemie kolejkowym. Klienci mogą mieć różne możliwości wywierania wpływu na swój indywidualny czas, jaki spędza w systemie, na straty lub nakłady (finansowe, czasowe lub inne), które się z tym wiążą, a mówiąc ogólnie, na warunki, w jakich realizowana jest ich obsługa. Można to osiągnąć np. przez odpowiedni wybór momentu zgłoszenia do systemu lub wybór obsługującego. Czasem za określoną dopłata można sobie zapewnić pierwszeństwo przed innymi klientami, a kiedy indziej warto będzie całkiem opuścić system i szukać w innym systemie zastępczej obsługi. W pewnych przypadkach w czasie obsługi wpływać na obsługującego lub na zarządzającego systemem, aby poprawił warunki, w jakich obsługa przebiega, zwiększył jej tempo lub zmienił kryteria wyboru klientów do obsługi. Z punktu widzenia zarządzającego systemem celem badania bywa najczęściej poszukiwanie możliwości usprawnienia pracy systemu.

W teorii kolejek występują pewne typowe dla niej określenia:

- zgłoszenie,
- strumień zgłoszeń,
- kanał obsługi,
- kolejka,
- klient.

Proces zgłoszeń klientów do systemu obsługi jest jedną z głównych charakterystyk systemu. Rozróżniamy różne rodzaje systemów w zależności od tego, czy klienci wchodzą regularnie, losowo lub

[1]logika1@it.pw.pl

według ustalonego wcześniej planu. W przypadku losowych zgłoszeń istotne są charakterystyki procesu zgłoszeń: średnią liczbę klientów wchodzących w jednostce czasu, prawdopodobieństwo tego, ilu klientów zgłosi się w określonym przedziale, i wiele innych. A także czy i jak charakterystyki te zmieniają się z upływem czasu.

Obsługa klientów może być prowadzona w jednym lub w kilku równoległych kanałach obsługi, jej długość może być ustalona i jednakowa dla wszystkich klientów lub losowa; czasem także zależna od typu klienta lub od przydzielonego kanału obsługi, jeśli dostępne kanały maja różne prędkości obsługi.

Ważną własnością systemu kolejkowego są stochastyczne charakterystyki czasu trwania obsługi, które mogą być różnie zmienne w czasie. Kanały natomiast mogą wykonywać tę samą obsługę lub też niektóre z nich mogą być wyspecjalizowane. Klienci mogą być obsługiwani nie pojedynczo, lecz w, przy czym wielkość grupy może być znów losowa, ograniczona lub stała.

Formułując model teorii kolejkowej należy zatem określić:

- typ rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych (rozkład deterministyczny _ równe odstępy czasu), rozkład wykładniczy, rozkład Erlanga, dowolny rozkład;
- zależność lub niezależność zmiennych losowych czasu czekania na zgłoszenie i czasu obsługi;
- skończona lub nieskończona wartość liczby stanowisk obsługi, długości poczekalni;
- obowiązującą w systemie dyscyplinę obsługi.

Zmiennymi losowe występującymi w modelu analizowanego typu są:

- czas upływający między wejściem do systemu kolejnych zgłoszeń;
- czas obsługi jednego zgłoszenia przez stanowisko obsługi;
- liczba stanowisk obsługi;
- liczba miejsc w poczekalni oczekujących na obsługę.

Opisując system kolejkowy można posłużyć się klasyfikacją systemów kolejkowych opracowaną przez D. Kendala [3]. Kod opisujący system kolejkowy ma postać:

$$X / Y / m \tag{1}$$

gdzie

X – rodzaj rozkładu wejściowego strumienia zgłoszeń do systemu,
Y – rodzaj rozkładu czasów obsługi zgłoszeń,
m – liczba kanałów obsługi w systemie,

Najczęściej występujące rozkłady wejściowego strumienia zgłoszeń oraz czasów obsługi zgłoszeń, oznaczono symbolami:

M – rozkład wykładniczy czasu obsługi zgłoszeń albo odstępów czasu między sąsiednimi zgłoszeniami, tzn. poissonowski rozkład przybyć,
E_k – rozkład Erlanga rzędu k czasu obsługi zgłoszeń albo odstępów czasu między sąsiednimi zgłoszeniami,
D – strumień zdeterminowany lub regularny,
G – strumień posiadający dowolny rozkład czasów obsługi,
GI – strumień ogólnego typu, dowolny i niezależny,
H_r – rozkład hyperwykładniczy r rzędu,
C_k – rozkład Cox’a k rzędu,
K_n – rozkład χ^2 odstępów miedzy zgłoszeniami (z n stopniami swobody) lub rozkład χ^2 czasów obsługi.

Obowiązująca w systemie dyscyplina określająca kolejność wybierania zgłoszeń z kolejki znajdującej się w poczekalni. Najczęściej spotykamy dyscypliny to: FIFO; LIFO; RSS; RR; PS.

Rozwiązaniem zadań opisanych przy pomocy teorii kolejek są parametry opisujące zachowanie się systemu, wśród nich czasu zajętości wszystkich stanowisk obsługi

- prawdopodobieństwo, że system nie jest pusty,
- średnia liczba zgłoszeń oczekujących,
- średnia liczba zgłoszeń oczekujących i obsługiwanych,

- średni czas oczekiwania,
- średni czas oczekiwania i obsługi,
- prawdopodobieństwo, że przybywające zgłoszenie oczekuje na obsługę,
- prawdopodobieństwo, że k zgłoszeń jest w systemie.

Przez sieć kolejkową którą jest analizowana w artykule jest rozumiany zbiór systemów kolejkowych, powiązanych ze sobą, pomiędzy którymi przemieszczają się zgłoszenia realizując zapotrzebowanie na obsługę. W sieci kolejkowej występują elementy analogiczne do elementów sieci transportowej, co umożliwia zastosowanie pojęć i twierdzeń stosowanych w sieciach transportowych do opisu własności sieci kolejkowych (tabela1).

Tabela1 Porównanie sieci transportowej z siecią kolejkowej

Elementy sieci przepływowej	**Sieć kolejkowa**	**Sieć transportowa**
wejście	przybycie zgłoszeń (źródło)	wierzchołek mający krawędzie tylko wychodzące
wyjście	wyjście zgłoszeń (ujście)	wierzchołek mający krawędzie tylko wchodzące
natężenie przepływu	strumień zgłoszeń	wielkość potoku
wierzchołek	system kolejkowy	Węzeł transportowy
krawędź	możliwe przejście (tranzycja)	łuk między węzłami
kierunek krawędzi	kierunek przejścia	kierunek przepływu
wartość opisująca krawędź	prawdopodobieństwo przejścia $0<p\leq 1$	przepustowość

Źródło: opracowanie własne na podstawie [2].

2. PROCES TRANSPORTOWY

Konstruując model dynamiki procesu transportowego należy opisać związki występujące między stanami systemu transportowego oraz czasem jako zmienną niezależną. Parametryzując proces transportowy należy zatem uwzględnić zależności między stanami elementów dróg i stanami środków transportowych tworzących potok ruchu. Zależności te ograniczają liczbę dopuszczalnych stanów przestrzeni fazowej stanów systemu transportowego. Ograniczenia te pozwalają na przedstawienie ruchu wektora stanu w dwóch ujęciach[1]:

- jako ciągu zmian stanu elementów dróg systemu,
- jako ciągu zmian stanu środków transportowych tworzących potok ruchu w systemie, np. pojazdów, pociągów, wagonów, kontenerów, pakietów materiałów.

Zakres odwzorowania infrastruktury systemu transportowego oraz zakres odwzorowania potoku ruchu z wykorzystaniem charakterystyk środków transportowych tworzących potok ruchu wynika z celu i zakresu badań dla których model jest konstruowany. Przyjmujemy, że stan systemu transportowego definiowany jest jako punkt przestrzeni fazowej określonej przez iloczyn kartezjański stanów elementów dróg systemu oraz stanów środków transportowych tworzących potok ruchu w systemie.

A zatem, do opisu stanu systemu może być wykorzystany wektor o składowych wyznaczających punkt w przestrzeni stanów tego systemu.

Nawiązując do definicji procesu transportowego jako opisu związków pomiędzy stanami, a także dla potrzeb odwzorowania dynamiki transportowego jednostek transportowych (dynamiki procesu transportowego) w sieci transportowej zakładamy, że:

- stan nazywać będziemy fazą procesu,
- zmianę stanu (zmianę fazy) nazywać będziemy zdarzeniem.

Fazę procesu transportowego cechuje czas trwania, a zdarzenie chwila wystąpienia zmiany stanu. Powstałą w ten sposób strukturę definiujemy jako strukturę sieci faz procesu transportowego. W takim układzie struktura sieci faz procesu transportowego jest odwzorowaniem struktury transportowej oraz odwzorowaniem procesu transportowego jednostek transportowych w sieci transportowej. W odwzorowaniu dynamiki procesu transportowego żaden środek transportowy tworzący potok ruchu nie może być w żadnym stanie więcej niż jeden raz.

3. ODWZOROWANIE STRUKTURY I CHARAKTERYSTYK SIECI TRANSPORTOWEJ

Strukturę systemu transportowego zapisujemy w postaci grafu **G**.

$$\boldsymbol{G} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{L} \rangle \tag{2}$$

gdzie:

W - zbiór wierzchołków (węzłów) grafu ***G***

$$\boldsymbol{W} = \{w: w=1, 2, ..., a, ..., i, ..., j, ..., b, ..., W\} \tag{3}$$

L - jest zbiorem uporządkowanych par (*i*, *j*) węzłów grafu będących podzbiorem iloczynu kartezjańskiego ***W***×***W***, przy czym łuk (*i*, *j*) jest interpretowany jako połączenie transportowe od węzła *i* do węzła *j*.

Drogą nazywamy ciąg elementów infrastruktury systemu transportowego biorące udział w przemieszczaniu potoku ruchu od początku trasy (węzła *a*) do końca trasy (węzła *b*). Zatem drogą w grafie G, z węzła *a* do węzła *b* nazywać będziemy ciąg *p*(*ab*) definiowany następująco:

$$p(ab)=\langle (a,k),(k,\dots),\dots,(i,j),\dots,(\dots,l),(l,b)\rangle \tag{4}$$

Oczywiście $a, k, i, j, l, b \in$ W oraz $(a, k),..., (i, j),..., (l, b) \in \boldsymbol{L}$.

Konstruując model dynamiki procesu transportowego konieczne jest zdefiniowanie czasu. Zakładamy zatem, że ponumerowano odcinki czasowych o dowolnej długości, przy czym tworzą one zbiór ***T***, tj.:

$$\boldsymbol{T} = \{t: t=1, ..., t', ..., T\} \tag{5}$$

Zakładamy, ponadto że $\forall\, t, t' \in \boldsymbol{T}$ t ≠ t' co oznacza, że zbiór odcinków czasowych jest zbiorem uporządkowanym ściśle monotonicznie.

Model opisujący proces transportowy powinien charakteryzować się uwzględnieniem w zapisie [11]:

- przyczynowości,
- FIFO,
- zależności między wielkością potoku ruch a wykorzystywanymi w systemie drogami.

Przyczynowość

Wpływ na obecne zachowanie podróżnych mają poprzednie stany. Warunek ten stanowi o tym że na koszty transportu dla danego połączenia mogą mieć wpływ wielkości przepływu w poprzednich chwilach.

FIFO

W dynamicznym modelach dynamicznych ponieważ zwykle oczekuje się, że jeśli dwa pojazdy wjeżdżają do samego łuku w pewnej kolejności to i w tej samej kolejności go opuszczają. Można zatem powiedzieć, że przybywają do miejsca przeznaczenia wcześniej niż tych, którzy odeszli po nich [4].

$$\forall\, s, s' \in S \text{ jeśli } t_i(s) > t_i(s')\ \tau_{ij}(t) = t_j(s) - t_j(s') \tag{9}$$

$$\frac{d\tau_{ij}(t)}{dt} \geq 0 \tag{10}$$

gdzie:

$t_i(s)$ - czas wyjazdu pojazdu s z węzła i
$t_i(s')$ - czas wyjazdu pojazdu s' z węzła i,
$t_j(s)$ - czas przyjazdu pojazdu s do węzła j,
$t_j(s')$ - czas przyjazdu pojazdu s' do węzła j.

$d\tau_{ij}(t)$ - oznacza zmianę w czasie przybycia do węzła j pojazdów s i s' miedzy pojazdami na wejściu i wyjściu z połączenia (i, j).

Warunek (9) oznacza, że na danym łuku nie występuje wyprzedzanie pojazdów.

Rozprzestrzenianie się potoku ruchu

Rozprzestrzenianie potoku ruchu wskazuje, jak zmienia się liczba pojazdów wzdłuż trasy ruchu pojazdu. W modelu odwzorowującym dynamikę procesów transportowych wielkość potoku ruchu może zmieniać się wzdłuż trasy zależnie od warunków pracy

$$h^{ab}\left(\tau^{ab}(t)\right) = \frac{f^{ab}(t)}{d\tau^{ab}(t)/dt} \tag{11}$$

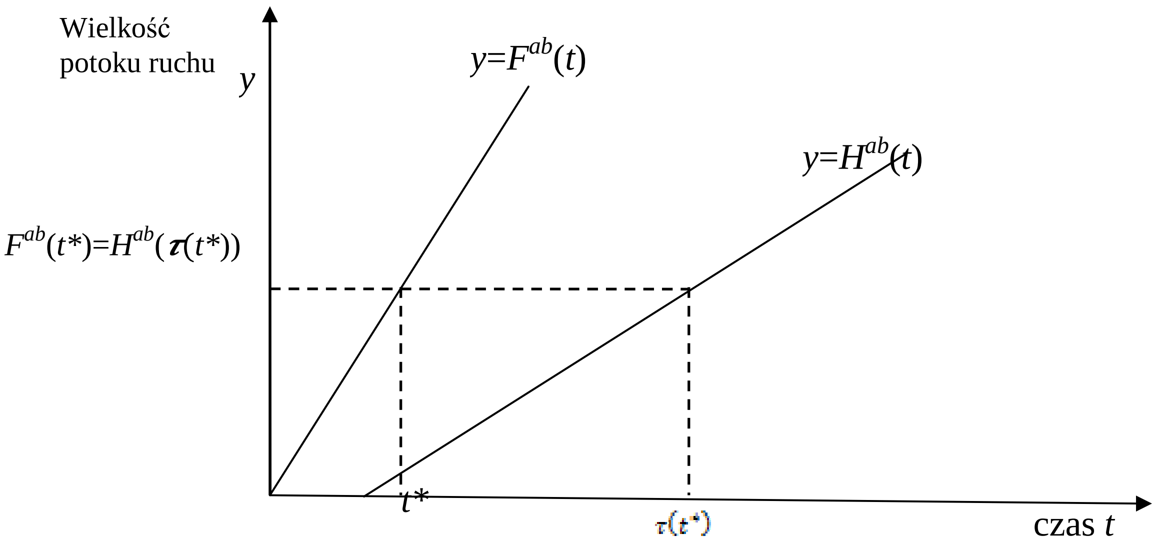
gdzie:

$f^{ab}(t)$ - jest wielkością potoku ruchu wypływającego z węzła a w czasie t,

$h^{ab}(t)$ - jest wielkością potoku ruchu wpływającego do węzła b w czasie t,

$\tau^{ab}(t)$ - jest okresem czasu potrzebny na przejazd od węzła a do węzła b zależny od chwili w której środki transportowe znalazły się na trasie

Zależność (11) pozwala na zbadanie, jak zmieni się wielkość potoku ruchu wzdłuż trasy z upływem czasu.



Rys. 2.Wykres wielkości potoku ruchu w sieci

Źródło: [4].

Analizując proces transportowy należy określić zbiór typów środków transportowych należących do analizowanego systemu ich liczbę. Ponadto, należy sprawdzić czy liczba środków transportowych znajdujących się na danym połączeniu sieci transportowej nie przekracza ograniczeń wynikających z wyposażenia tego połączenia (jego charakterystyk – w teorii kolejkowej będą one miały wpływ na liczbę kanałów obsługi). Dlatego należy określić liczbę środków transportowych dla poszczególnych łuków (i, j) sieci z uwzględnieniem czasu.

Zakładamy zatem, że po sieci transportowej mogą przemieszczać się środki transportowe różnych typów tworząc potok ruchu. Dla jednoznaczności dalszych rozważań przyjmujemy, że $\boldsymbol{S}$ jest zbiorem numerów typów środków transportowych, tj.:

$$\boldsymbol{S} = \{s\colon s=1, ..., s', \ldots, S\} \tag{6}$$

gdzie S jest liczebnością zbioru $\boldsymbol{S}$.

Ponieważ po sieci transportowej może jednocześnie przemieszczać się wiele środków transportowych jednego typu, stąd niezbędnym jest ponumerowanie środków każdego typu s, $s \in \boldsymbol{S}$. Zbiór numerów środków transportowych s-tego typu oznaczymy przez $\boldsymbol{K}(s)$, przy czym będzie on zbiorem postaci:

$$\boldsymbol{K}(s) = \{(k,s)\colon k=1,\ldots,K(s)\},\ s\in \boldsymbol{S} \qquad (7)$$

gdzie parę (k,s) interpretujemy jako k-ty numer środka transportowego s-tego typu, natomiast $K(s)$ jest liczbą środków transportowych s-tego typu przemieszczających się po sieci transportowej.

Analizując problem dynamiki procesu transportowego należy uwzględnić przemieszczanie jednostek transportowych po wszystkich połączeniach należących do danej sieci transportowej. Definiujemy zatem zbiór $\boldsymbol{K}((i,j),k(s),t)$ którego elementy opisują numer środka transportowego s-tego typu, który w wyróżnionej t-tej chwili znajduje się na (i,j)-tym połączeniu sieci transportowej.

Inną z charakterystyk procesu transportowego jest czas transportu środka transportowego danego typu na określonym łuku. Załóżymy zatem, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{L}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{T}$ tym zadane jest odwzorowanie t1, przy czym wielkość $t1((i,j),s,t)$ mieć będzie interpretację czasu pokonania łuku (i,j) przez s-ty rodzaj jednostek transportowych, jeśli środki transportowe s znajdują się na łuku (i,j) w chwili t.

Oczywiście dla ustalonej chwili t oraz dla ustalonego połączenia (i,j) pełna charakterystyka dynamiki prowadzona oddzielnie dla każdego rodzaju jednostek transportowych opisana będzie układem wartości:

$$\langle t1((i, j), 1, t), t1((i,j), 2, t), \ldots, t1((i,j), s, t), \ldots, t1((i,j), S, t)\rangle \qquad (8)$$

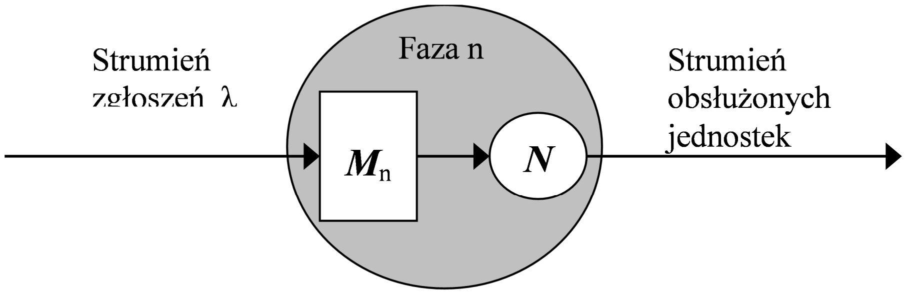
Fazę procesu transportowego charakteryzuje czas trwania, a zdarzenie charakteryzuje chwila wystąpienia zmiany stanu. Powstałą w ten sposób strukturę definiujemy jako strukturę sieci faz procesu transportowego. W takim układzie struktura sieci faz procesu transportowego jest odwzorowaniem struktury transportowej oraz odwzorowaniem procesu transportowego jednostek transportowych w sieci transportowej. Strukturę sieci faz procesu transportowego możemy zapisać w postaci sieci kolejkowej

Dla każdej jednostki transportowej ciąg faz procesu transportowego jest opisany wektorem faz procesu transportowego - ze względu na wyróżnione fazy jest to wektor ściśle uporządkowanym. Przyjmujemy więc, że wektor **W(s)** ma postać:

$$\mathbf{W(s)} = [w(s, n, jn)]\ n\in\{1,\ldots,F(s)\},\ s\in\boldsymbol{S}, \qquad (9)$$

gdzie $F(s)$ jest liczbą faz transportowego się w systemie transportowym s-tej jednostki transportowej. Wektor w(s) określony jest dla każdego $s\in S$ n-numer fazy.

System opisany powyżej, tj. sytuację dla n-tej fazy obsługi, dla konkretnego stanu V przedstawiono na rys. 3.



Rys.3. Schemat systemu kolejkowego dla n-tej fazy obsługi w sieci faz.

Źródło: opracowanie własne na podstawie [1].

Na rysujku1 M_n oznaczono zbiór numerów miejsc w poczekalni n-tej fazy procesu obsługi, przez N zbiór numerów kanałów obsługi w n-tej fazie procesu obsługi. Oczywiście brak miejsca w poczekalni w n-tej fazie procesu obsługi powoduje przesunięcie momentu rozpoczęcia obsługi lub zakończenia obsługi o jednostkę czasu w fazie poprzedzającej n-tą fazę. Natomiast brak wolnego kanału obsługi w n-tej fazie powoduje przesunięcie momentu początku obsługi w tej fazie. Jednostka transportowa, która znajduje się w n-tej fazie dalej oczekuje w poczekalni n-tej fazy na obsługę. Brak miejsca w poczekalni fazy następującej po fazie n-tej powoduje przesunięcie momentu zakończenia obsługi w n-tej fazie o jednostkę czasu. Przedstawiając proces transportowy w notacji kolejkowej najczęściej wykorzystujemy rozkład zgłoszeń do systemu.

Oczywiście czas transportowego środków transportowych po każdym połączeniu sieci transportowej może być różny i uwarunkowany jest zarówno liczbą typów środków transportowych na połączeniu, jak i liczbą środków transportowych danego typu chcących z połączenia sieci transportowej w tym samym czasie skorzystać.

W terminologii sieci faz procesu odpowiadać to będzie sytuacji obsługi przez kanały obsługi określonego strumienia środków transportowych. W przypadku, gdy intensywność kanału obsługi będzie mała w stosunku do rzeczywistego zapotrzebowania na czas, przed kanałami obsługi tworzyć się będą kolejki. Zatem należy użyć aparatu teorii kolejek. Ponieważ najczęściej:

- okresy między kolejnymi pojawieniami się pojazdów w punktach węzłowych mają rozkłady jednakowe i niezależne; prawdopodobieństwo, że w okresie między t a t+Δt pojawi się tylko jeden pojazd zależy tylko od długości przedziału Δt i jest ono niezależne od t,
- w dowolnym przedziale o długości Δt >0 prawdopodobieństwo pojawienia się pojazdów jest dodatnie,
- w analizowanym dowolnym wystarczająco krótkim przedziale czasu może wystąpić co najwyżej pojawienie się pojazdów,

Przypuśćmy, że system transportowy rozpoczyna pracę w momencie 0 i że pierwszy pojazd pojawia się w chwili *t*, (*t*>0). Wówczas *f(t)* jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa zarówno długości przedziałów między pojawiania się kolejnych pojazdów, oraz czasu, w którym nastąpi pierwsze pojawienie się pojazdu.

Niech:

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t)\,dt \qquad (10)$$

gdzie:

$P(t)$ - prawdopodobieństwo, że pojazd pojawi się po czasie t

Zgodnie z dwoma pierwszymi założeniami:

$$P(t+\Delta t) = P(t)P(\Delta t) \qquad dla \qquad t>0, \quad \Delta t>0 \qquad (11)$$

Z tego wynika, że

$$P(t) = e^{-\lambda t} \qquad (12)$$

gdzie: λ >0.

Po podstawieniu do (10) otrzymujemy:

$$e^{-\lambda t} = 1 - \int_0^t f(t)\,dt \qquad (13)$$

Różniczkując stronami otrzymujemy

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (14)$$

zatem długość okresów między kolejnymi zgłoszeniami ma rozkład wykładniczy, a strumień zgłoszeń ma rozkład Poissona.

Wobec powyższego prawdopodobieństwo, że w przedziale (0,t) występuje k zgłoszeń jest dla rozkładu Poissona równe

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} \qquad k \in C^+ \cup \{0\} \qquad (15)$$

PODSUMOWANIE

Reasumując analizując procesy transportowe można wybrać model wykorzystujący teorię kolejkową. Modele te, w przeciwieństwie do umożliwiają badanie zależności między elementami sytemu z dokładnością porównywalną do rzeczywistości. Ponieważ celem badania procesów transportowych bywa najczęściej znalezienie możliwości usprawnienia pracy systemu transportowego lub zmniejszenie kosztów. Wybierają zatem parametry systemu kolejek należy uwzględnić znajomość struktury i własności procesu transportowego. Modelując należy wziąć pod uwagę możliwość wyboru momentu zgłoszenia do systemu, dodania nowego kanału obsługi-(drogi pasa ruchu) pozwalająca na zwiększenie przepustowości dróg albo zmiana polityki cen, pozwalająca na skrócenie czasu oczekiwania czekania pojazdów w korkach.

Streszczenie

W artykule przedstawiono główne założenia teorii kolejkowej i jej zastosowanie w opisie procesu transportowego. Zdefiniowano proces transportowego jednostki ładunkowej w systemie transportowym. Przedstawiono parametry charakteryzujące proces transportowy uwzględniając formy teorii kolejkowej.

Słowa kluczowe: modelowanie, proces transportowy, zadanie optymalizacyjne, transport.

Queue theory applied to the transport process description

Abstract

The article describes the main assumptions of queue theory and its application in the description of the transport process. The unit load transport process in the transport system was defined. The parameters characterizing the transport process having the form of queue theory were presented..

Key words: modeling, transport processes, the optimization problem, transportation.

LITERATURA

[1] Ambroziak T., Jacyna M..: Wybrane aspekty modelowania dynamiki procesów transportowych, Prace Naukowe PW, TRANSPORT, z. 53, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2004.
[2] Filipowicz B.: Modele stochastyczne w badaniach operacyjnych. Analiza i synteza systemów obsługi i sieci kolejkowych. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne Warszawa 1996
[3] Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWN, Warszawa 1977.
[4] Han, S. : Dynamic traffic modelling and dynamic stochastic user equilibrium assignment for general road networks, Transportation Research 37B, 225–249.
[5] Huang, H.J., Lam, W. H. K.: Modeling and solving the dynamic user equilibrium route and departure time choice problem in network with queues, Transportation Research Part B 36 (3), 253–273.
[6] Jacyna M.: Wybrane zagadnienia modelowanie systemów i procesów transportowych Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999
[7] Leszczyński J.: Modelowanie systemów i procesów transportowych Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999
[8] Ran, B., Boyce, D.E., LeBlanc : A new class instantaneous dynamic user-optimal traffic assignment models Operations Research vol. 41 no.1 1993
[9] Woch J.: Statystyka procesów transportowych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Gliwice 2001
[10] Zitek F.:, Stracony czas. Elementy teorii obsługi masowej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1973
[11] Żak Jolanta.: Parametryzacja elementów procesu transportowego. Logistyka 4/2011.