21.06.2005 r.

Sterowanie wielkością zamówienia w Excelu - cz. 3

4. Planowanie eksperymentów symulacyjnych

Podczas tego etapu ważne jest określenie typu rozkładu badanej charakterystyki.

Dzięki tej informacji można będzie oszacować parametry rozkładu teoretycznego, przybliżanego dystrybuantą empiryczną. W opracowanym modelu identyfikacji typu rozkładu dokonano za pomocą tablicowania (rys. 6,7). W wyniku pomiaru wartości określonych charakterystyk systemu (wielkości popytu i czasu realizacji zamówienia) otrzymuje się ciąg wartości opisany w kolumnie 2 (rys. 6 i 7). Obserwacje można podzielić na[1]:

$$R = \sqrt{n} \qquad [1]$$

rozłącznych klas o tej samej długości równej:

$$L = \frac{x_n - x_1}{R} \qquad [2]$$

gdzie:

L, R, x_n, x_1 oznaczają kolejno: długość klasy, ilość klas, n-tą wartość charakterystyki ciągu uporządkowanego rosnąco, pierwszą wartość ciągu.

W związku z powyższym do r-tej klasy ($r=\overline{1,R}$) należą te obserwacje, które spełniają nierówność[2]:

$$x_1 + (r-1) \cdot L \le x_i < x_1 + r \cdot L \qquad [3]$$

Środek klasy można wyznaczyć ze wzoru:

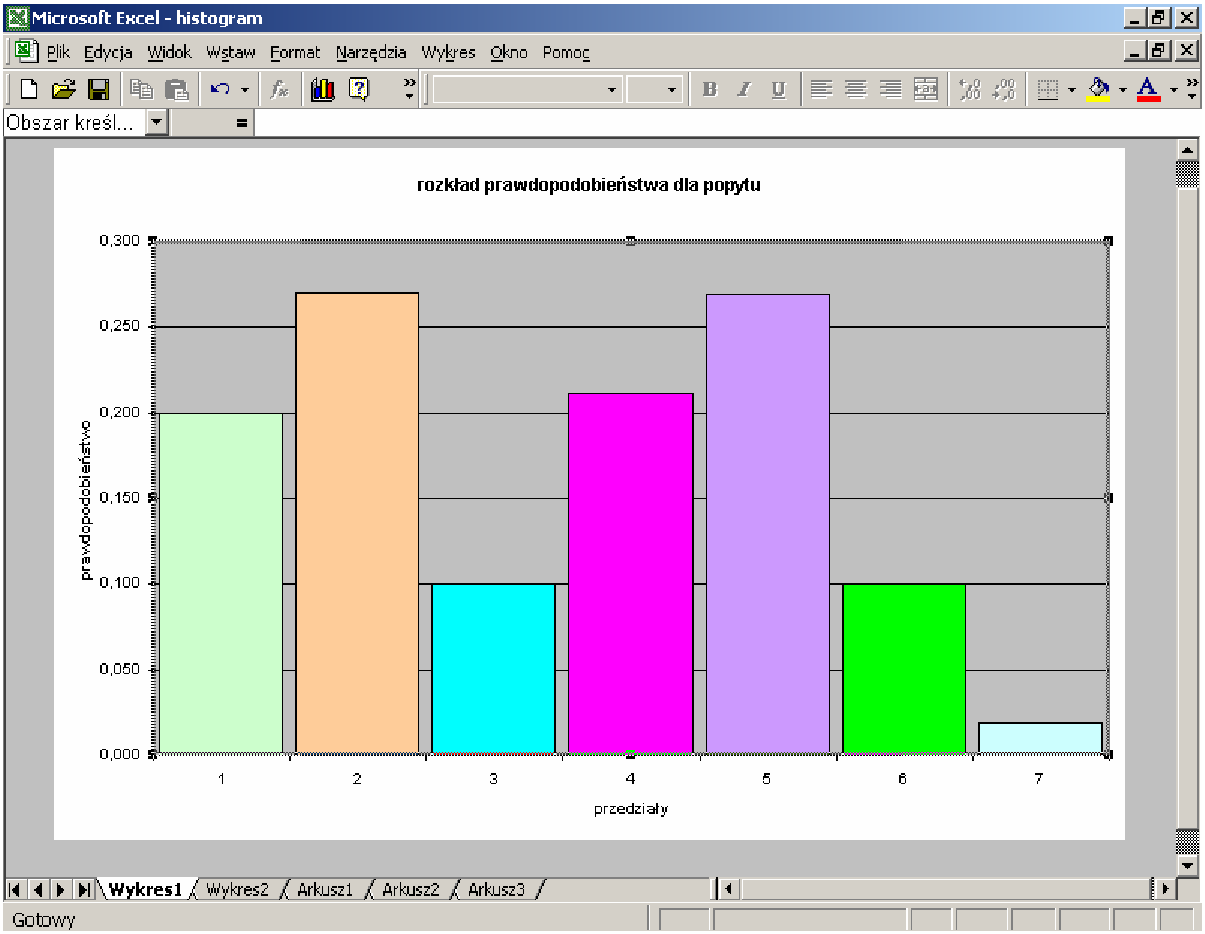
$$x^s{}_r = x_1 + (r-0,5) \cdot L \qquad [4]$$

Po określeniu liczby klas, ilości elementów w klasie oraz środków klas należy, wykorzystując klasyczną definicję, ustalić prawdopodobieństwa klas. Pary: środek klasy oraz prawdopodobieństwo przynależności elementów do klas tworzą rozkład prawdopodobieństwa, który można zapisać w formie tablicy.

[1] A. Manikowski, Z. Tarapata, *Prognozowanie i symulacja rozwoju przedsiębiorstwa*, WSE, Warszawa 2002.
[2] Tamże.

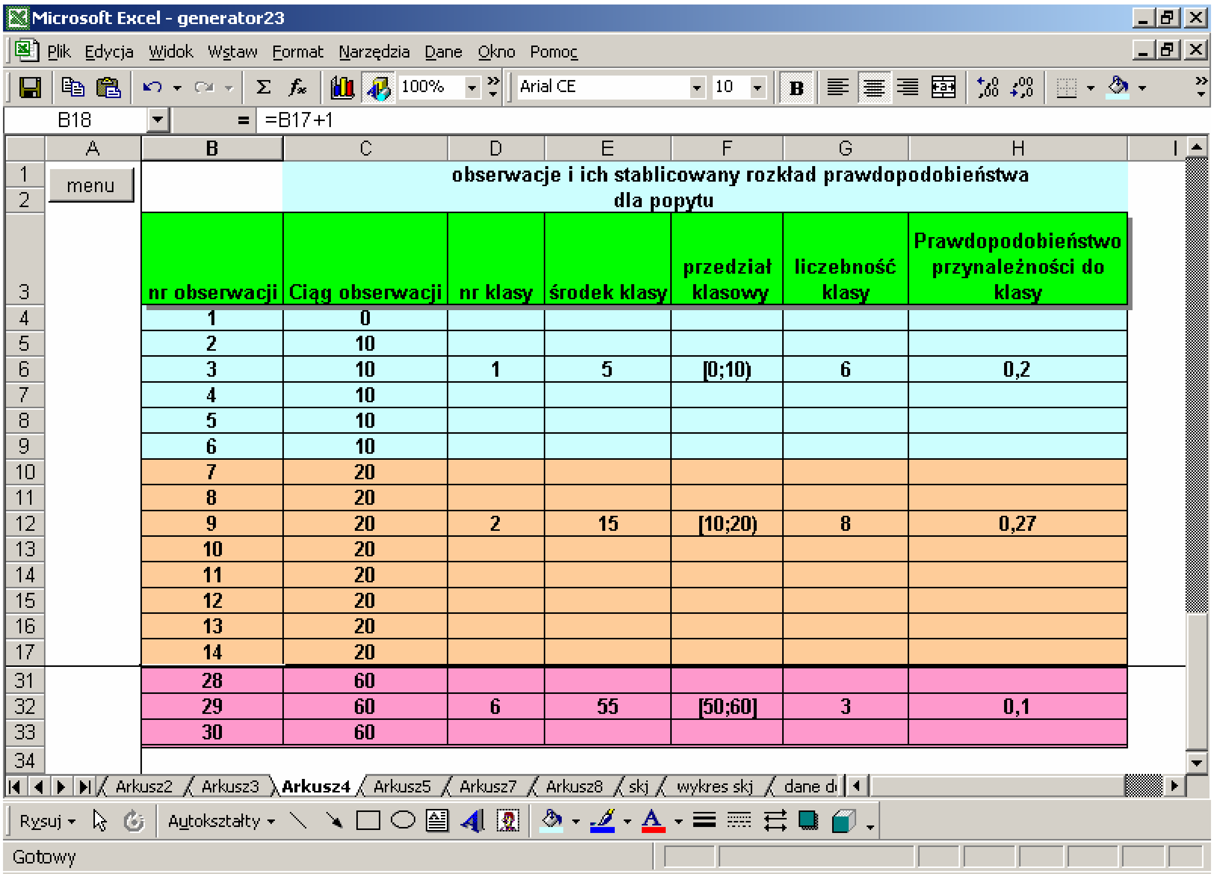
Do generowania liczb pseudolosowych o zidentyfikowanym rozkładzie (rys. 5,8) wykorzystano predefiniowaną funkcję arkusza f(x)=Los()[3] (rys. 4). Generuje ona liczby z przedziału (0,1) zgodnie z rozkładem jednostajnym.

Wygenerowana liczba pomocnicza jest identyfikowana z odpowiednim numerem klasy (rys. 6,7). Środek otrzymanej klasy może być generowaną liczbą *x* o rozkładzie przedstawionym na wykresie (rys. 5,8). Model (rys. 4) pobiera wartości z dwóch tablic rozkładów (rys. 6,7): popytu oraz terminu realizacji zamówienia wraz z ich prawdopodobieństwami. Ich wartości generowane są w modelu za pomocą powyższej techniki.



Rys. 5. Rozkład prawdopodobieństwa wg klas dla popytu (opracowanie własne na podstawie: A. Manikowski, Z. Tarapata, *Prognozowanie i symulacja rozwoju przedsiębiorstwa*, WSE, Warszawa 2002)

[3] Funkcja „los()" jest funkcją arkusza, bez argumentu, dostępną bezpośrednio po uruchomieniu zbioru funkcji na pasku narzędzi. Jej cechą charakterystyczną jest to, iż zmienia się każdorazowo po przeliczeniu arkusza.



obserwacje i ich stablicowany rozkład prawdopodobieństwa dla popytu

nr obserwacji	Ciąg obserwacji	nr klasy	środek klasy	przedział klasowy	liczebność klasy	Prawdopodobieństwo przynależności do klasy
1	0					
2	10					
3	10	1	5	[0;10)	6	0,2
4	10					
5	10					
6	10					
7	20					
8	20					
9	20	2	15	[10;20)	8	0,27
10	20					
11	20					
12	20					
13	20					
14	20					
28	60					
29	60	6	55	[50;60]	3	0,1
30	60					

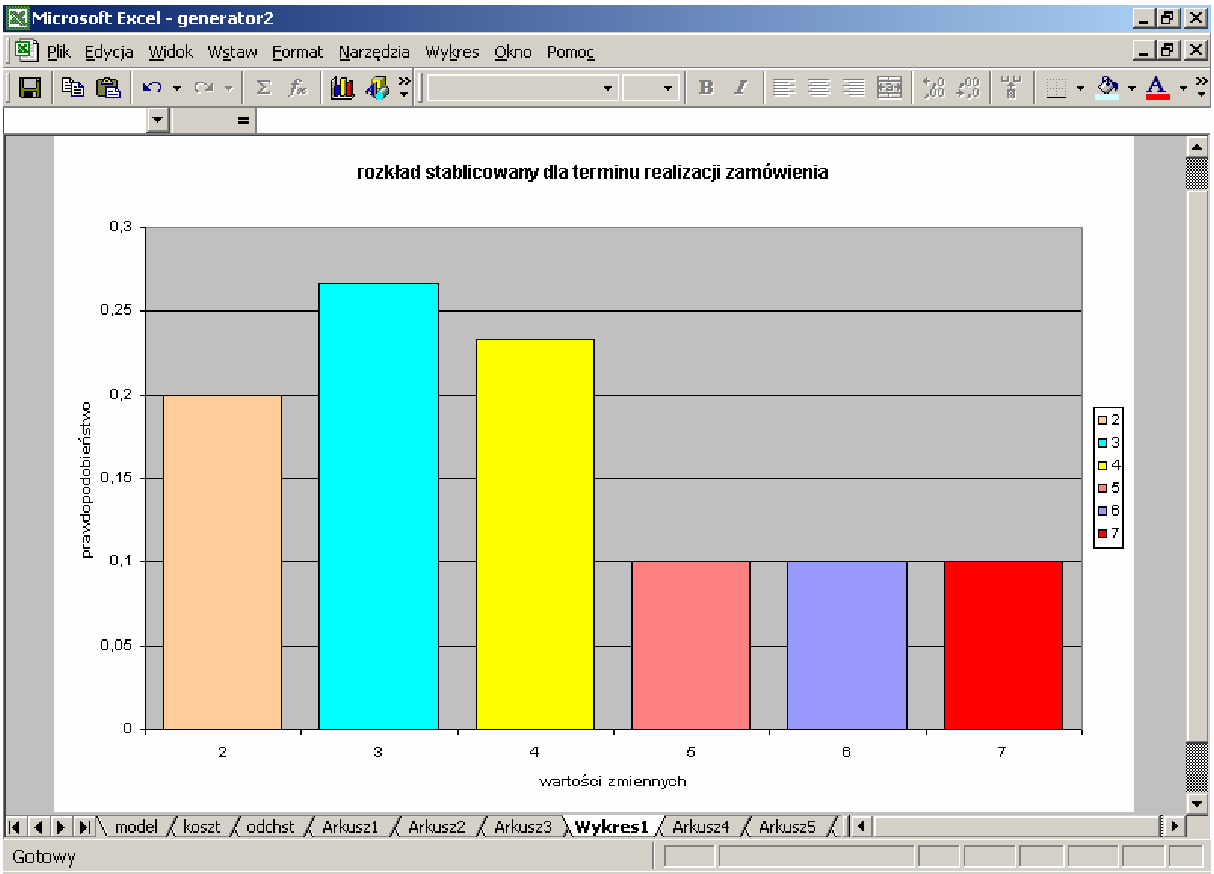
Rys. 6. Stablicowany rozkład prawdopodobieństwa dla popytu (opracowanie własne na podstawie: A. Manikowski, Z. Tarapata, *op. cit.*)

Instytut logistyki i Magazynowania
redakcja portalu www.logistyka.net.pl
ul. Estkowskiego 6; 61-755 Poznań
tel. 061 850 49 26, 23; faks. 061 852 63 76

obserwacje i ich stablicowany rozkład prawdopodobieństwa dla terminu realizacji zamówienia

nr obserwacji	Ciąg obserwacji	nr klasy	środek klasy	przedział klasowy	liczebność klasy	Prawdopodobieństwo przynależności do klasy
1	2					
2	2					
3	2	1	2	[2,3)	6	0,2
4	2					
5	2					
6	2					
7	3					
8	3					
9	3					
10	3					
11	3	2	3	[3,4)	8	0,267
12	3					
13	3					
14	3					
15	4					
16	4					
17	4					
18	4	3	4	[4,5)	7	0,233
19	4					
20	4					

Rys. 7. Stablicowany rozkład prawdopodobieństwa dla terminu realizacji zamówienia (opracowanie własne na podstawie: A. Manikowski, Z. Tarapata, *op. cit.*)



Rys. 8. Rozkład prawdopodobieństwa wg klas dla terminu realizacji zamówienia (opracowanie własne na podstawie: A. Manikowski, Z. Tarapata, *op. cit.*)

5. Analiza statystyczna wyników

Wyniki pojedynczej symulacji mogą być traktowane jako próba statystyczna. Trzeba jednak pamiętać o tym, że w wyniku przeprowadzenia drugiego eksperymentu, z innym zestawem niezależnych liczb pseudolosowych, oszacowania będą inne. Jest to spowodowane występowaniem elementów losowych w modelu. Właściwa ocena modelu polega na analizie wyników wielu eksperymentów oraz zastosowaniu kilku standardowych procedur.

Należy oszacować parametr x funkcjonowania systemu (łączny, dzienny koszt zapasu) na podstawie wyników z n eksperymentów (przebiegów symulacji). Oszacowaniem oczekiwanej wielkości parametru x jest średnia arytmetyczna z uzyskanych wyników[4]:

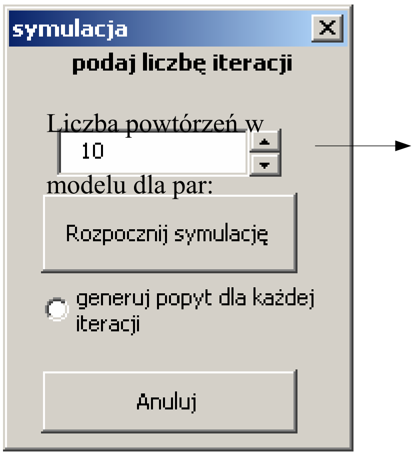
[4] Tamże.

$$\overline{X}(n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_j \qquad [5]$$

Odchylenie standardowe średniej arytmetycznej *n* niezależnych zmiennych losowych obliczymy ze wzoru :

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_j - \overline{X}(n))^2}{n-1}} \qquad [6]$$

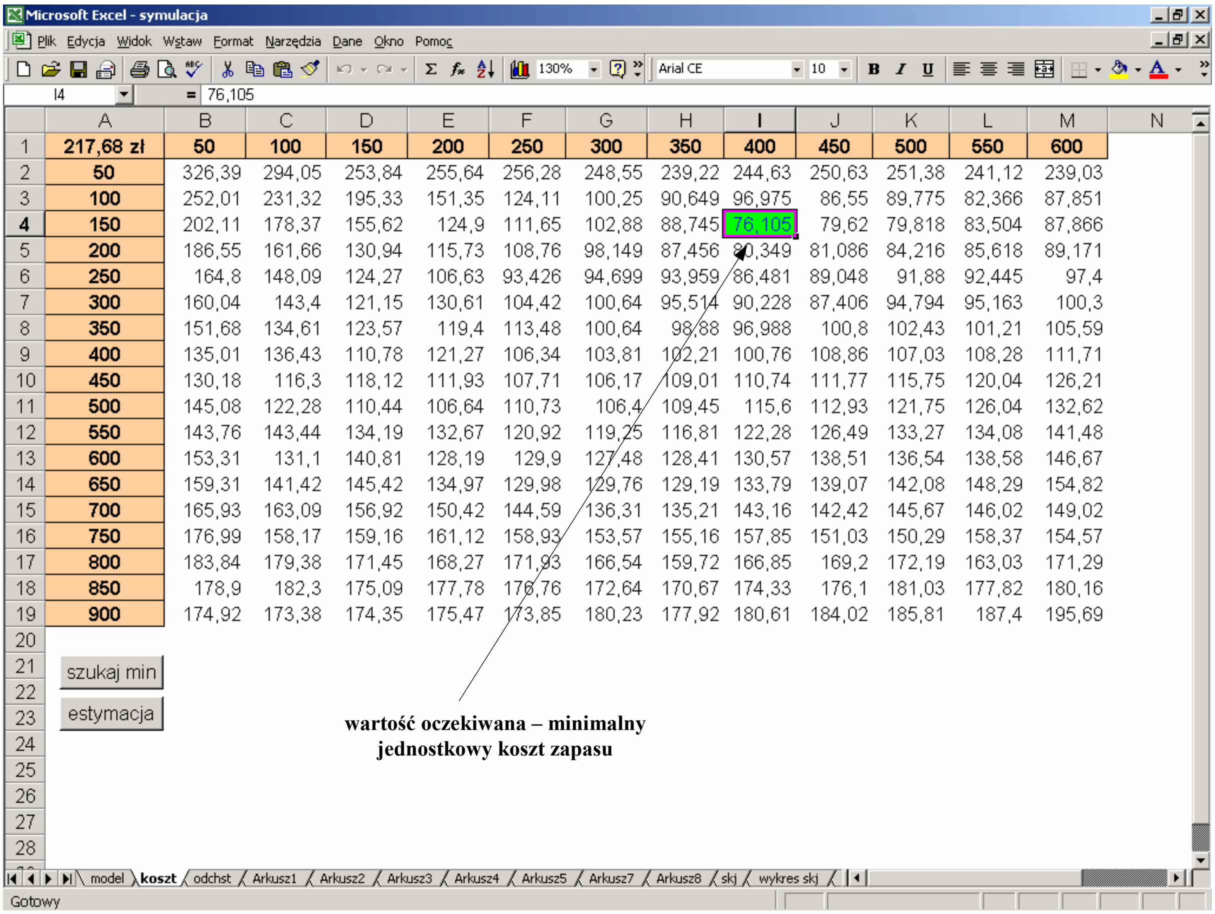
Uruchamiamy symulację za pomocą okna dialogowego przedstawionego na rys. 9.



Rys 9. Okno dialogowe dla symulacji (opracowanie własne)

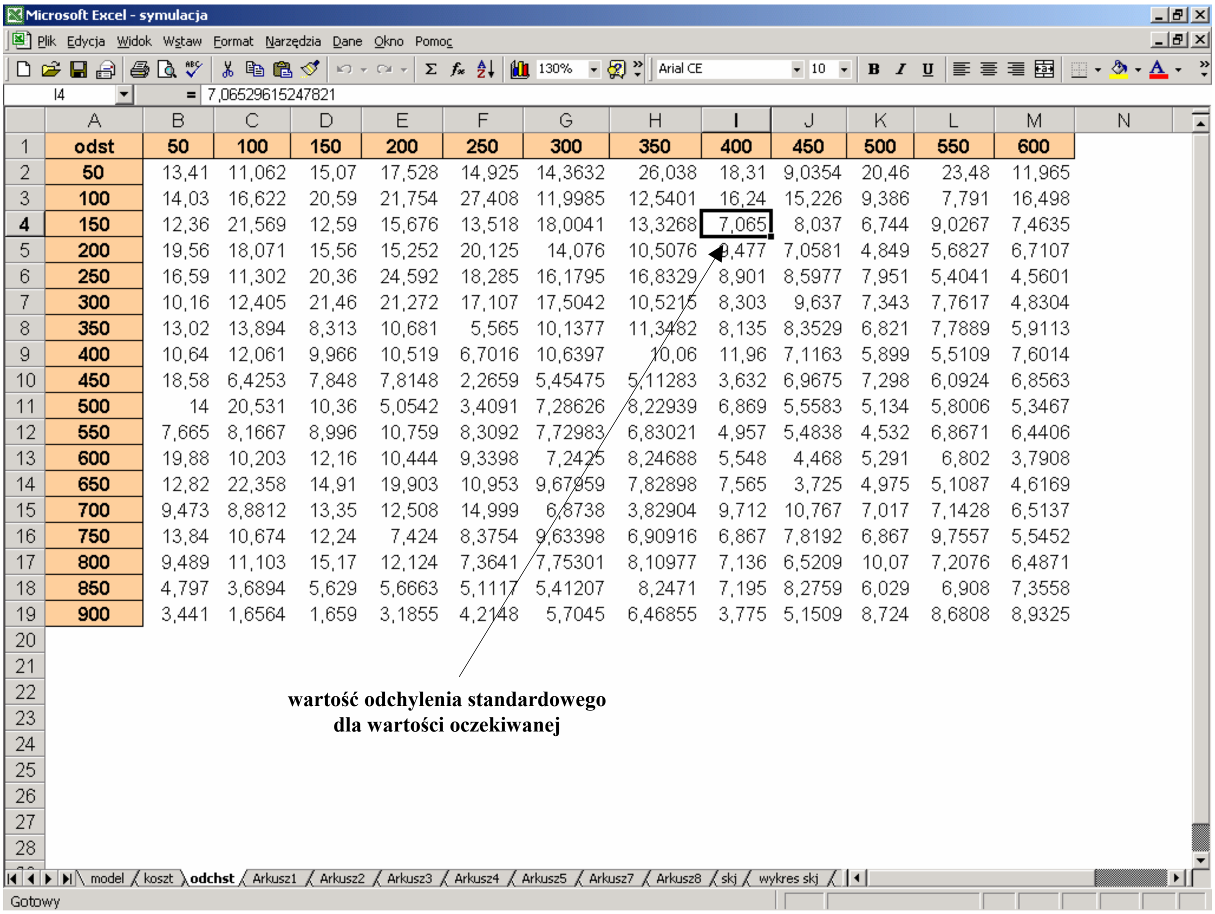
Generujemy wartości ze wzorów [5] oraz [6] dla różnych wartości wielkości zamówienia oraz minimalnego poziomu zapasów (rys. nr 10 i 11).

Instytut logistyki i Magazynowania
redakcja portalu www.logistyka.net.pl
ul. Estkowskiego 6; 61-755 Poznań
tel. 061 850 49 26, 23; faks. 061 852 63 76



217,68 zł	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
50	326,39	294,05	253,84	255,64	256,28	248,55	239,22	244,63	250,63	251,38	241,12	239,03
100	252,01	231,32	195,33	151,35	124,11	100,25	90,649	96,975	86,55	89,775	82,366	87,851
150	202,11	178,37	155,62	124,9	111,65	102,88	88,745	76,105	79,62	79,818	83,504	87,866
200	186,55	161,66	130,94	115,73	108,76	98,149	87,456	80,349	81,086	84,216	85,618	89,171
250	164,8	148,09	124,27	106,63	93,426	94,699	93,959	86,481	89,048	91,88	92,445	97,4
300	160,04	143,4	121,15	130,61	104,42	100,64	95,514	90,228	87,406	94,794	95,163	100,3
350	151,68	134,61	123,57	119,4	113,48	100,64	98,88	96,988	100,8	102,43	101,21	105,59
400	135,01	136,43	110,78	121,27	106,34	103,81	102,21	100,76	108,86	107,03	108,28	111,71
450	130,18	116,3	118,12	111,93	107,71	106,17	109,01	110,74	111,77	115,75	120,04	126,21
500	145,08	122,28	110,44	106,64	110,73	106,4	109,45	115,6	112,93	121,75	126,04	132,62
550	143,76	143,44	134,19	132,67	120,92	119,25	116,81	122,28	126,49	133,27	134,08	141,48
600	153,31	131,1	140,81	128,19	129,9	127,48	128,41	130,57	138,51	136,54	138,58	146,67
650	159,31	141,42	145,42	134,97	129,98	129,76	129,19	133,79	139,07	142,08	148,29	154,82
700	165,93	163,09	156,92	150,42	144,59	136,31	135,21	143,16	142,42	145,67	146,02	149,02
750	176,99	158,17	159,16	161,12	158,93	153,57	155,16	157,85	151,03	150,29	158,37	154,57
800	183,84	179,38	171,45	168,27	171,93	166,54	159,72	166,85	169,2	172,19	163,03	171,29
850	178,9	182,3	175,09	177,78	176,76	172,64	170,67	174,33	176,1	181,03	177,82	180,16
900	174,92	173,38	174,35	175,47	173,85	180,23	177,92	180,61	184,02	185,81	187,4	195,69

Rys. 10. Przebieg symulacji dla różnych wielkości zamówienia oraz poziomu zapasów (określenie minimalnego kosztu zapasu, opracowanie własne**)**



odst	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
50	13,41	11,062	15,07	17,528	14,925	14,3632	26,038	18,31	9,0354	20,46	23,48	11,965
100	14,03	16,622	20,59	21,754	27,408	11,9985	12,5401	16,24	15,226	9,386	7,791	16,498
150	12,36	21,569	12,59	15,676	13,518	18,0041	13,3268	7,065	8,037	6,744	9,0267	7,4635
200	19,56	18,071	15,56	15,252	20,125	14,076	10,5076	9,477	7,0581	4,849	5,6827	6,7107
250	16,59	11,302	20,36	24,592	18,285	16,1795	16,8329	8,901	8,5977	7,951	5,4041	4,5601
300	10,16	12,405	21,46	21,272	17,107	17,5042	10,5215	8,303	9,637	7,343	7,7617	4,8304
350	13,02	13,894	8,313	10,681	5,565	10,1377	11,3482	8,135	8,3529	6,821	7,7889	5,9113
400	10,64	12,061	9,966	10,519	6,7016	10,6397	10,06	11,96	7,1163	5,899	5,5109	7,6014
450	18,58	6,4253	7,848	7,8148	2,2659	5,45475	5,11283	3,632	6,9675	7,298	6,0924	6,8563
500	14	20,531	10,36	5,0542	3,4091	7,28626	8,22939	6,869	5,5583	5,134	5,8006	5,3467
550	7,665	8,1667	8,996	10,759	8,3092	7,72983	6,83021	4,957	5,4838	4,532	6,8671	6,4406
600	19,88	10,203	12,16	10,444	9,3398	7,2425	8,24688	5,548	4,468	5,291	6,802	3,7908
650	12,82	22,358	14,91	19,903	10,953	9,67959	7,82898	7,565	3,725	4,975	5,1087	4,6169
700	9,473	8,8812	13,35	12,508	14,999	6,8738	3,82904	9,712	10,767	7,017	7,1428	6,5137
750	13,84	10,674	12,24	7,424	8,3754	9,63398	6,90916	6,867	7,8192	6,867	9,7557	5,5452
800	9,489	11,103	15,17	12,124	7,3641	7,75301	8,10977	7,136	6,5209	10,07	7,2076	6,4871
850	4,797	3,6894	5,629	5,6663	5,1117	5,41207	8,2471	7,195	8,2759	6,029	6,908	7,3558
900	3,441	1,6564	1,659	3,1855	4,2148	5,7045	6,46855	3,775	5,1509	8,724	8,6808	8,9325

Rys. 11. Odchylenie standardowe dla minimalnego kosztu zapasu (opracowanie własne)

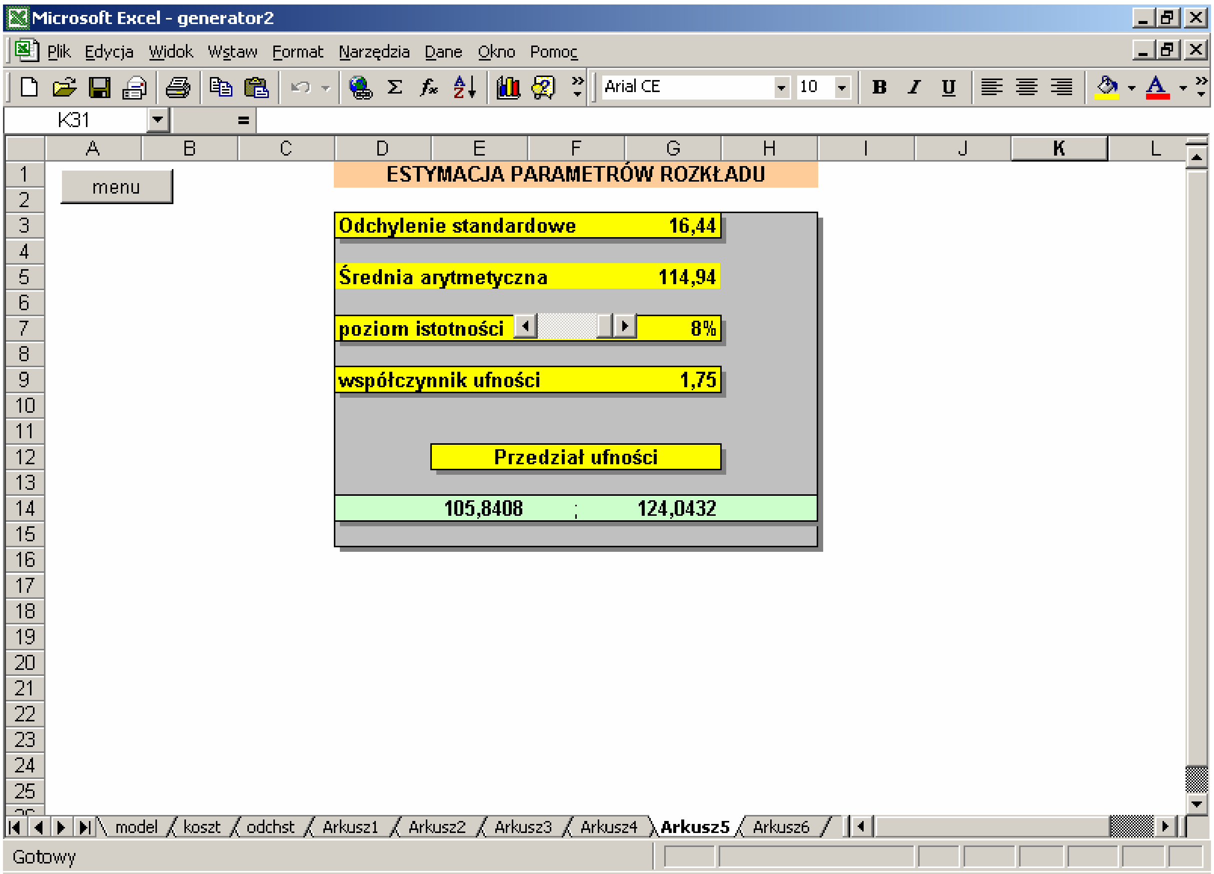
Po ustaleniu minimalnej wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego, przy poziomie ufności α ustalamy przedział ufności[5] :

$$(\overline{X}(n) - t\sigma(\overline{X}); \overline{X}(n) + t\sigma(\overline{X})) \qquad [7]$$

gdzie: t – wartość parametru dla danego współczynnika ufności α (z tablicy rozkładu normalnego).

Ustalony przedział ufności oznacza, iż przy zadanym poziomie ufności α minimalny przeciętny koszt magazynowania będzie się zawierał między granicami przedziału (rys. 12).

[5] Tamże.



Rys. 12. Estymacja parametrów rozkładu (opracowanie własne)

6. Weryfikacja modelu symulacyjnego

Weryfikacja modelu polega na wprowadzeniu do niego danych historycznych, które opisują stan systemu w pewnym momencie w przeszłości i symulują zachowanie modelu w ustalonym okresie. W wyniku przeprowadzonych serii eksperymentów określane są dane wynikowe z modelu, które opisują zachowanie modelu.

Weryfikacja polega na porównaniu danych opisujących zachowanie prawdziwego systemu z danymi wyjściowymi modelu (rys. 14). Jeśli dane z modelu nie odbiegają znacznie od faktycznie zaobserwowanych, to należy przyjąć, że model jest poprawny.

Metoda zastosowana w artykule oparta jest o weryfikację hipotezy „zerowej”. Weryfikacji podlega hipoteza statystyczna[6]:

H_0: $\mu=\mu_0=0$ [8]

przeciwko hipotezie:

H_1: $\mu\neq\mu_0=0$ [9]

[6] Tamże.

gdzie:

μ-wartość oczekiwana zmiennej losowej Z_t, $\mu=E\{Z_t\}$

Jeżeli statystyka h:

$$h = \frac{\bar{e} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n-1} \qquad [10]$$

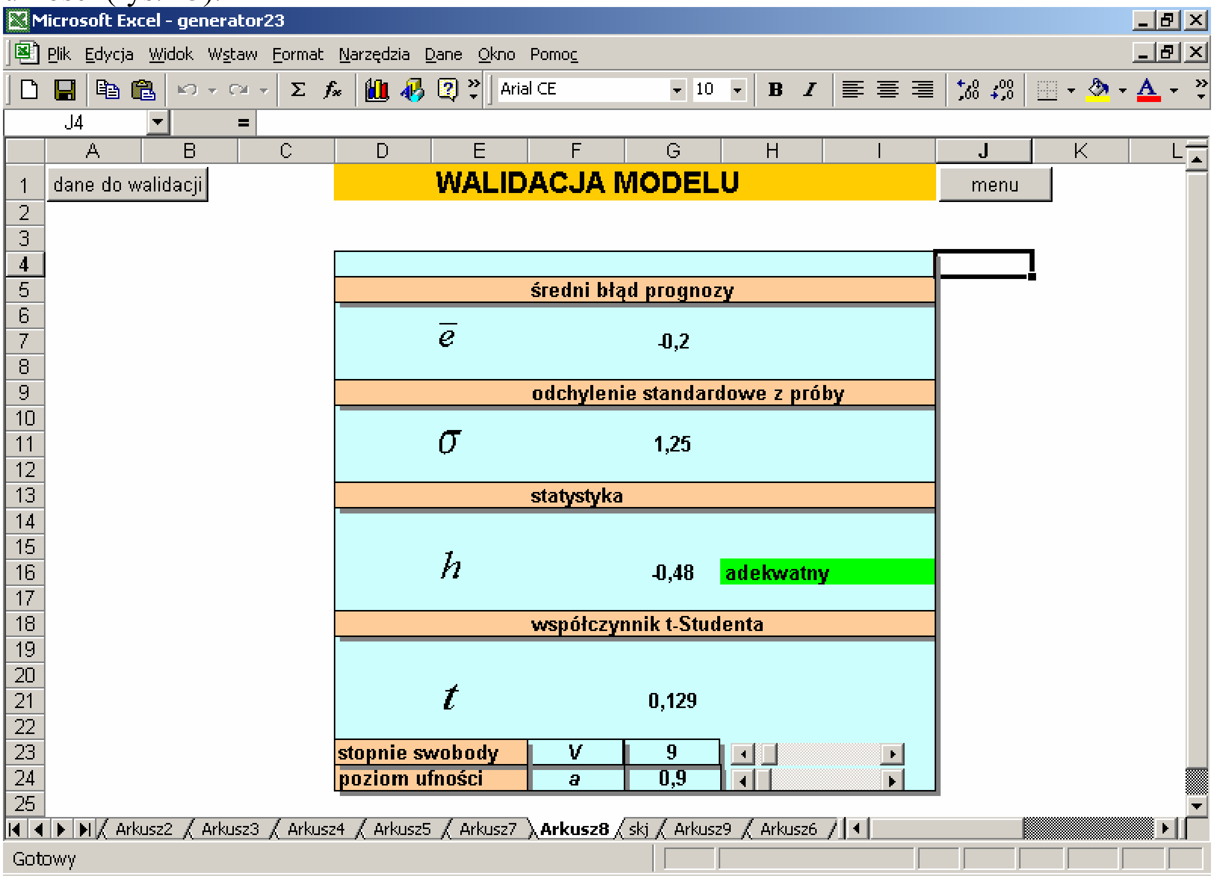
gdzie:

$\bar{e}, \sigma, n$ oznaczają kolejno: średni błąd prognozy, odchylenie standardowe z próby, ilość prób.

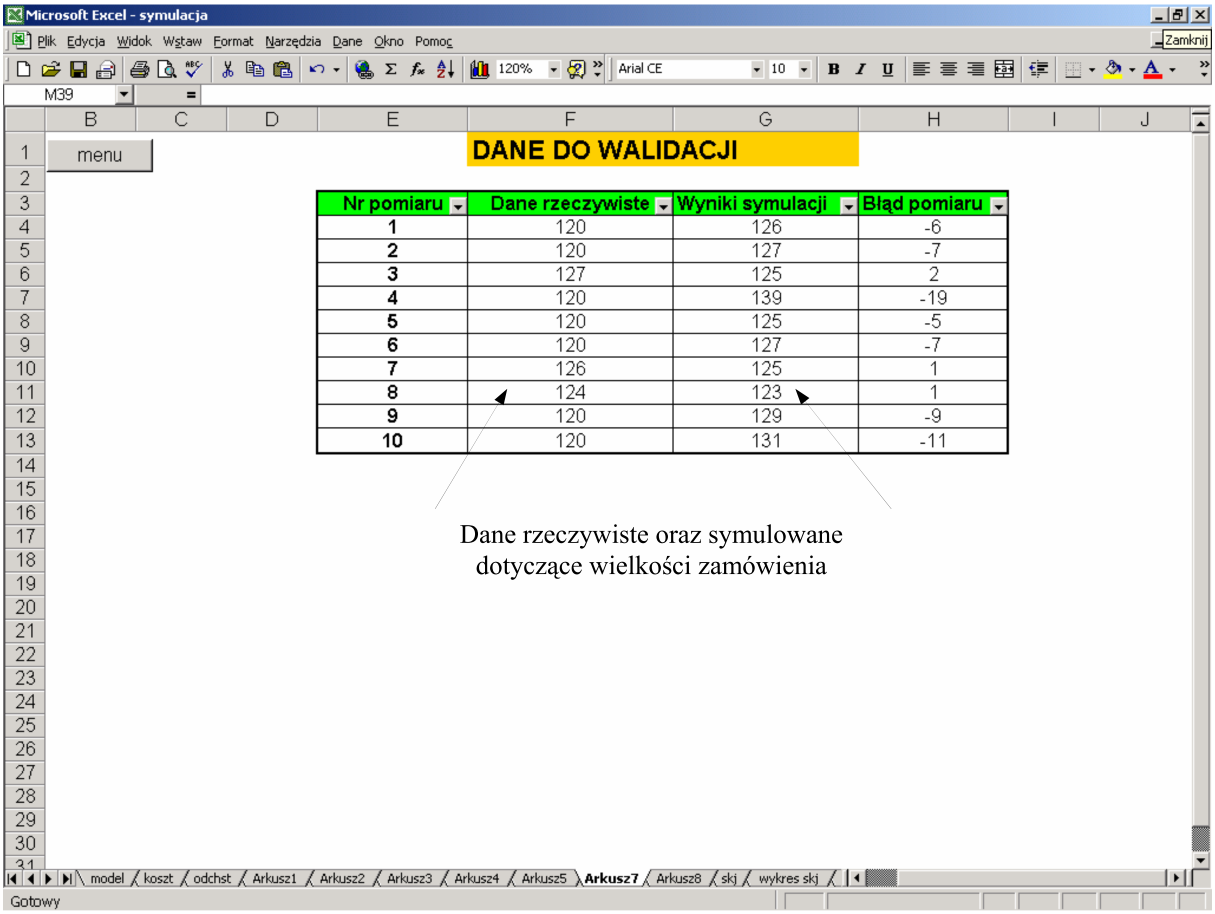
nie należy do obszaru:

$$[-\infty, t] \cup [t, +\infty] \qquad [11]$$

wówczas można przyjąć, że model symulacyjny jest adekwatny na przyjętym poziomie ufności (rys. 13).



Rys. 13. Weryfikacja modelu symulacyjnego hipotezą statystyczną (opracowanie własne)



DANE DO WALIDACJI

Nr pomiaru	Dane rzeczywiste	Wyniki symulacji	Błąd pomiaru
1	120	126	-6
2	120	127	-7
3	127	125	2
4	120	139	-19
5	120	125	-5
6	120	127	-7
7	126	125	1
8	124	123	1
9	120	129	-9
10	120	131	-11

Dane rzeczywiste oraz symulowane dotyczące wielkości zamówienia

Rys. 14. Dane do weryfikacji modelu (opracowanie własne)

Podsumowanie

Podstawową zaletą symulacji komputerowej „Monte Carlo" jest to, że można ją wykorzystać do analizy bardzo złożonych systemów w przypadku, gdy nie mogą być stosowane metody analityczne.

Model symulacyjny jest dobrym narzędziem do przeprowadzania analizy wrażliwości. Gdy model został już zbudowany, to analiza tego, co się stanie, jeśli zmienimy pewien parametr modelu, jest bardzo łatwa. W opracowanym modelu można w prosty sposób zmienić wartość dowolnego parametru i w tak zmienionej sytuacji przeprowadzić kolejne eksperymenty. Zmiana wartości poszczególnych parametrów nie wymaga budowy oddzielnego modelu, co umożliwia szybkie przeanalizowanie wielu konkurencyjnych strategii usprawniających funkcjonowanie systemu oraz wybranie właściwej metody.

LITERATURA:

1. S. Abt, *Zarządzanie logistyczne w przedsiębiorstwie,* PWE, Warszawa 1998.
2. S. Krzyżaniak, *Podstawy zarządzania zapasami w przykładach,* ILiM, Poznań 2002.
3. A. Manikowski, Z. Tarapata, *Prognozowanie i symulacja rozwoju przedsiębiorstw,* WSE, Warszawa 2002.
4. M. Miłosz, *Dynamika systemów logistycznych,* „EiOP" 2002, nr 2.
5. A. Patrykiejew, *Wprowadzenie do metody Monte Carlo*, UMCS, Lublin 1998.
6. T. Szapiro, *Decyzje menedżerskie z EXCELEM*, PWE, Warszawa 2000.
7. Z. Sarjusz-Wolski, *Strategia zarządzania zaopatrzeniem,* AW Placet, Warszawa 1998.

mgr inż. Paweł Ślaski

Wojskowa Akademia Techniczna