Stanisław Krzyżaniak
Instytut Logistyki i Magazynowania

Poziom obsługi w gospodarce zapasami

Poziom obsługi klienta w zarządzaniu zapasami rozumie się jako stopień gotowości obsłużenia popytu z zapasu. Jego określanie i zapewnienie jest szczególnie ważne w sytuacji obsługi popytu niezależnego (por. „Krótka powtórka z klasycznej teorii zapasów"). Powszechną praktyką jest określanie poziomu obsługi w ujęciu procentowym. Bardzo często słyszy się, np: „obsługujemy klientów na poziomie 99%" albo „popyt na towar X realizujemy w 100%, ale w przypadku towaru Y wystarcza poziom 95%". Pomijając w tej chwili realność założenia 100% poziomu obsługi, pozostajemy z pytaniem: co decydent definiujący taki czy też inny poziom obsługi rozumie pod daną liczbą?

Właściwe definiowanie poziomu obsługi jest też ważne w przypadku korzystania z systemów informatycznych wspomagających zarządzanie zapasami. W wielu systemach w ramach opisu każdej pozycji towarowej czy też materiałowej, obok danych logistycznych (postać fizyczna, rodzaj opakowania, charakterystyka opakowań zbiorczych i paletowych jednostek ładunkowych), kosztowych (cena, koszt zamawiania, koszt utrzymania jednostki w zapasie), terminowych (czas realizacji zamówienia) konieczne jest wprowadzenie wymaganego poziomu obsługi. Często system „podpowiada" tu jakąś standardową wartość (np: 95%) i w wielu przypadkach ta podpowiedź zostaje zaakceptowana, bez głębszej analizy skutków jej przyjęcia. Niniejszy artykuł ma na celu uporządkowanie pojęć związanych z poziomem obsługi klienta w gospodarce zapasami i przedstawienie zależności pozwalających na właściwe wyznaczanie jego wartości.

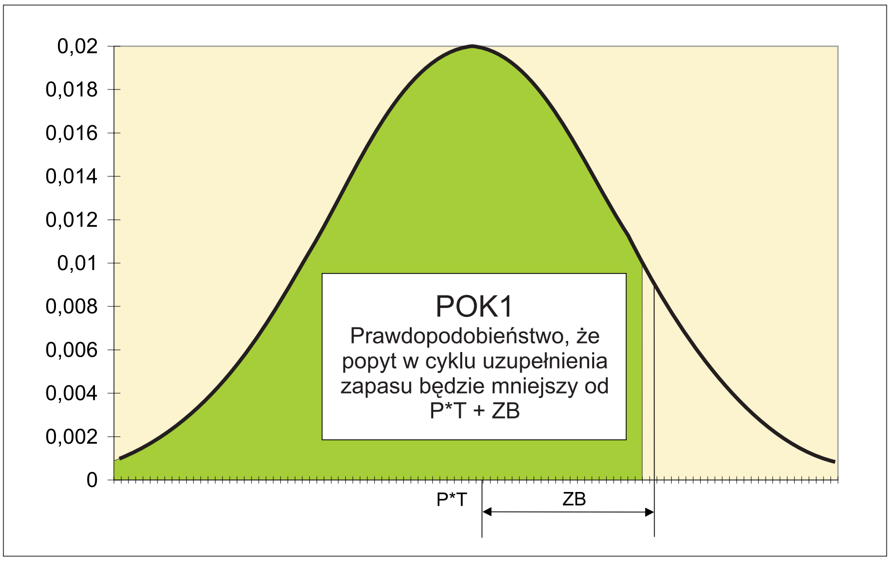
Zasadnicze rozważania zostaną tu ograniczone do zarządzania zapasem pojedynczego asortymentu. Poziom obsługi klienta może być w tym przypadku definiowany dwojako:

1. Jako prawdopodobieństwo nie wystąpienia braku w zapasie w danym cyklu uzupełnienia zapasu. Tak zdefiniowany poziom obsługi będziemy oznaczali w dalszej części jako POK1.
2. Jako stopień ilościowej realizacji zamówień. Tak rozumiany poziom obsługi będziemy określali jako POK2.

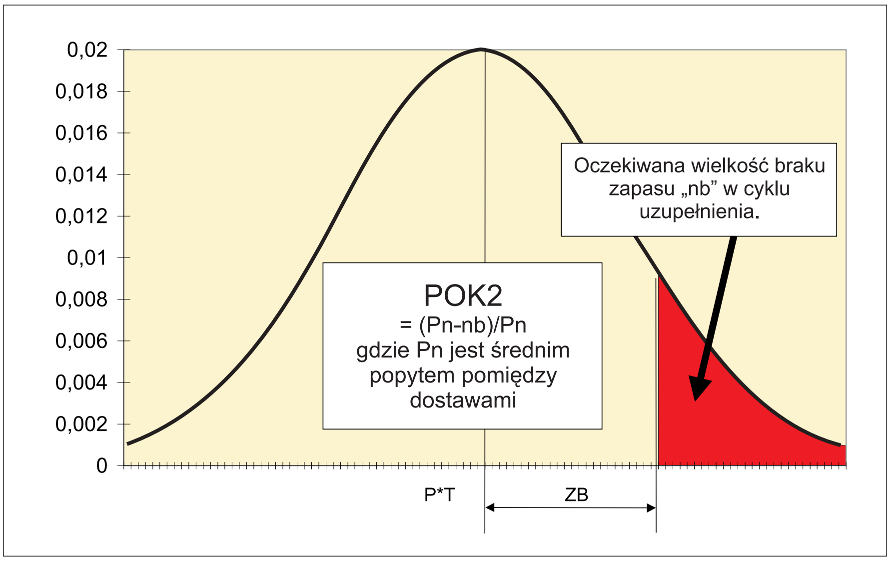
Oba parametry wyrażane są w procentach, na przykład:

– POK1 = 95% oznacza, że prawdopodobieństwo zdarzenia „w danym cyklu uzupełnienia zapasu cały prognozowany popyt zostanie zaspokojony" wynosi 0,95. Inaczej mówiąc ryzyko wystąpienia braku w zapasie wynosi 0,05.
– POK2 = 95% oznacza, że w danym cyklu uzupełnienia zapasu zrealizowane zostanie 95% popytu, tzn. jeśli popyt w danym cyklu wynosił, np. 1000 jednostek, to z zapasu wydano 950 jednostek.

Obie definicje zilustrowano na rysunkach 1 i 2. Przyjęto tu (podobnie jak w dalszych rozważaniach, że rozkład częstości występowania wartości popytu w cyklu uzupełnienia zapasu można opisać rozkładem normalnym.



Rys. 1. Ilustracja probabilistycznej definicji poziomu obsługi klienta – POK1



Rys. 2. Ilustracja ilościowej definicji poziomu obsługi klienta – POK2

Związek pomiędzy zapasem zabezpieczającym ZB a poziomem obsługi POK1 pokazano w artykule „Krótka powtórka z klasycznej teorii zapasów" (str. 7). Znając średni popyt w cyklu uzupełnienia zapasu $\mathbf{P_T}$, jego odchylenie standardowe σ_{PT} oraz zapas w chwili rozpoczęcia cyklu uzupełnienia Z_O można wyznaczyć POK1 korzystając z własności rozkładu normalnego. Wykorzystując standardowe funkcje arkusza kalkulacyjnego EXCEL, POK1 wyznaczymy jako:

POK1 = **ROZKŁAD.NORMALNY** (Z_o; $\mathbf{P_T}$; σ_{PT}; *prawda*).

Przypomnijmy, że zachodzą następujące zależności:

$$P_T = P * T \tag{1}$$

$$\sigma_{PT} = \sqrt{\sigma_P^2 * \mathbf{T} + \sigma_T^2 * \mathbf{P}^2} \tag{2}$$

$$Z_o = P_T + ZB \tag{3}$$

gdzie:

P, σ_P – średni popyt i jego odchylenie standardowe w przyjętej jednostce czasu,

T, σ_T – średni czas trwania cyklu uzupełnienia zapasu i jego odchylenie standardowe (wyrażone w jednostkach czasu, zgodnych z tą dla której określono **P** i σ_P.).

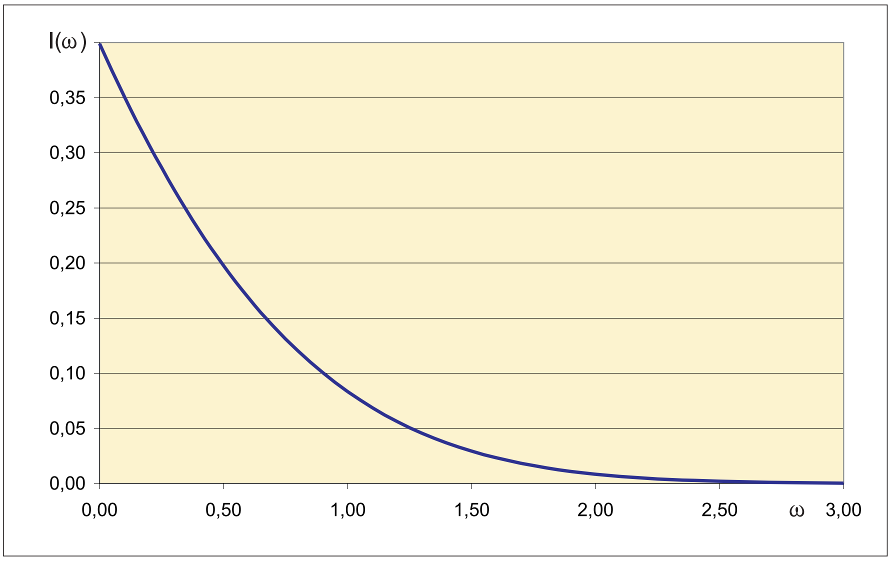
Można też skorzystać z funkcji standaryzowanych rozkładu normalnego:

POK1 = **ROZKŁAD.NORMALNY.S**(ω),

gdzie ω nazywany współczynnikiem bezpieczeństwa. Wyraża on jednocześnie „odległość" zapasu Z_O od wartości średniej wyrażoną w jednostkach równych odchyleniu standardowemu.

Początkowy zapas w cyklu uzupełnienia Z_O odpowiada poziomowi informacyjnemu ZI w jednym z klasycznych systemów uzupełniania zapasu.

Podejście ilościowe do poziomu obsługi (definicja POK2) opiera się – jak wspomniano wyżej – na obliczeniu oczekiwanej liczby braków w zapasie w cyklu jego uzupełnienia i odniesieniu jej do całkowitego popytu. W praktyce do obliczania oczekiwanej liczby braków wykorzystuje się funkcję standaryzowanej liczby braków I(ω). Dokładne wartości tej funkcji mogą być obliczone wyłącznie drogą całkowania. Wartości funkcji można znaleźć w tablicach (np: [1]). Rysunek 3 prezentuje tę zależność w postaci graficznej, natomiast w praktyce do obliczeń można wykorzystać zależności przybliżone. Autor proponuje stosowanie następującej funkcji:



Rys. 3. Zależność standaryzowanej liczby braków od współczynnika bezpieczeństwa

$$\mathbf{I(\omega) = 0{,}3536 \cdot} e^{-1{,}4032\cdot\omega^{1{,}44}} \tag{4}$$

Natomiast oczekiwaną liczbę braków w zapasie w cyklu uzupełnienia zapasu oblicza się ze wzoru:

$$\text{nb} = \text{I}(\omega) * \sigma_{PT}. \tag{5}$$

Przykład 1

Do ilustracji zasad wyznaczania POK2 oraz zależności pomiędzy POK1 a POK2 wykorzystamy przykład 1 przedstawiony w artykule „Krótka powtórka z klasycznej teorii zapasów". Wyznaczmy poziom obsługi klienta według definicji POK2.

W cytowanym przykładzie poziom obsługi według definicji probabilistycznej (POK1) wyznaczono na poziomie 95%, któremu odpowiada współczynnik bezpieczeństwa ω = 1,64. Korzystając z tablic lub podanej formuły (4) określamy standardowa liczbę braków I(ω) ≈ 0,02. Odchylenie standardowe popytu w cykli uzupełnienia zapasu σ_{PT} = 495 sztuk. Stąd oczekiwana liczba braków w zapasie przypadająca na jeden cykl uzupełnienia jest równa:

$$\text{nb} = 0{,}02 * 495 = 9{,}9 \text{ sztuk.}$$

W rozważanym przykładzie roczny prognozowany popyt (PP = 85 800 sztuk) jest pokrywany w 10 dostawach. Oznacza to, że łączna oczekiwana liczba braków w rozpatrywanym rocznym okresie jest równa:

$$\text{NB} = 10 * \text{nb} = 99 \text{ sztuk.}$$

Znając roczny popyt i oczekiwaną liczbę braków w zapasie można bez trudu obliczyć POK2:

$$POK\ 2 = \frac{PP–NB}{PP} = \frac{85800–99}{85800} = 99{,}88\%$$

Przykład 2

Obliczmy wymagany poziom obsługi POK1 i wynikający z niego poziom zapasu zabezpieczającego (przyjmując system oparty na poziomie informacyjnym), jeśli dopuszczalny poziom obsługi POK2 określający ilościową realizację popytu ustalono na poziomie 99%.

Przyjęcie POK2=99% oznacza dopuszczenie 1% poziomu braku w zapasie. Skoro prognozowany popyt PP=85 800 sztuk to znaczy, że dopuszczalna liczba braków w zapasie w skali roku może wynieść NB=0,01 * 85 800 = 858 sztuk. Przyjmując w dalszym ciągu 10 dostaw rocznie, otrzymamy dopuszczalną liczbę braków przypadających na jeden cykl uzupełnienia zapasu w wysokości:

$$nb = \frac{NB}{10} = \frac{858}{10} = 85{,}8$$

Wielkość ta odpowiada standaryzowanej liczbie braków o wielkości:

$$I(\omega) = \frac{nb}{\sigma_{PT}} = \frac{85{,}8}{495} = 0{,}173$$

Odpowiadającą tej liczbie wartość współczynnika ω można odszukać korzystając z tablic lub na przykład z formuły stanowiącej funkcję odwrotną funkcji określonej wzorem (4):

$$\omega = \left[\frac{-1{,}0396 - \ln(l)}{1{,}4032}\right]^{0{,}6944} \qquad (6)$$

Po podstawieniu I=0,173 otrzymamy ω=0,626, co odpowiada POK1= 73,4%.

Zbadajmy wreszcie jaki skutek dla wielkości utrzymywanych zapasów będzie miało błędne przyjęcie zdefiniowanego poziomu POK2 jako POK1. Sytuacja taka ma nierzadko miejsce gdy poziom obsługi zostaje zadany jako poziom ilościowej realizacji popytu, a wprowadzony do obliczeń jako POK1.

Przykład 3

Przyjmijmy, że opisana wyżej sytuacja dotyczy wcześniej omawianych przykładów. Podjęto decyzję, że popyt ma być realizowany ilościowo na poziomie 99%, ale w toku obliczeń błędnie zinterpretowano tę wielkość jako POK1.

Z przykładu 2 widać, że dla zrealizowania tak założonego poziomu POK2 wystarczy przyjąć współczynnik bezpieczeństwa ω=0,626. Oznacza to, że zapas zabezpieczający powinien być równy:

$$ZB_1 = \omega * \sigma_{PT} = 0{,}626 * 495 = 310$$
jednostek.

Błędne przyjęcie 99% poziomu obsługi jako POK1 skutkuje przyjęciem współczynnika bezpieczeństwa ω = 2,33, co daje zapas zabezpieczający równy:

$$ZB_2 = 2{,}33 * 495 = 1154,$$

a więc większy o 844 jednostki. Korzystając z danych kosztowych podanych w przykładzie 1 („Krótka powtórka z klasycznej teorii zapasów") można obliczyć, że różnica ta oznacza dodatkowy koszt utrzymania zapasu w wysokości 844 * 4 * 0,2 = 675 zł. Nie jest to wprawdzie suma zawrotna, ale jeśli podobny błąd zostanie popełniony w stosunku do pozostałych kilkuset lub kilku tysięcy pozycji asortymentowych utrzymywanych w zapasie, skala strat finansowych będzie bardzo duża.

Skoro zwróciliśmy uwagę na skutki wynikające z liczności asortymentu, zwróćmy uwagę, że zazwyczaj popyt określany przez klienta, nie dotyczy wyłącznie jednej pozycji asortymentowej. Dotyczy to zarówno odbiorców towarów: klientów hurtowych i detalicznych składających zamówienia jednocześnie na wiele artykułów, jak i odbiorców materiałów do produkcji, gdzie zestaw pozycji niezbędnych do uruchomienia zlecenia produkcyjnego określa poziom obsługi klienta wewnętrznego. Nie wystarczy wtedy wysoka dostępność pojedynczych pozycji asortymentowych. Dla pełnego zaspokojenia oczekiwań odbiorcy konieczny jest wysoki Grupowy Poziom Obsługi.

Powstaje pytanie: na jakim poziomie należy utrzymywać zapasy poszczególnych pozycji asortymentowych, aby zagwarantować odpowiedni Grupowy Poziom Obsługi dla zamówień obejmujących te pozycje? Poniżej przeprowadzimy rozważania dla definicji GPO_1. Określa ona w istocie prawdopodobieństwo tego, że w dowolnej chwili dostępne będą z zapasu wszystkie pozycje objęte zamówieniem. Zatem, jeśli zamówienie obejmuje **n** pozycji $\{X_1, X_2, \ldots X_n\}$, to GPO_1 można zapisać następująco:

$$GPO_1 = P(\mathbf{X}_1 \cap \mathbf{X}_2 \cap \ldots \cap \mathbf{X}_n)$$

gdzie: $\mathbf{X}_i$ oznacza zdarzenie polegające na tym, że w dowolnej chwili dostępna jest pozycja X_i

Zapis $P(\mathbf{X}_1 \cap \mathbf{X}_2 \cap \ldots \cap \mathbf{X}_n)$ interpretujemy jako prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \ldots \mathbf{X}_n$, czyli prawdopodobieństwo zdarzenia, że w dowolnej chwili dostępne są pozycje $X_1, X_2, \ldots X_n$, czyli wszystkie pozycje.

Dalszych obliczeń dokonamy przy założeniu, że poszczególne zdarzenia $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \ldots \mathbf{X}_n$ są wzajemnie niezależne. Warunek taki będzie spełniony wtedy, gdy brak w zapasie dla jednej z pozycji nie pociąga w sposób systematyczny („systemowy") braku zapasu innej, są więc, np. niezależnie zamawiane. Przy spełnieniu tego warunku zachodzi:

$$GPO_1 = P(\mathbf{X}_1 \cap \mathbf{X}_2 \cap \ldots \cap \mathbf{X}_n) = P(\mathbf{X}_1) * P(\mathbf{X}_2) * \ldots * P(\mathbf{X}_n) \qquad (7)$$

Czyli prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń jest równe iloczynowi prawdopodobieństw tych zdarzeń. Tymczasem $P(X_i)$, jako prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w dowolnej chwili dostępny jest zapas pozycji x_i, jest po prostu definiowanym wcześniej poziomem POK1 dla tej pozycji.

Bazując na powyższych zależnościach, rozwiążmy następujący przykład.

Przykład 4

Jeden z ważniejszych klientów pewnej hurtowni składa zazwyczaj zamówienia obejmujące 5 pozycji towarowych (A, B, C, D, E). Pozycje te pochodzą od różnych dostawców i są utrzymywane na różnych poziomach obsługi:

dla A – 98%, dla B – 95%, dla C – 99%, dla D – 95%, dla E – 97%.

Jakie jest prawdopodobieństwo pełnej realizacji zamówienia obejmującego wszystkie te pozycje, czyli inaczej mówiąc, jaki jest poziom obsługi tego klienta.

Szukany poziom obsługi obliczymy ze wzoru (7), przyjmując, że zachodzi:

$$P(\mathbf{A}) = 0{,}98,\ P(\mathbf{B}) = 0{,}95,\ P(\mathbf{C}) = 0{,}99,\ P(\mathbf{D}) = 0{,}95,\ P(\mathbf{E}) = 0{,}97$$

Zatem:

$$P(\mathbf{A}) * P(\mathbf{B}) * P(\mathbf{C}) * P(\mathbf{D}) * P(\mathbf{E}) = 0{,}98 * 0{,}95 * 0{,}99 * 0{,}95 * 0{,}97 = 0{,}85$$

Czyli $GPO_1 = 85\%$

Zatem, mimo że każda z pozycji jest utrzymywana na poziomie dostępności równym co najmniej 95%, ich jednoczesna dostępność jest określona poziomem 85%.

Przykład 5

Na jakim poziomie obsługi należy utrzymywać zapas każdej z pozycji przedstawionych w przykładzie 4, aby poziom obsługi dla całej grupy był równy 90%.

Wobec braku innych przesłanek przyjmiemy, że indywidualne poziomy obsługi dla poszczególnych pozycji będą sobie równe:

$$POK_1(A) = POK_1(B) = POK_1(C) = POK_1(D) = POK_1(E)$$

$$\text{czyli } P(\mathbf{A}) = P(\mathbf{B}) = P(\mathbf{C}) = P(\mathbf{D}) = P(\mathbf{E}) = p$$

Zachodzi zatem:

$$GPO_1 = P(\mathbf{A}) * P(\mathbf{B}) * P(\mathbf{C}) * P(\mathbf{D}) * P(\mathbf{E}) = p^5 = 0{,}9$$

Po przekształceniu otrzymamy

$$p = \sqrt[5]{0{,}9} = 0{,}98$$

Zatem wszystkie pozycje powinny być utrzymywane na poziomie obsługi POK1 = 98%.