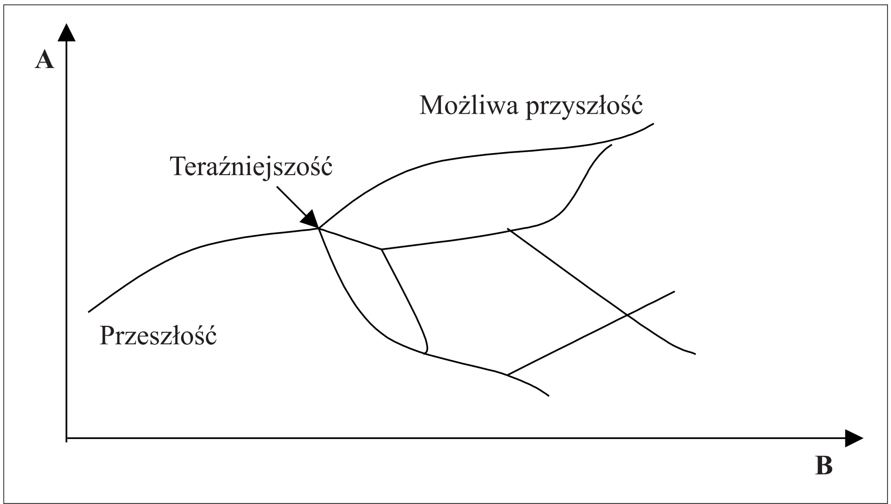
Stanisław Wałcerz
Instytut Logistyki i Magazynowania

Zastosowanie odwzorowania logistycznego do modelowania systemów złożonych

Modelowanie to przybliżone odtwarzanie najważniejszych właściwości oryginału. Celem modelowania systemów złożonych jest lepsze jakościowo zrozumienie przyszłości i zjawisk, które mogą się wydarzyć, a również spowodowanie preferowanego z nich przez wpływ na wielkość odpowiednich parametrów – rys. 1. Systemy złożone, poddające się modelowaniu za pomocą odpowiednich aplikacji to systemy socjalne, miasta, regiony, przedsiębiorstwa itp.



Rys. 1. Możliwe zmiany parametru A systemu w funkcji parametru B

Modele systemów złożonych budowane są dlatego, że nie da się opisać całościowo wszystkich aspektów systemu. W miarę wzrostu stopnia złożoności systemu coraz większe znaczenia nabiera modelowanie traktujące badany obiekt jako złożony system, poddający się badaniom dzięki modelowaniu występujących w nim relacji i procesów. Należy odróżnić modelowanie systemu lub procesów następujących w systemie od analizy procesowej. Analityka zajmuje się uzyskiwaniem informacji o układach, zwłaszcza – rodzajach i ilościach składników, jak też zmianami zachodzącymi w czasie. Dostarcza wskaźników liczbowych, które następnie są interpretowane i stanowią podstawę odpowiednich działań. Na podstawie wyników analizy procesów widać, które aspekty analizowanego procesu wymagają poprawy. Stosowane jest wtedy podejście polegające na modelowaniu tylko wybranych cech procesów w celu wykazania relacji między obiektami współpracującymi w realizacji zadania. Model taki nazywany jest quasi-idealnym (lub quasi-izolowanym), ponieważ bierze pod uwagę tylko niektóre parametry procesu, istotnie wpływające na jego przebieg, a pomija nieznaczące.

Teoria nie dostarcza wystarczająco jasnych reguł selekcji tych parametrów. Analityk dysponuje zwykle zbiorem zdefiniowanych zmiennych, parametrów, wskaźników itp. i adoptując je do problemu buduje model, który następnie może być rozwijany lub poprawiany dla osiągnięcia optymalnego stanu stabilnego systemu, co w modelu jest stanem równowagi. Należy podkreślić, że stan stabilny systemu jest wyjątkiem a nie regułą. W ekonomii stan taki jest osiągany, jeżeli, np. firmy maksymalizują zysk albo pracownicy maksymalizują swoją użyteczność. Stan stabilny systemu powinien być rezultatem zmiany dynamicznych zachowań systemu, zatem model dynamiczny powinien zawierać stan równowagi.

Zobaczmy, na czym polega modelowanie procesu dynamicznego i jak wyznaczyć stan równowagi modelu za pomocą równania logistycznego. Równanie logistyczne jest jednym z najważniejszych równań matematycznych. Opisuje wiele zjawisk, między innymi liczebność populacji zwierząt na ograniczonym obszarze w warunkach naturalnych.

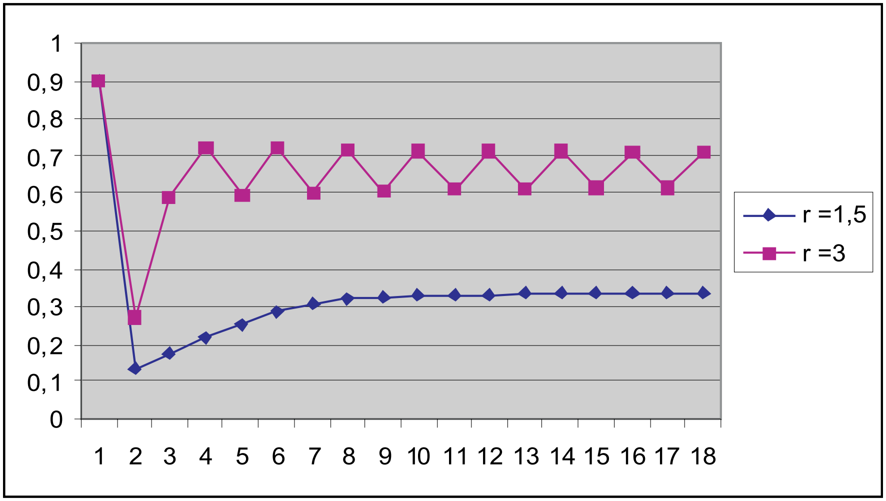
$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$$

Nasz model opisuje dostawy do pewnego sklepu osiedlowego, w którym mogą zaopatrywać się mieszkańcy pobliskich bloków - zakładamy, że liczba klientów sklepu jest stała. Zmieniają się wielkości dostaw pewnego towaru, zamawianych przez kierownika sklepu w cyklu tygodniowym. Wielkością zmian rządzą dwie przeciwstawne tendencje:

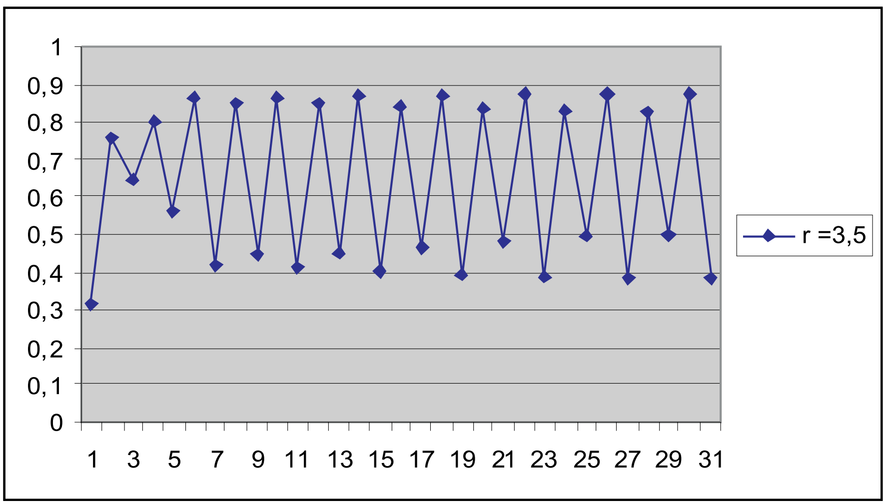
1. wzrost ilości sprzedanego towaru x_n w tygodniu n powoduje zmniejszenie zapasu, dlatego kierownik sklepu zwiększa zamówienie na przyszły tydzień
2. zasoby gotówkowe klientów sklepu są ograniczone, dlatego w tygodniu $n+1$ niektórzy z nich nie nabędą towaru.

W powyższym równaniu wielkości x_n oraz x_{n+1} opisują wielkość zamówienia jako ułamek ($0 \leq x \leq 1$) pewnej teoretycznie możliwej wartości maksymalnej, która w naszym modelu jest optymalna, a więc oznacza pożądany stan równowagi. Zmienna r jest pewnym współczynnikiem, właściwym dla modelowanego procesu, który nazwiemy współczynnikiem wzrostu popytu. Czynnik rx_n opisuje wzrost popytu w warunkach nieograniczonych zasobów gotówkowych klientów, czynnik $(1 - x_n)$ działa hamująco, biorąc pod uwagę realia.

Równanie logistyczne jest równaniem różnicowym. Wartości zamówie-



Rys. 2. Wielkości zamówień dla dwóch współczynników r



Rys. 3. Wielkości zamówień dla r=3,5

nia w następujących po sobie tygodniach obliczamy metodą iteracji, to jest za x_n do równania pierwszego wstawiamy dowolną wartość początkową, do drugiego podstawiamy wartość z wyliczenia poprzedniego itd.

Okazuje się, o czym można przekonać się już po kilku krokach iteracji, że wielkości składanych zamówień zależą jedynie od parametru ***r***, a nie zależą od początkowej wartości x_n.

Przy wartości ***r***, która jest odpowiednio mała, wielkość zamówienia będzie jednakowa w każdym tygodniu. Jeżeli zwiększymy nieco współczynnik ***r***, to zamówienia będą wykazywać wahania w cyklu dwutygodniowym, przyjmując na przemian wartość większą i mniejszą – rys. 2.

Przy dalszym zwiększaniu współczynnika ***r*** ustalą się cztery wartości, wokół których oscylować będą wielkości zamówień. Na rys. 3 przedstawiono krzywą zamówień, wyznaczoną dla r=3,5. Widoczne są cztery wartości: dwie wyższe i dwie niższe.

Przy jeszcze większym współczynniku otrzymamy osiem wartości, następnie szesnaście itd., aż przy bardzo dużym współczynniku zachowanie będzie chaotyczne.

Systemy opisywane równaniem logistycznym noszą nazwę systemów samoorganizujących się lub samouczących się. Reorganizacja takiego systemu następuje w rezultacie adaptacji do makrootoczenia logistycznego. Adaptacja polega na strukturalnych zmianach w konstrukcji systemu i reżimu operacyjnego, jednak na poziomie elementów systemu nic się nie zmienia. Korzyści ze zmiany reżimu operacyjnego nie są zapamiętywane przez system.