TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE
COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCE, INDUSTRY AND TRANSPORT

czas wykonania roboty budowlanej,
zbiory rozmyte, wnioskowanie rozmyte

Nabi IBADOV[1]

MODELOWANIE CZASÓW WYKONANIA ROBÓT BUDOWLANYCH Z WYKORZYSTANIEM WNIOSKOWANIA ROZMYTEGO

Podczas realizacji budowy, na czasy wykonania poszczególnych robót wpływają różne czynniki. Dlatego, czasy wykonania robót oszacowane w etapie planowania budowy mają charakter niepewny. W referacie założono, że ta niepewność nie jest spowodowana brakiem wiedzy, lecz przedstawia pewien rozrzut możliwych czasów wykonania danej roboty. Opisano metodę rozmytego modelowania czasów wykonania robót budowlanych na podstawie niepewnych danych charakteryzujących warunki realizacji budowy. W opisanej metodzie wykorzystano wnioskowanie rozmyte oraz powiązanie pomiędzy rozkładem prawdopodobieństwa i rozkładem możliwości. Podano również przykład wykorzystania opisanej metody dla oszacowania rozmytego czasu wykonania roboty budowlanej.

MODELING THE TIME OF CONSTRUCTION WORKS USING FUZZY INFERENCE

During execution of construction, durations of works are influenced by various factors. Therefore, durations of works estimated at the planning stage of construction are uncertain. The paper assumes that this uncertainty is not due to lack of knowledge, but represents a scattering of possible durations of the works. The method for fuzzy modelling of durations of works on the basis of uncertain data is presented. The method presented uses a fuzzy inference and the relation between the probability distribution and the possibility distribution. A numerical example of application of the method presented for estimating the fuzzy duration of construction work.

1. WSTĘP

W czasie realizacji obiektów budowlanych, procesy wykonawcze są narażone na wpływ różnych czynników zakłócających (warunki atmosferyczne, nieterminowość dostaw materiałów, awarie sprzętu, itp.). Czynniki te, pomimo świadomości planistów o ich istnieniu, nie są uwzględniane podczas szacowania czasów wykonania robót na etapie projektowania budowy. Powoduje to różnice pomiędzy oszacowaniami czasów wykonania

[1]Nabi Ibadov, Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, 00–637 Warszawa,
Al. Armii Ludowej 16, tel.: +48 22 234-65-15, Fax: + 48 22 825-74-15, e-mail: n.ibadov@il.pw.edu.pl

robót a rzeczywistymi czasami wykonania robót, uzyskanymi podczas realizacji budowy. Tymczasem, należałoby te czynniki nie tylko zidentyfikować, ale także stworzyć odpowiednie warunki realizacji robót, uwzględniające ewentualne działania zapobiegawcze. Jedną z metod wspomagających rozwiązania takiego typu zadania jest wnioskowanie rozmyte. W referacie przedstawiono podstawy teorii zbiorów rozmytych oraz jej wykorzystanie dla określenia rozkładu możliwych czasów wykonania roboty budowlanej w przypadku niemożności wykorzystania metod statystycznych.

2. PODSTAWOWE POJĘCIA TEORII ZBIORÓW ROZMYTYCH

Zbiorem rozmytym A w pewnej niepustej przestrzeni X nazywa się zbiór par:

$$A = \{(x, \mu_A(x)); x \in \mathrm{X}\} \tag{1}$$

gdzie:

$$\mu_A : \mathrm{X} \to [0,1] \tag{2}$$

jest funkcją przynależności zbioru rozmytego $A \subseteq \mathbf{X}$, [10]. Funkcja ta przypisuje każdemu elementowi $x \in \mathrm{X}$ jego stopień przynależności do zbioru rozmytego *A*. W zależności od wartości stopnia przynależności, można wyróżnić trzy przypadki:

1) $\mu_A(x) = 1$ oznacza pełną przynależność elementu *x* do zbioru rozmytego *A*, tzn. $x \in A$,
2) $\mu_A(x) = 0$ oznacza brak przynależności elementu *x* do zbioru rozmytego *A*, tzn. $x \notin A$,
3) $0 < \mu_A(x) < 1$ oznacza częściową przynależność elementu *x* do zbioru rozmytego *A*.

Operacje na dwóch zbiorów rozmytych *A* i *B* takie, jak iloczyn ($\cap$) i suma ($\cup$), zapisuje się w następujący sposób, [2], [7]:

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min(\mu_A(x)\mu_B(x)), \forall x \in \mathrm{X}, \tag{3}$$

$$\mu_{A\cup B}(x) = \max(\mu_A(x)\mu_B(x)), \forall x \in \mathrm{X}. \tag{4}$$

Relacją rozmytą $R \subseteq \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ między dwoma niepustymi zbiorami **X** i **Y** nazywa się zbiór rozmyty określony na iloczynie kartezjańskim $\mathbf{X} \times \mathbf{Y}$:

$$R = \{((x, y), \mu_R(x, y))\}, \quad \forall x \in \mathrm{X}, \forall y \in \mathrm{Y} \tag{5}$$

gdzie:

$$\mu_R : \mathrm{X} \times \mathrm{Y} \rightarrow [0,1] \tag{6}$$

jest funkcją przynależności. Funkcja ta przypisuje każdej parze (x, y), $x \in \mathrm{X}$, $y \in \mathrm{Y}$ jej stopień przynależności $\mu_R(x, y)$, interpretowany jako siła powiązania pomiędzy elementami $x \in \mathrm{X}$ i $y \in \mathrm{Y}$, [10].

Niech będą dane trzy zbiory nierozmyte **X, Y** i **Z** oraz dwie relacje rozmyte: $R \subseteq \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ z funkcją przynależności $\mu_R(x, y)$ oraz $U \subseteq \mathrm{Y} \times \mathrm{Z}$ z funkcją przynależności $\mu_U(y, z)$. Jeżeli zbiór **Y** ma skończoną ilość elementów, to złożeniem relacji rozmytych $R \subseteq \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ i $U \subseteq \mathrm{Y} \times \mathrm{Z}$ nazywa się relację rozmytą $V = R \circ U$ w postaci dwuwymiarowego zbioru rozmytego o funkcji przynależności [10]:

$$\mu_{R \circ U}(x, z) = \max_{y \in Y}\{\min\{\mu_R(x, y), \mu_U(y, z)\}\} \tag{7}$$

Inną bardzo ważną cechą zbiorów rozmytych jest możliwość ich wykorzystania do wnioskowania, wykorzystującego zmienne lingwistyczne. Ogólny schemat wnioskowania, zapisywanego w postaci *reguł rozmytych*, przedstawia się następująco [11]:

JEŻELI „ *przesłanka logiczna*” **TO „***konkluzja*” (8)

Istotnym problemem jest sposób tworzenia właściwych reguł wnioskowania. Jednym z rozwiązań jest wykorzystanie wiedzy i doświadczenia *eksperta*. Wyciągnięcia rozmytych wniosków i przeobrażenie ich w ocenę ilościową prowadzi się na podstawie przyczynowo-skutkowych *reguł i relacji rozmytych*. Zakłada się, że A jest zbiorem rozmytym w przestrzeni przesłanek **X**, a B jest poziomem wpływu czynnika (na przykład *duży wpływ*) w przestrzeni konkluzji **Y**. Zbiór rozmyty opisujący poziom wpływu czynnika w przestrzeni **X** oznaczamy przez A', a zbiór rozmyty opisujący poziom prawdopodobieństwa przez B'. Wtedy przyczynowo – skutkowa relacja rozmyta $A \rightarrow B$ przesłanki i konkluzji, odzwierciedlająca wiedzę eksperta, nazywa się *regułą rozmytą R*:

$$R = A \rightarrow B \tag{9}$$

A więc proces uzyskania rozmytego wniosku B' z wykorzystaniem wiedzy $A \rightarrow B$ oraz danych A' można przedstawić jak niżej:

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B) = \max\{\min(\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y))\} \tag{10}$$

gdzie $\mu_{A'}(x)$ i $\mu_R(x, y)$ są odpowiednimi funkcjami przynależności zbiorów rozmytych A' i R.

3. OKREŚLANIE CZASÓW WYKONANIA ROBÓT Z WYKORZYSTANIEM WNIOSKOWANIA ROZMYTEGO

Do określania czasów wykonania robót w warunkach niepewności, w niniejszym referacie wykorzystano reguły i relacje rozmyte. Niezbędne operacje na zbiorach rozmytych przeprowadzono zgodnie z zależnościami (3), (4), (7) i (10).

Założono, że na podstawie normatywów pracochłonności został ustalony nominalny czas wykonania pewnej roboty budowlanej, na przykład t_n = 16 zmian roboczych. Należy określić oczekiwany czas wykonania tej roboty z uwzględnieniem zakłóceń, spowodowanych *opadami atmosferycznymi* i *awariami sprzętu budowlanego*.

Niech reguły odpowiednie dla rozpatrywanego przypadku mają postać:

R^{I}_{1}: **JEŻELI** *wrażliwość roboty na zakłócenia z powodu wystąpienia opadów atmosferycznych jest „średnia”* **I** *częstość występowania opadów atmosferycznych będzie „średnia”* **TO** *zakres zakłóceń przebiegu roboty będzie „duży”.*
R^{I}_{2}: **JEŻELI** *wrażliwość roboty na spowolnienie postępu z powodu wystąpienia awarii sprzętu budowlanego jest „bardzo duża”* **I** *częstość występowania awarii sprzętu budowlanego będzie „duża”* **TO** *zakres zakłóceń przebiegu robót będzie „bardzo duży”.*

Następnie, ustala się zależność pomiędzy oceną zakresu zakłóceń przebiegu roboty, a wydłużeniem czasu jej wykonania. Niech reguły odpowiednie dla rozpatrywanego przypadku mają postać:

R^{II}_{1}: **JEŻELI** *zakres zakłóceń przebiegu roboty będzie „duży”* **TO** *wydłużenie czasu wykonania roboty będzie „duże”.*
R^{II}_{2}: **JEŻELI** *zakres zakłóceń przebiegu roboty będzie „bardzo duży”* **TO** *wydłużenie czasu wykonania roboty będzie „bardzo duże”.*

Wrażliwość robót na zakłócenia, częstości występowania czynników zakłócających oraz zakres zakłóceń przebiegu robót można opisać w notacji zbiorów rozmytych, jak niżej:

$$\text{„średnia”} = \{0,3/0,1;\ 0,4/0,7;\ 0,5/1,0;\ 0,6/0,7;\ 0,7/0,1\} \tag{11}$$

$$\text{„duża”} = \{0,5/0,0;\ 0,6/0,5;\ 0,7/0,9;\ 0,9/0,5;\ 1,0/0,0\} \tag{12}$$

$$\text{„bardzo duża”} = \{0,7/0,0;\ 0,8/0,1;\ 0,9/0,7;\ 1,0/1,0\} \tag{13}$$

Tworzenie relacji rozmytej $R \subseteq \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ na podstawie reguł R^{I}_{1} i R^{I}_{2} przebiega w następującej kolejności:

a) najpierw, z wykorzystaniem zależności (3) i (5) tworzy się relację rozmytą $R_1 \subseteq \mathrm{X}_1 \times \mathrm{Y}_1$, gdzie:

$\mathbf{X}_1$ – podzbiór ocen punktowych częstości występowania opadów atmosferycznych, określanej, jako: *„średnia”*

$\mathbf{Y}_1$ – podzbiór ocen punktowych zakresu zakłóceń przebiegu roboty, określanych, jako: *„duży”*

b) następnie, z wykorzystaniem zależności (3) i (5) tworzy się relację rozmytą $R_2 \subseteq \mathrm{X}_2 \times \mathrm{Y}_2$, gdzie:

X$_2$ – podzbiór ocen punktowych częstości występowania awarii sprzętu budowlanego, określanej, jako:

„duża”

Y$_2$ – podzbiór ocen punktowych zakresu zakłóceń przebiegu roboty, określanych, jako:

„bardzo duży”

c) łącząc relacje rozmyte $R_1 \subseteq \mathrm{X}_1 \times \mathrm{Y}_1$ i $R_2 \subseteq \mathrm{X}_2 \times \mathrm{Y}_2$ z wykorzystaniem zależności (4), otrzymuje się relację rozmytą $R = R_1 \cup R_2$.

Podobnie przebiega tworzenie relacji rozmytej $U \subseteq \mathrm{Y} \times \mathrm{Z}$ na podstawie reguł $R^{\mathrm{II}}{}_1$ i $R^{\mathrm{II}}{}_2$:

a) najpierw, z wykorzystaniem zależności (3) i (5) tworzy się relację rozmytą $U_1 \subseteq \mathrm{Y}_1 \times \mathrm{Z}_1$, gdzie:

Y$_1$ – podzbiór ocen punktowych zakresu zakłóceń przebiegu roboty, określanego, jako:

„duży”

Z$_1$ – podzbiór wartości wydłużeń czasu wykonania roboty, określanych, jako:

„duże”

b) następnie, z wykorzystaniem zależności (3) i (5) tworzy się relację rozmytą $U_2 \subseteq \mathrm{Y}_2 \times \mathrm{Z}_2$, gdzie:

Y$_2$ – podzbiór ocen punktowych zakresu zakłóceń przebiegu roboty, określanego, jako:

„bardzo duże”

Z$_2$ – podzbiór wartości wydłużeń czasu wykonania roboty, określanych, jako:

„bardzo duże”

c) łącząc relacje rozmyte $U_1 \subseteq \mathrm{Y}_1 \times \mathrm{Z}_1$ i $U_2 \subseteq \mathrm{Y}_2 \times \mathrm{Z}_2$ z wykorzystaniem zależności (4), otrzymuje się relację rozmytą $U = U_1 \cup U_2$.

Możliwe wydłużenia czasu wykonania roboty można opisać w notacji zbiorów rozmytych, jak niżej:

$$\text{„duża”} = \{6/0{,}5;\ 7/0{,}9;\ 8/0{,}9;\ 9/0{,}5;\ 10/0{,}0\} \tag{14}$$

$$\text{„bardzo duża”} = \{6/0{,}0;\ 7/0{,}0;\ 8/0{,}1;\ 9/0{,}7;\ 10/1{,}0\} \tag{15}$$

Wynik złożenia relacji rozmytych R i U przeprowadzonego z wykorzystaniem zależności (7) przedstawiono w Tabeli 1 w postaci dwuwymiarowego zbioru rozmytego $V=R \circ U$. Złożenie relacji rozmytych R i U umożliwia bezpośrednie powiązanie oceny wydłużenia czasu wykonania roboty budowlanej z oceną częstości oddziaływania poszczególnych czynników zakłócających.

Tabela 1. Macierz współczynników przynależności $V=R\circ U$

Zbiór **X**: ocena punktowa częstości wystąpienia zakłóceń, spowodowanych działaniem danego czynnika, x	Zbiór **Z**: możliwe wydłużenie czasu wykonania roboty, z, w dniach roboczych				
	$z_1 = 6$	$z_2 = 7$	$z_3 = 8$	$z_4 = 9$	$z_5 = 10$
0,0	0	0	0	0	0
0,1	0	0	0	0	0
0,2	0	0	0	0	0
0,3	0	0	0	0	0
0,4	0	0	0	0	0
0,5	0	0	0	0	0
0,6	0,5	0,7	0,7	0,5	0,5
0,7	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9
0,8	0,5	0,5	0,5	0,7	0,9
0,9	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
1,0	0	0	0	0	0

Dwuwymiarowy zbiór rozmyty $V = R\circ U$ można wykorzystać dla wyznaczenia parametrów rozkładu prawdopodobieństwa wydłużenia czasu wykonania roboty (wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego), [8], [9]. W macierzy wartości współczynników przynależności do dwuwymiarowego zbioru rozmytego $V = R\circ U$ identyfikuje się wiersz, dla którego iloczyn sumy wartości współczynników przynależności $\mu_{R\circ U}(x, z_k)$ i oceny punktowej częstości wystąpienia zakłóceń osiąga maksimum. Następnie, na podstawie wartości współczynników przynależności $\mu_{R\circ U}(x, z_k)$ zawartych w tym wierszu, wyznacza się:

1) prawdopodobieństwo, że wydłużenie czasu wykonania roboty przyjmie określoną wartość z_k:

$$\mathrm{P}(z = z_k) = \frac{\mu_{R\circ U}(x, z_k)}{\sum_{k=1}^{K} \mu_{R\circ U}(x, z_k)}, \tag{16}$$

2) oczekiwane wydłużenie czasu wykonania roboty:

$$\mathrm{E}(z) = \sum_{k=1}^{K} \{(z_k) \cdot \mathrm{P}(z = z_k)\}, \tag{17}$$

3) odchylenie standardowe wydłużenia czasu wykonania roboty:

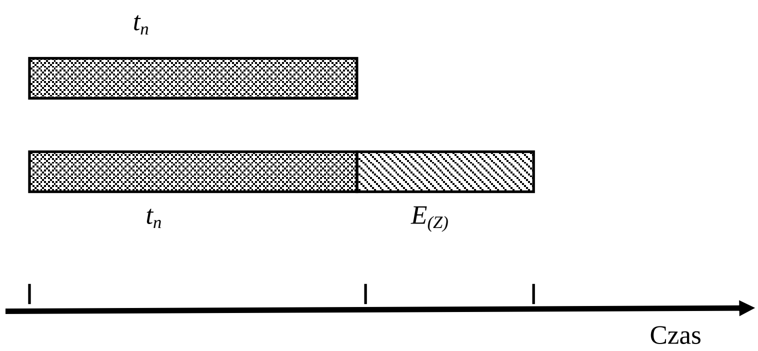
$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \{(z_k)^2 \cdot \mathrm{P}(z = z_k)\} - \mathrm{E}^2(z)}. \qquad (18)$$

W przedstawionym przykładzie można ustalić, że iloczyn sumy wartości współczynników przynależności $\mu_{R \circ U}(x, z)$ i oceny punktowej częstości wystąpienia zakłóceń osiąga maksimum dla danych zawartych w dziewiątym wierszu Tabeli 1. Wykorzystując zależności (16), (17) i (18), otrzymuje się:

$$\begin{gathered} P(z = 6) = 0{,}5/3{,}1 = 0.16, \\ P(z = 7) = 0{,}5/3{,}1 = 0.16, \\ P(z = 8) = 0{,}5/3{,}1 = 0.16, \\ P(z = 9) = 0{,}7/3{,}1 = 0.23, \\ P(z = 10) = 0{,}9/3{,}1 = 0.29, \\ E(z) = 8{,}33 \text{ dnia}, \\ \sigma_z = 1{,}44 \text{ dnia}. \end{gathered} \qquad (19)$$

Uzyskane wyniki można wykorzystać dla ustalenia oczekiwanego czasu wykonania danej roboty, powiększając jej czas nominalny wykonania o oczekiwane wydłużenie czasu jej wykonania (patrz Rys. 1):

$$E(t) = t_n + E(z) = 16{,}00 + 8{,}33 = 24{,}33. \qquad (20)$$



Rys.1. Ustalenie oczekiwanego czasu wykonania danej roboty

4. WNIOSKI

W niniejszym referacie opisano metodę modelowania czasu wykonania roboty budowlanej w warunkach niepewności danych o zakłóceniach budowy. Teoria zbiorów rozmytych jest narzędziem ułatwiającym opisanie niepewności. Wykorzystanie relacji rozmytych pozwala na oszacowanie wydłużeń czasu wykonania roboty budowlanej z uwzględnieniem wiedzy i doświadczenia eksperta. Przedstawiony przykład liczbowy ilustruje zależność możliwego wydłużenia czasu wykonania roboty od jej wrażliwości na działanie określonych czynników zakłócających i częstości oddziaływania poszczególnych czynników. Metoda może być przydatna dla sporządzania harmonogramów w etapie projektowania budowy.

5. BIBLIOGRAFIA

[1] Ayyub B. M., Haldar A.: *Project scheduling using fuzzy set concepts*, Journal of Construction Engineering and Management, 110(2), 1984, 189–204.

[2] Czogała E., Pedrycz W.: *Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych*, PWN, Warszawa 1985.

[3] Dubois D., Prade H.: *Fuzzy sets and statistical data*, European Journal of Operational Research, 25, 1986, 345–256.

[4] Ibadov N.: *Wykorzystanie teorii zbiorów rozmytych do podejmowania decyzji w budownictwie*, Konferencja naukowo-techniczna: „Sterowanie procesami inwestycyjnymi w budownictwie wodnym i morskim". Szczecin-Międzyzdroje, 17–20 czerwca 1999.

[5] Ibadov N., Kulejewski J.: *Rozmyte modelowanie czasów wykonania robót budowlanych w warunkach niepewności*, Czasopismo Techniczne, 107(2), Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2010, 139-155.

[6] Ibadov N.: *Rozmyte modelowanie wydłużeń czasów wykonania robót budowlanych z wykorzystaniem teorii zbiorów rozmytych*. Theoretical Foundations of Civil Engineering, Polish-Ukrainian Transactions. Vol.18. OWPW. Krym, 13-17 września 2010.

[7] Kasprzyk J.: *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa 1986.

[8] Oliveros A. V. O., Fayek A. R.: *Fuzzy logic approach for activity delay analysis and schedule updating*, Journal of Construction Engineering and Management, ASCE, 131(1), 2005, 42–51.

[9] Pan N. F., Hadipriono F. C., Whitlatch E.: *A fuzzy reasoning knowledge–based system for assessing rain impact in highway construction scheduling: Part I. Analytical model*, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 16, 2005, 157–167.

[10] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L.: *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*, PWN, Warszawa – Łódź 1997.

[11] Rutkowski L.: *Metody i techniki sztucznej inteligencji*, PWN, Warszawa 2006.

[12] Zadeh L. A.: *Fuzzy Sets*, Information and Control, 1965, vol. 8.