TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE
COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCE, INDUSTRY AND TRANSPORT

Planowanie transportu
Symulacja cyfrowa
Programowanie dynamiczne

Danuta OLĘDZKA[1]
Arkadiusz WĘGLARZ [2]

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE PLANOWANIA I ORGANIZACJI TRANSPORTU NA PLACU BUDOWY. FRAGMENT MATERIAŁÓW DYDAKTYCZNYCH. CZĘŚĆ II

Referat stanowi kontynuację referatu pod tym samym tytułem, z dopiskiem: część I.

W referacie przedstawiono wybrane zastosowania metod komputerowych: programowania dynamicznego i symulacji cyfrowej, w procesie podejmowania decyzji dotyczących planowania i organizacji transportu materiałów na placu budowy. Opracowanie jest częścią materiałów dydaktycznych przedmiotu „Metody komputerowe w inżynierii lądowej", który autorzy referatu prowadzili w latach 1988 – 2002 dla studentów budownictwa na Politechnice Warszawskiej.

COMPUTER-AIDED CONSTRUCTION SITE PLANNING AND TRANSPORT ORGANIZATION. EDUCATIONAL MATERIALS, PART II

The paper is a continuation of a different paper with the same title and "part I" added.

The paper presents selected applications of computing methods (dynamic programming and digital simulation) to decision-making processes regarding construction site materials planning and transport organization. The study is a part of educational materials of academic course "Computing methods in civil engineering", which was held by the authors in years 1988 - 2002 for building department students at Warsaw University of Technology.

1. WSTĘP

Celem przedmiotu „Metody komputerowe w inżynierii lądowej", który autorzy prowadzili dla studentów specjalności „Technologia i organizacja budowy", było wprowadzenie do wspomagania komputerowego w decyzjach dotyczących planowania i organizacji w budownictwie. Omawiano podstawowe metody optymalizacyjne, dla każdej podane i rozwiązane były konkretne zadania decyzyjne. Ramowy program przedmiotu został przedstawiony w części I referatu.

[1]Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska, al. Armii Ludowej 16, e-mail: d.oledzka@il.pw.edu.pl
[2]Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska, al. Armii Ludowej 16, e-mail: a.weglarz@il.pw.edu.pl

W tej części referatu zajmujemy się zastosowaniem metod programowania dynamicznego oraz metod symulacji cyfrowej: statycznej i dynamicznej, do planowania transportu na placu budowy.

2. OPTYMALNY ROZDZIAŁ ŚRODKÓW TRANSPORTOWYCH

Wiele zadań decyzyjnych w budownictwie, w tym zadań transportowych, sprowadza się do optymalnego rozdziału środków na przedsięwzięcia. Efektywną numeryczną metodą rozwiązania dostarcza programowanie dynamiczne, jeden z działów badań operacyjnych (ang. *operation research*). Przyjmijmy, że jest n zadań budowlanych, które wymagają zastosowania środków transportowych. Zadanie decyzyjne polega na rozdziale K środków transportowych na n zadań tak, aby zmaksymalizować zysk. Model matematyczny:

wyznaczyć
$$\max \sum_{i=1}^{n} z_i(x_i) \tag{1}$$

przy ograniczeniach
$$\sum_{i=1}^{n} x_i \le K \tag{2}$$

gdzie, dla i =1, ..., n,

x_i - liczba środków transportowych przydzielona i-temu zadaniu, $x_i \in N$,
$z_i(x_i)$ - zysk z przydzielenia x_i środków i-temu zadaniu.

Podstawą metody obliczeniowej jest zasada optymalności Bellmana ([1], [2])., która stanowi, że optymalny ciąg decyzji ma tę własność, że niezależnie od stanu początkowego i decyzji określających dojście do tego stanu, pozostałe decyzje muszą stanowić decyzję optymalną.

Przykład 1. Firma transportowa dysponuje 6 specjalistycznymi pojazdami, o wynajęcie których zabiega 4 kontrahentów. Ze względu na specyfikę zadań transportowych i zależności między firmą a kontrahentami zyski firmy z wynajęcia pojazdów nie są jednakowe, ale zależne od kontrahenta (tablica 1).

Tab. 1. Zyski z przydziałów, przykład 1

Kontrahent 1	
x_1	$z_1(x_1)$
0	0
1	720
2	1120
3	1840
4	2400
5	2600

Kontrahent 2	
x_2	$z_2(x_2)$
0	-1600
1	-400
2	960
3	1600

Kontrahent 3	
x_1	$z_1(x_1)$
0	0
1	640
2	1300
3	1800

Kontrahent 4	
x_2	$z_2(x_2)$
0	0
1	640
2	1380
3	1840
4	2420

Wartości ujemne, podane w tablicy 1, stanowią kary umowne.
Numerycznie efektywną metodą rozwiązania są następujące obliczenia rekurencyjne:

Etap 1:
$$v_1(x) \stackrel{def}{=} z_1(x) \tag{3}$$

Funkcja $v_1(x)$ oznacza optymalny rozdział x środków wyłącznie dla kontrahenta 1.
W kolejnym kroku, dla j = 2, ..., n wyznacza się optymalny rozdział na j kontrahentów korzystając z optymalnego rozdziału na j-1 kontrahentów.

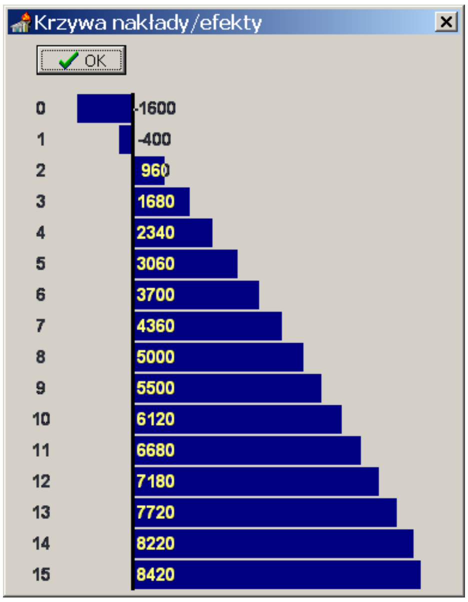
Etap j = 2, ..., n
$$v_j(x) \stackrel{def}{=} \max_{x_j \le x} \left(z_j(x) + v_{j-1}(x - x_j) \right) \tag{4}$$

W ostatnim kroku obliczeń, dla j = n, otrzymuje się funkcję:

$$\text{zysk}(x) = \max \sum_{i=1}^{n} v_i(x_i) \tag{5}$$

Obliczenia ręczne, dokonane na zajęciach projektowych, zweryfikujmy z obliczeniami komputerowymi programem opracowanym na potrzeby dydaktyki.
Rozwiązanie optymalne to:
(1, 3, 0, 2),
opisowo:
kontrahent 1 1,
kontrahent 2 3,
kontrahent 3 0,
kontrahent 4 2,
optymalny zysk: 3700 zł.

Interesująca dla decydenta jest możliwość określenia maksymalnego zysku, gdy dysponuje K=2, 3, ..., 15 środkami transportu (rys.1).



Rys. 1 Optymalny zysk z rozdziału K=0, .., 15 środków. Zrzut ekranu z wynikami

3. WPROWADZENIE DO METOD SYMULACYJNYCH

3.1. Zasady tworzenia modelu symulacyjnego. Klasyfikacja modeli

Symulacja polega na odwzorowaniu rzeczywistego systemu w prosty układ, ale tak aby można było przeprowadzać na nim doświadczenia, które imitowałyby zachowanie rzeczywistego systemu. W symulacji lotów skonstruowana jest kabina pilota, wyposażona w odpowiednie urządzenia. Imituje się zjawiska losowe, odbiera decyzje pilota i pozoruje się rezultaty tych decyzji. Szkolenie pilota na symulatorze lotów jest bezpieczne, pełniejsze i o wiele tańsze niż szkolenie na rzeczywistym samolocie.

Przedmiotem naszych zainteresowań jest symulacja cyfrowa (komputerowa) - symulatorem jest program komputerowy, który imituje procesy zachodzące w rzeczywistości i umożliwia przetestowanie rezultatów wyboru decydenta. Symulacja cyfrowa spełnia analogiczne zadanie co symulatory fizyczne, z tą różnicą, że opracowany model symulacyjny jest abstraktem, a próby na nim przeprowadzane to obliczenia programu komputerowego dla konkretnego zestawu danych liczbowych.

W symulacji komputerowej wprowadza się pojęcie systemu jako pewnego rzeczywistego układu, który można uznać za logiczną, w znacznym stopniu zamkniętą całość. Proces modelowania symulacyjnego polega na utworzeniu w komputerze nowego abstrakcyjnego systemu, modelu symulacyjnego, który ma imitować zjawiska zachodzące w pierwowzorze w interesującym dla decydenta aspekcie.

W metodach symulacji cyfrowej można wyodrębnić dwie grupy:

- symulację statyczną (metody Monte Carlo) - wówczas, gdy stan modelowanego systemu nie zmienia się w czasie, lub ta zmiana nie jest odwzorowywana w sposób jawny ,
- symulację dynamiczną - wówczas, gdy stan systemu ulega zmianom z upływem czasu. Zmiany te mogą zachodzić lub/i być odwzorowywane w sposób ciągły lub dyskretny.

Zjawiska losowe w modelach matematycznych traktuje się jako zmienne losowe o ustalonym rozkładzie prawdopodobieństwa. Rozkład ustala się doświadczalnie, ale przybliża się (dla łatwości obliczeń) jednym ze znanych teoretycznych rozkładów, np. normalnym.

W obliczeniach symulacyjnych postępuje się odwrotnie: dla danego zjawiska losowego wybiera się wartość zmiennej losowej z takim prawdopodobieństwem, z jakim występuje w danym rozkładzie. Proces ten - generowanie liczb losowych z (według) danego rozkładu prawdopodobieństwa - jest podstawową techniką stosowaną w symulacji komputerowej.

3.2. Generowanie liczb losowych z danego rozkładu prawdopodobieństwa

<u>Generowanie liczb losowych z rozkładu jednostajnego (równomiernego).</u>

Badając przypadkowe procesy fizyczne opracowano tablicę liczb losowych, oto jej fragment, gdzie dla zwiększenia czytelności zestawiono cyfry w pięcioelementowe kolumny:

10097	32553	76520	13586	37542	04085	64894	74296
08422	68593	19645	09303	99019	02529	09376	70715

Przyjmijmy, że chcemy losować liczby rzeczywiste z $<0,1)$ z jednakowym prawdopodobieństwem. Rezultaty pięciu losowań podane są w tablicy 2.

Tab.2. Rezultaty pięciu losowań przy podanych dokładnościach

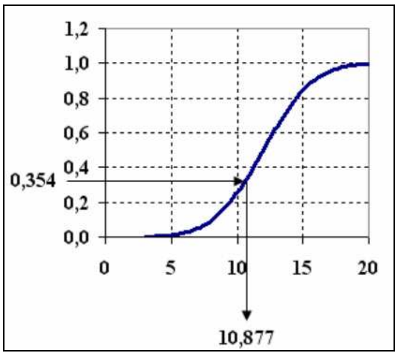
Dokładność	Wylosowane liczby				
0,1	0,1	0,0	0,0	0,9	0,7
0,01	0,10	0,09	0,73	0,25	0,53
0,001	0,100	0,973	0,255	0,376	0,520

Dobór właściwej dokładności, tzw. ziarnistość, ma znaczenie. W obliczeniach komputerowych w praktyce przyjmuje się dokładność równą dokładności pomiarów.
Przyjęte ograniczenie do <0, 1) nie zmniejsza ogólności postępowania, gdyż przekształcenie liniowe: Y = a + (b - a)Z przeprowadza zmienną losową Z o rozkładzie jednostajnym w <0, 1> na zmienną losową Y o rozkładzie jednostajnym w dowolnym <a, b>.

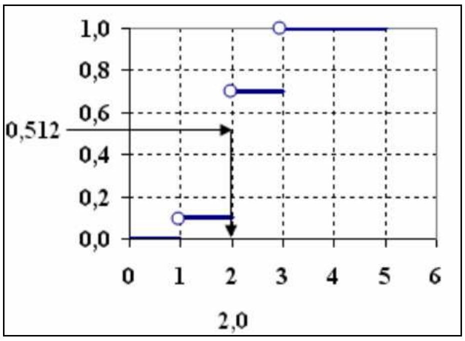
Generowanie liczb losowych z danego rozkładu prawdopodobieństwa.
Weźmy pod uwagę zmienną losową Z o rozkładzie f(x) i dystrybuancie F(x). Ponieważ dystrybuanta przyjmuje wartości z <0, 1>, to postępowanie jest dwuetapowe.

1. Wybrać liczbę $y \in$ <0, 1) metodą opisana wyżej.
2. W przypadku zmiennej losowej ciągłej (rys. 1) przyjąć x takie, że F(x) = y.
   W przypadku zmiennej losowej dyskretnej (rys. 2) przyjąć największą wartość x, taką że $F(x) \leq y$.

Rysunki 2, 3 przedstawiają dystrybuanty rozkładów. Symbol N(12, 3) oznacza rozkład normalny o wartości oczekiwanej równej 12 i odchyleniu standardowym równym 3.



Rys.2. Interpretacja losowania wartości z rozkładu normalnego N(12, 3)



Rys. 3. Interpretacja losowania wartości z rozkładu {(1, 0,1), (2, 0,6), (3, 0,3)}

Przykład 2. Czas przejazdu [min] pewnego środka transportowego na danej trasie długości K [km] opisany jest rozkładem normalnym N(25, 2). Metodą symulacyjną wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa średniej prędkości [km/h].
Rozwiązanie. Eksperyment symulacyjny polega na wylosowaniu liczby x z rozkładu normalnego N(25,2) i obliczeniu wartości v = 60 K/x. Komputerowe eksperymenty powtarzane są wielokrotnie; otrzymane wyniki tworzą szukany rozkład

prawdopodobieństwa. Oblicza się również charakterystyki rozkładu: wartość oczekiwaną, wariancję wyników, rozstęp, modę, medianę.

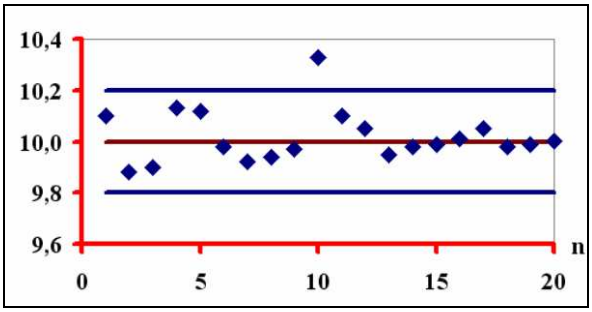
3.3 Określenie liczby eksperymentów symulacyjnych

Istotnym problemem w metodach symulacji komputerowej jest określenie liczby eksperymentów, jakie należy przeprowadzić, aby wynik był zadowalający. Weźmy pod uwagę zadanie poszukiwania wartości średniej t_{sr} pewnej zmiennej losowej. Konstruuje się ciąg $\{t_{sr}^{n}\}_{n=1,2,...}$ średnich arytmetycznych wyników uzyskanych w n eksperymentach symulacyjnych, który jest zbieżny według prawdopodobieństwa do szukanej wartości t_{sr}, czyli

dla każdego $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|t_{sr} - t_{sr}^{n}\right| < \varepsilon\right) = 1 \tag{6}$$

Ponieważ wartość t_{sr} nie jest znana, to w obliczeniach komputerowych bada się wartość $\left|t_{sr}^{n} - t_{sr}^{n-1}\right|$; a prawdopodobieństwo zastępuje się częstością występowania zdarzenia, przy dużej liczbie eksperymentów n. Przyjmijmy ε = 0.01. Definicja (6) wobec tego oznacza, że na 100 statystycznych wartości co najwyżej jedna t_{sr}^{n} może nie spełniać warunku:
$\left|t_{sr} - t_{sr}^{n}\right| < \varepsilon$. Rysunek 4 podaje graficzną interpretację pojęcia zbieżności według prawdopodobieństwa, przyjęto liczbę eksperymentów n = 20, $t_{sr}^{n} = 10$, ε = 0,2.



Rys.4. Graficzne przedstawienie zbieżności według prawdopodobieństwa

Niezbędną liczbę eksperymentów określa się w zależności od wartości dopuszczalnego rozrzutu wyników (w przykładzie rozrzut wynosi 0,4) i prawdopodobieństwa, z jakim wyniki mają się w nim mieścić (w przykładzie: 1 - ε, na rysunku 4 jest to 19/20).

4. PLANOWANIE PRAC TRANSPORTOWYCH W WARUNKACH LOSOWYCH Z ZASTOSOWANIE METOD SYMULACJI STATYCZNEJ

Przykład 3. Planowanie transportu, załadunku i wyładunku.

Z magazynu przedsiębiorstwa robót elewacyjnych przewożone są na budowę drewniane pomosty do rusztowań ramowych. Należy wyznaczyć metodą symulacji cyfrowej średni, maksymalny i minimalny czas transportu na budowę partii 20 pomostów. Transport polega na załadunku pomostów na środek transportu, przewozie z magazynu na budowę i rozładunku na placu budowy. Doświadczalnie wyznaczono rozkłady prawdopodobieństw:

zmiennej losowej Z, o wartościach z, opisującej czas załadunku [minuty]:

z	6	7	8	9
p(z)	0.2	0.3	0.3	0.2

zmiennej losowej R o wartościach r, opisującej czas rozładunku [minuty]:

r	4	5	6
p(r)	0.4	0.3	0.3

Przyjęto, że rozkład zmiennej losowej T, o wartościach t, opisującej czas przewiezienia [minuty] jest rozkładem normalnym N(30, 2,5) o wartości średniej 30 i odchyleniu standardowym 2,5.

Eksperyment symulacyjny polega na imitacji w aspekcie czasu procesu transportu elementów C. Model symulacyjny, w formie schematu blokowego, przedstawia rys.5.

Sposób generowania wartości z, r według danych, dyskretnych rozkładów, przedstawiono w tablicach 3, 4. Ze względów dydaktycznych przyjęto ziarnistość 0,1.

Tab. 3. Sposób losowania wartości z

Wylosowana liczba	Wartość z
0,0 lub 0,1	6
0,2 lub 0,3 lub 0,4	7
0,5 lub 0,6 lub 0,7	8
0,8 lub 0,9	9

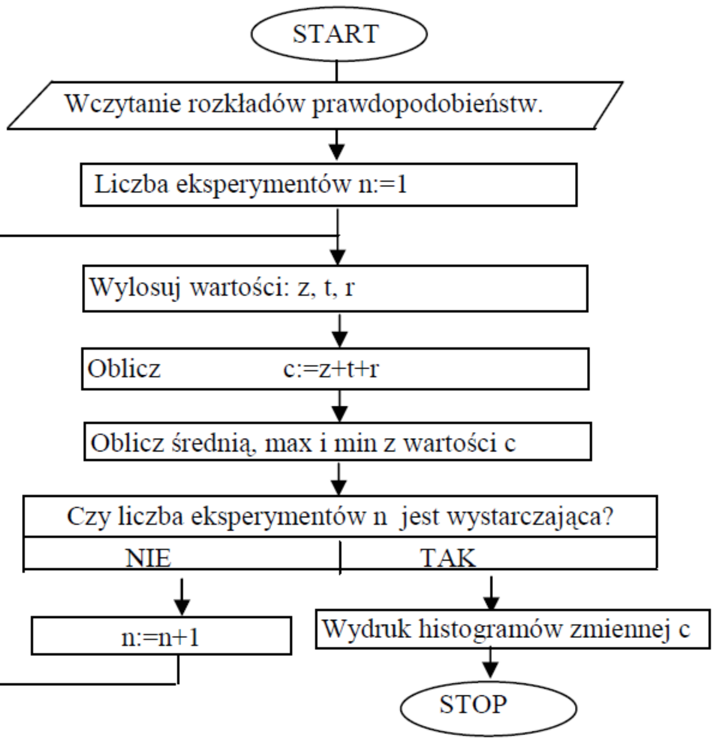
Tab. 4. Sposób losowania wartości r

Wylosowana liczba	Wartość r
0,0 lub 0,1 lub 0,2 lub 0,3	4
0,4 lub 0,5 lub 0,6	5
0,7 lub 0,8 lub 0,9	6

Wyniki czterech eksperymentów symulacyjnych podano w tablicy 5.

Tab. 5. Wyniki czterech eksperymentów symulacyjnych dla przykładu 2

numer n	liczba losowa	z	t	r	c	c_{min}	c_{max}	c_{sr}
1	0,3	7			39	39	39	39
	0,1		27					
	0,4			5				
2	0,1	6			42	39	42	40,5
	0,5		30					
	0,9			6				
3	0,2	7			43	39	43	41,3
	0,6		31					
	0,5			5				
4	0,3	7			42	39	43	41,5
	0,5		30					
	0,8			6				



Rys. 5. Schemat blokowy modelu symulacji

5. PLANOWANIE PRAC TRANSPORTOWYCH W WARUNKACH LOSOWYCH Z ZASTOSOWANIE METOD SYMULACJI DYNAMICZNEJ

5.1 Idea symulacji dynamicznej

Przyjmijmy, że rzeczywisty system jest wycinkiem istniejącego układu stanowiącym pewną logiczną, zamkniętą całość. Utworzenie modelu symulacyjnego polega na:

- wyodrębnieniu elementów, konkretnych lub abstrakcyjnych, i przypisaniu im mierzalnych atrybutów, których zmienność w czasie będzie przedmiotem badań,
- sformalizowaniu zasad rządzących zmianami wartości atrybutów w kolejnych chwilach czasu, czyli określenie tzw. mechanizmu sterującego.

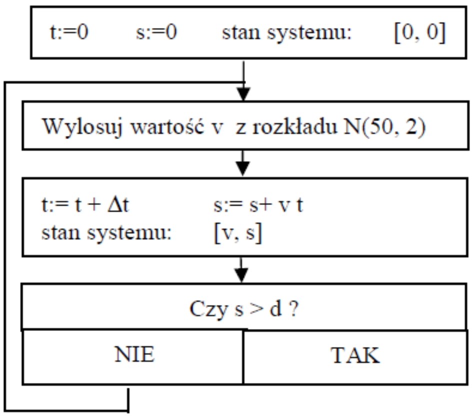
Elementy tworzą materię modelu symulacyjnego. Dla ustalonej wartości czasu t elementom przypisane są wartości liczbowe atrybutów – takie statyczne ujęcie, porównywalne do klatki animowanego filmu, jest stanem systemu w chwili t.

Zdarzenie jest przejściem między kolejnymi stanami systemu. Istotą symulacji dynamicznej jest imitowanie zmian zachodzących w rzeczywistym układzie w zależności od czasu. Symulacja jest ze stałym krokiem - jeśli stany systemu są generowane w równych odstępach czasu Δt, lub ze zmiennym krokiem – gdy stany sytemu są generowane wyłącznie dla tych wartości czasu t, w których ulega zmianie co najmniej jedna wartość któregoś atrybutu elementu systemu.

5.2 Przykład: symulacja ze stałym krokiem, przejazd samochodu na danej trasie

Przykład 4. Symulacja przejazdu samochodu na danej trasie

Samochód pokonuje trasę długości d [km] z prędkością v [km/h]. W obliczeniach prędkość jest zmienną losową o rozkładzie normalnym N(50, 2); przyjęto $\Delta t = 1$ [min]. Stan systemu jest opisany wartościami liczbowymi prędkości i odległości od startu. Zasadniczą część obliczeń podano na rys. 6, a przykładowe wyniki w tablicy 6.



Rys. 6. Schemat blokowy obliczeń, przykład 4

Tab.6. Wyniki sześciu eksperymentów symulacyjnych dla przykładu 4

t [min]	liczba losowa	v [km/h]	s [km]
1	0,31	49,00	0,817
2	0,41	49,54	1,642
3	0,59	50,46	2,483
4	0,26	48,71	3,295
5	0,53	50,15	4,131
6	0,36	49,28	4,952

5.3 Przykład: symulacja ze zmiennym krokiem, wahadłowy transport

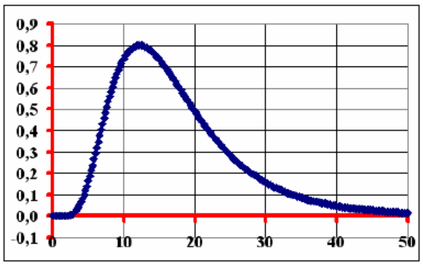
Komputerową symulację dynamiczną stosuje się w przypadku rozbudowanych systemów, na których działanie ma wiele czynników losowych i gdy zależność zmian w systemie od czasu jest istotna.

Przykład 5. Symulacja przejazdu w systemie wahadłowym

Prefabrykaty w liczbie M są przewożone z wytwórni W na budowę drogi B (tablica 7).

Tab. 7. Dane do przykładu 5

	Zmienna losowa	Rozkład zmiennej losowej
czas załadunku samochodu	Z	{(6, 0,2), (7, 0,8)}
czas przejazdu trasą W→B z ładunkiem	S	log-normalny (rys.6)
czas rozładunku samochodu	R	{(4, 0,1), (5, 0,8), (6, 0,1)}
czas przejazdu trasą B→W z ładunkiem	V	normalny N(12, 2)



Eksperyment symulacyjny jest komputerową imitacją cyklu transportu. Stany systemu są wyznaczane wyłącznie wtedy, gdy samochód znajduje się w punktach krańcowych trasy i rozpoczyna lub kończy się załadunek lub wyładunek

Rys. 7 Przykładowy rozkład logarytmiczno-normalny

Jedynym elementem modelu symulacyjnego jest środek transportu, któremu przypisuje się dwa atrybuty: g, x,

gdzie

g - zmienna przyjmująca jedną z dwóch wartości „W” lub „B”,
określenie aktualnego położenia samochodu na trasie W→B→W

x – liczba jednostek ładunku, liczba z <0, L>, L – ładowność samochodu.

W symulacji dynamicznej ze zmiennym krokiem wprowadza się pojęcie kalendarza zdarzeń; jest to tworzona w czasie obliczeń tablica wartości czasu t, w których generowane są stany systemu. Początkowo t=0, stan systemu: [„W”, 0], niech ładowność L=12. Przykładowy wynik jednego eksperymentu przedstawiono w tablicy 8.

Tab.8. Przykładowy wynik jednego eksperymentu

losowanie		wartość czasu t	stan systemu	objaśnienia
z	7	7	[„W”,12]	koniec załadunku w wytwórni
s	20	27	[„B”, 12]	początek rozładunku na budowie
r	5	32	[„B”, 0]	koniec rozładunku na budowie
v	16	48	[„W”, 0]	początek załadunku w wytwórni

6. PODSUMOWANIE

W referacie umieszczono skrótowo fragmenty materiałów z wykładów i ćwiczeń prowadzonych dla studentów budownictwa dotyczące planowania transportu na placu budowy. Rozwiązanie konkretnych przykładów liczbowych ma wskazać na celowość wykorzystania nowoczesnych technik obliczeniowych w procesie podejmowania decyzji, w tym przypadku, dotyczących prac związanych z transportem na placu budowy.

7. BIBLIOGRAFIA

[1] Sysło M., *Algorytmy optymalizacji dyskretnej*, Warszawa, PWN 1995.
[2] Szapiro T., *Decyzje menedżerskie z Excelem*, Warszawa, PWE 2000.
[3] Lenkiewicz W., Podstawy organizacji i zarządzania w budownictwie, Warszawa, ARKADY 1985.