Marek MAGIERA*

DWUPOZIOMOWA METODA HARMONOGRAMOWANIA PRZEPŁYWU PRODUKTÓW PRZEZ SIECI DOSTAW

Streszczenie

Opisano hierarchiczną metodę wspomagania zarządzania siecią dostaw. Do ogniw tej sieci należą producenci części składowych, jak i również odbiorcy półproduktów – producenci złożonych wyrobów. Dla tak skonfigurowanej sieci opracowano dwupoziomową metodę budowy harmonogramów dostaw części składowych (półproduktów) do producentów złożonych wyrobów. Na pierwszym poziomie metody budowane są wstępne harmonogramy produkcji dla zakładów produkujących złożone wyroby. Znajomość zapotrzebowania w określonym na poszczególne części składowe wykorzystywana jest na drugim poziomie metody. Wyznaczany jest tu harmonogram dostaw części składowych do producentów złożonych wyrobów. Minimalizowane są koszty przepływu produktów – optymalizacja ma miejsce w skali całej sieci dostaw. Dla metody zbudowano liniowe modele matematyczne zadań programowania całkowitoliczbowego.

Słowa kluczowe: łańcuchy dostaw, sieci dostaw, sieci logistyczne, planowanie produkcji, szeregowanie zadań, programowanie całkowitoliczbowe, elastyczne systemy produkcyjne

1. WPROWADZENIE

Termin „łańcuch dostaw" jest coraz częściej ustępuje pojęciu „sieć dostaw". Wynika to z istniejących relacji pomiędzy przedsiębiorstwami, pomiędzy którymi przepływy przeważnie nie mają liniowego charakteru. Przepływy te mają miejsce pomiędzy wieloma zależnymi producentami i odbiorcami, którzy przynależą do różnych łańcuchów dostaw [1].

Sieci dostaw obejmują nie tylko przepływy towarów i towarzyszących im informacji, ale również strumienie pieniężne. Pojęcie sieci dostaw jest oczywiście szerszym pojęciem od terminu łańcuch dostaw. Łańcuchy dostaw, charakteryzujące się centralną koordynacją przepływów, stanowią szczególny przypadek sieci dostaw [11].

Sieci dostaw mogą mieć różne układy hierarchiczne oraz rodzaje więzi pomiędzy ich uczestnikami, zwanymi wg teorii sieci ogniwami. H.Ch. Pohl [6] wyróżnia następujące rodzaje sieci produkcji:

- strategiczna sieć zintegrowana – stabilny układ kierowany przez centralnie usytuowane przedsiębiorstwo produkcyjne lub handlowe;
- przedsiębiorstwo wirtualne – wykorzystuje ono techniki informatyczne do realizacji transakcji incydentalnej;
- zintegrowana sieć operacyjna – stosuje zintegrowany system informacyjny, pozwalający na korzystanie z wolnych mocy produkcyjnych i usług logistycznych partnerów – poszczególnych ogniw sieci;
- regionalna sieć zintegrowana – oparta na cyklicznej współpracy wielu małych firm zlokalizowanych w danym regionie w zależności od pojawiających się rodzajów zamówień i ich wielkości.

Klasyfikując sieci natomiast na płaszczyźnie konfiguracji organizacyjnej, można wyróżnić sieci: policentryczne, hierarchiczne [9]. Wśród sieci policentrycznych wyodrębnia się: sieci lokalne oparte na kontaktach, sieci dostaw oparte na więziach technicznych, sieci

* Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania

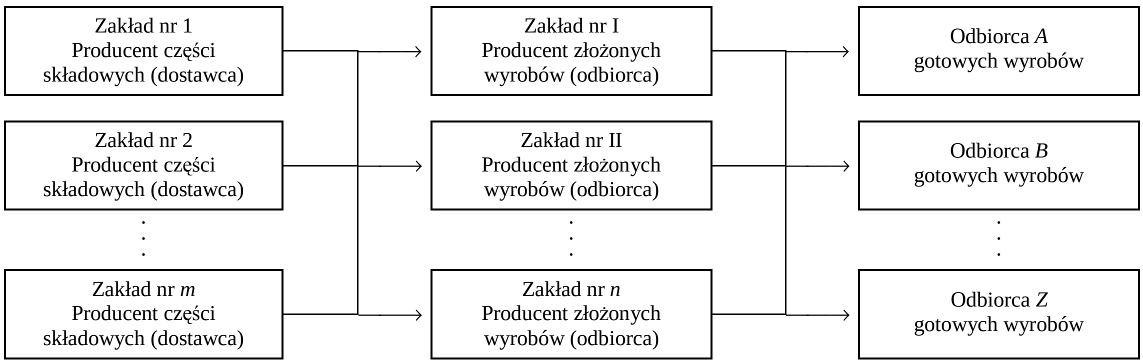
dostaw oparte na udziałach kapitałowych, sieci wirtualne oparte na więziach informacyjnych. Hierarchiczne sieci dostaw charakteryzują się natomiast centralną koordynacją. Koordynatorami przepływu produktów i informacji w praktyce są: przedsiębiorstwa produkcyjne, handlowe, logistyczne, a także firmy brokerskie, pełniące rolę pośredników.

Niezależnie od tego, jakie są rodzaje więzi pomiędzy uczestnikami sieci o określonej kulturze organizacyjnej, dla każdej sieci przyjmuje się określoną koncepcję zarządzania stosunkami pomiędzy dostawcami, odbiorcami w celu dostarczenia do klienta najwyższej wartości usługi po najniższych kosztach całej sieci. Tak rozumiane zarządzanie siecią dostaw obejmuje zintegrowane procesy planowania, zaopatrzenia, transportu, a także zwrotów.

Niniejsza praca dotyczy opisanej problematyki. Zawiera ona opis opracowanego narzędzia matematycznego, wspomagającego zarządzanie siecią dostaw. Służy ono koordynacji przepływu produktów pomiędzy poszczególnymi przedsiębiorstwami – ogniwami sieci. Przy zastosowaniu tej metody budowane są harmonogramy przepływu produktów dla wszystkich wyszczególnionych w tym rozdziale sieci produkcji. Harmonogramy te dopasowane są do wolnych mocy produkcyjnych poszczególnych przedsiębiorstw, jak i również do rodzajów i wielkości zamówień.

2. OGÓLNY OPIS METODY

Sieciową konfigurację łańcucha dostaw, dla którego opracowano metodę zilustrowano na rys. 1. Rozmieszczone są tam trzy rodzaje ogniw: dostawcy – producenci części składowych i podzespołów, producenci złożonych wyrobów oraz odbiorcy złożonych wyrobów.

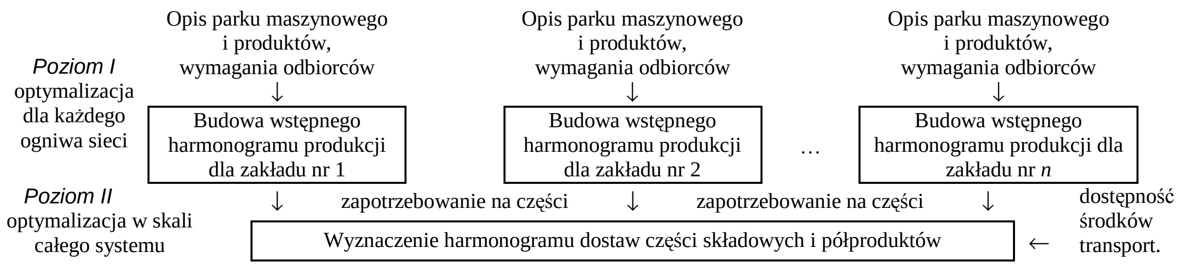


Rys. 1. Konfiguracja łańcucha dostaw o charakterze sieciowym

Dla tak skonfigurowanej sieci opracowana została metoda budowy harmonogramu przepływu produktów pomiędzy producentami części składowych a odbiorcami złożonych wyrobów, uwzględniająca warunki odbiorców gotowych wyrobów (terminy zleceń na wykonanie poszczególnych partii). Schemat tej dwupoziomowej metody zamieszczono na rys. 2.

Na pierwszym poziomie metody budowane są wstępne harmonogramy produkcji dla każdego producenta złożonych wyrobów. Uwzględniają one czasowe oraz ilościowe wymagania odbiorców. Wyznaczane jest zapotrzebowanie na części składowe w określonych terminach. Harmonogramy dopasowane są oczywiście do konfiguracji parku maszynowego oraz do rodzajów przepływów pomiędzy maszynami. Warunki produkcji znalazły odzwierciedlenie w liniowych modelach matematycznych skonstruowanych do wyznaczania tych harmonogramów. Dla każdego zakładu rozwiązywane jest odrębnie zadanie programowania całkowitoliczbowego. Minimalizowana jest suma kosztów ponoszonych w związku z nieterminowym wykonaniem produktów. Uwzględniane są więc interesy poszczególnych firm. Przedstawione w niniejszej pracy modele, opracowane przez autora artykułu, umożliwiają budowę harmonogramów produkcji dla wielostadialnych linii produkcyjnych z buforami międzyoperacyjnymi o ograniczonych pojemnościach. W przypadku innej konfiguracji systemu produkcyjnego należy zastosować odpowiednie modele – np. dla systemu z blokowaniem maszyn można wykorzystać modele opisane w pracy [4] lub odpowiednio zmodyfikować przedstawione w kolejnym rozdziale zależności matematyczne.

Drugi poziom metody służy do budowy harmonogramu dostaw części składowych i półproduktów do producentów złożonych wyrobów. W celu rozwiązania tego problemu zbudowany został liniowy model matematyczny. Minimalizowane są koszty obsługi całej sieci.



Rys. 2. Schemat blokowy metody

3. MATEMATYCZNY OPIS METODY

POZIOM I

Model matematyczny, zbudowany dla poziomu I metody, umożliwia wstępny rozdział operacji w czasie i w przestrzeni – pomiędzy maszyny pracujące równolegle, skonfigurowane w stadiach produkcyjnych. Produkt przepływający przez system obciąża co najwyżej jedną maszynę danego stadium. Niektóre stadia mogą być pominięte przez przepływający produkt. Zależności matematyczne, zbudowane dla modelu, uwzględniają dwa rodzaje przepływów: jednokierunkowy oraz z możliwością powrotów. Oznaczenia indeksów, parametrów i zmiennych przyjętych dla poziomu I metody zestawione zostały w tablicy 1.

Tablica 1. Zestawienie indeksów i parametrów wejściowych dla poziomu I metody

Indeksy:			k	-	produkt; $k \in K = \{1,...,W\}$;
i	-	maszyna; $i \in I = \{1,...,M\}$;	l	-	przedział czasowy; $l \in L = \{1,...,H\}$;
j	-	operacja; $j \in J = \{1,...,N\}$;	v	-	stadium; $v \in V = \{1,...,\vartheta\}$;

Parametry wejściowe:		
a_v	-	pojemność bufora międzyoperacyjnego, umieszczonego przed stadium v;
b_i	-	maksymalna liczba podajników, jakie można ustawić przy maszynie i;
c_{1k}	-	koszt ponoszony w ciągu jednej jednostki czasu (jeden przedział czasowy), wynikający z przyspieszenia wykonania operacji dla produktu k;
c_{2k}	-	koszt ponoszony w ciągu jednej jednostki czasu (jeden przedział czasowy), wynikający z opóźnienia wykonania operacji dla produktu k;
c_{3k}	-	jednostkowa kara za przekroczenie najpóźniejszego terminu wykonywania operacji dla produktu k.
$f_{k\psi}$	-	czas przezbrojenia w związku ze zmianą asotymentu produkcji – z produktu k na ψ;
$g_{\varepsilon v}$	-	czas transportu produktu pomiędzy maszynami należącymi do stadiów: ε, v;
p_{jk}	-	czas wykonywania operacji j dla produktu k;
r_k	-	moment gotowości systemu dla wykonywnia operacji dla produktu k;
s_k	-	termin wykonania zlecenia - zakończenia wykonywania wszystkich operacji dla produktu k;
u_k	-	najpóźniejszy termin zakończenia wykonywania wszystkich operacji dla produktu k, po przekroczeniu którego naliczana jest jednostkowa kara;
α	-	dowolna liczba całkowita, większa od szacowanej długości uszeregowania;

ρ_k	-	typ *k* – tego produktu;
μ_{il}	=	1, jeżeli maszyna *i* jest dostępna w przedziale czasowym *l*, inaczej μ_{il} = 0;
η_{ij}	=	1, jeżeli maszyna *i* jest zdolna do wykonywania operacji typu *j*, inaczej $\eta_{ij} = 0$;
J_c	-	zbiór operacji wymagających użycia podajnika części $J_c \subset J$;
J_k	-	zbiór operacji wykonywanych dla produktu *k*, $J_k \subset J$;
D	-	zbiór uporządkowanych par (i,v), takich, że maszyna *i* należy do stadium *v*;
P_1	-	zbiór par (k,j), gdzie $k \in K, j \in J_k$ i k jest pierwszą operacją dla produktu *k;*
P_2	-	zbiór par (k,j), gdzie $k \in K, j \in J_k$ i j jest ostatnią operacją dla produktu *k*;
R_k	-	zbiór par (j,r), gdzie $j,r \in J_k$ - kolejno wykonywanych operacji dla produktu *k*.

Zmienne:

d_k - czas przyspieszenia w wykonaniu produktu *k*;

e_k - czas opóźnienia w wykonaniu produktu *k*;

w_k - moment wykonania produktu *k*;

$v_k = 1$, jeżeli został przekroczony najpóźniejszy termin wykonania produktu *k*, inaczej $v_k = 0$;

$y_{klv} = 1$, jeżeli bufor międzyoperacyjny znajdujący się przed stadium *v* jest obciążony przez produkt *k* w przedziale czasowym *l*, inaczej $y_{klv} = 0$;

$z_{ijkl} = 1$, jeżeli na maszynie *i* wykonywana jest operacja typu *j* dla produktu *k* przedziale czasowym *l*, inaczej $z_{ijkl} = 0$.

Każdy produkt przepływający przez system ma przypisany indeks *k*. Produkty identyczne mają taką samą wartość parametru ρ_k. Wprowadzenie tego parametru wykorzystane zostało w planowaniu przezbrojeń maszyn. Wśród wyróżnionych w tablicy 1 indeksów znajduje się indeks jednostkowego przedziału czasowego *l*. Wyodrębnienie tych okresów ułatwia wzięcie pod uwagę planowanych przestojów maszyn (remonty, przezbrojenia, konserwacje), a także szeregowanie operacji transportowych na poziomie II metody – uwzględniające dostępność środków transportowych w poszczególnych okresach. Liczba przedziałów czasowych *H*, zależna od szacowanej długości uszeregowania, wyznaczona została wg procedury opracowanej przez autora artykułu, szczegółowo opisane w pracy [4].

Dla każdego producenta złożonych wyrobów rozwiązywane jest odrębnie zadanie sformułowane w poniższym modelu matematycznym:

• zależności matematyczne zarówno dla przepływu jednokierunkowego, jak i powrotnego [3]:

Zminimalizować:
$$\sum_{k \in K} \left(d_k c_{1k} + e_k c_{2k} + v_k c_{3k} \right); \tag{1}$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{i \in I: \eta_{ij}=1} \sum_{l \in L} z_{ijkl} = p_{jk}; \quad j \in J_k; \; k \in K; \tag{2}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k : \eta_{ij}=1} z_{ijkl} \le \mu_{il}; \quad i \in I; \; l \in L; \tag{3}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_k : \eta_{ij}=1} z_{ijkl} \le 1; \quad k \in K; \; l \in L; \tag{4}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} \sum_{l \in L} \frac{z_{ijkl}}{p_{jk}} \le b_i; \quad i \in I; \tag{5}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_k} \sum_{l \in L} \frac{l \cdot z_{ijkl}}{p_{jk}} - \frac{p_{jk} - 1}{2} \ge r_k; \quad k \in K; \tag{6}$$

$$z_{ijkl} + z_{\tau rkf} \le 1; \quad (i,v),(\tau,v) \in D : \tau \ne i; \; j,r \in J : j \ne r; \; k \in K; \; l,f \in L; \tag{7}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{l\in L}\frac{l\cdot z_{ijkl}}{p_{jk}}-\sum_{i\in I}\sum_{l\in L}\frac{l\cdot z_{irkl}}{p_{rk}}-\frac{p_{jk}+p_{rk}}{2}\geq 0\,;\quad (r,j)\in R_k;\ k\in K \tag{8}$$

$$l\sum_{i\in I}z_{ijkl}-f\cdot\sum_{i\in I}z_{ijkf}\leq p_{jk}-1+\left(1-\sum_{i\in I}z_{ijkf}\right)\alpha\,;\quad j\in J;\,k\in K;\ l,f\in L:l<f\,,\,p_{jk}>1 \tag{9}$$

$$lz_{ijkl}-fz_{irkf}\leq p_{jk}+p_{rk}-1+\alpha(1-z_{ijkl})+\alpha(1-z_{\tau rkf})\,;\quad i\in I;\ k\in K;\ l,f\in L:\ f<l \tag{10}$$

$$lz_{ijkl}-fz_{\tau rkf}-1\geq g_{\varepsilon v}+\alpha(1-z_{ijkl})\,;\,(i,v),(\tau,\varepsilon)\in D;\,(r,j)\in R_k;\,k\in K;\,l,f\in L:\ f<l \tag{11}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{l\in L}l\cdot\left(\frac{z_{ir\psi l}}{p_{rk}}-\frac{z_{ijkl}}{p_{jk}}\right)-\frac{p_{jk}+p_{rk}}{2}+1\geq f_{\psi k}\,;\quad (k,j)\in P_1;\ (\psi,r)\in P_2:\rho_k\neq\rho_\psi \tag{12}$$

$$w_k=\frac{\sum_{i\in J}\sum_{l\in L}l\cdot z_{ijkl}}{p_{jk}}+\frac{p_{jk}-1}{2};\quad (k,j)\in P_2 \tag{13}$$

$$e_k\geq w_k-s_k;\ d_k\geq s_k-w_k;\ w_k-u_k\leq\alpha\cdot v_k;\quad k\in K \tag{14}$$

- tylko dla systemu jednokierunkowego:

$$i\cdot z_{ijkl}\geq\tau\cdot z_{\tau rkf}-\alpha\cdot(1-z_{ijkl});\quad i,\tau\in I;\ (r,j)\in R_k;\ k\in K;\ l,f\in L; \tag{15}$$

- ograniczenia związane z wykorzystaniem buforów międzyoperacyjnych:

$$\sum_{l\in L}\frac{lz_{ijkl}}{p_{jk}}-\frac{p_{jk}+p_{rk}}{2}-\sum_{l\in L}\frac{lz_{\tau rkl}}{p_{rk}}-g_{v\varepsilon}=\sum_{l\in L}y_{klv}\,;$$
$$(i,v),(\tau,\varepsilon)\in D:v>\varepsilon;\,(r,j)\in R_k:\,p_{jk},p_{rk}>0;\,k\in K; \tag{16}$$

$$l\cdot y_{klv}\geq\sum_{f\in L}\frac{f\cdot z_{\tau rfk}}{p_{rk}}+\frac{p_{rk}+1}{2}+g_{\varepsilon v}-\alpha(1-y_{klv});$$
$$(\tau,\varepsilon)\in D;\,v\in V:\varepsilon<v;\,(r,j)\in R_k;\,k\in K;\,l\in L; \tag{17}$$

$$l\cdot y_{klv}\leq\sum_{f\in L}\frac{f\cdot z_{ijkf}}{p_{jk}}+\frac{1-p_{jk}}{2}+\alpha\cdot(1-y_{klv});$$
$$(i,v)\in D;\ \varepsilon\in V:\varepsilon<v;\,(r,j)\in R_k;\,k\in K;\,l\in L; \tag{18}$$

$$\sum_{k\in K}y_{klv}\leq a_v;\quad l\in L;\ v\in V\setminus\{1\}; \tag{19}$$

$$v_k,y_{klv},z_{ijkl}\in\{0,1\},\ d_k,e_k\geq 0;\quad i\in I;\ j\in J;\ k\in K;\ l\in L; \tag{20}$$

Minimalizowana suma (1) przedstawia koszty ponoszone w związku z nieterminowym wykonaniem operacji, na które składają się: koszty związane z przyspieszeniem wykonania produktów (np. koszty magazynowania), wynikające z opóźnienia w wykonaniu produktów, kary umowne za przekroczenie najpóźniejszego dopuszczalnego terminu wykonania produktów. Kolejne zależności matematyczne zapewniają: (2) – rozdział operacji pomiędzy te maszyny, które mają zdolność do ich wykonania; (3) – wykonywanie na maszynie co najwyżej jednej operacji w danej chwili; (4) – wykonywanie w danym momencie co najwyżej jednej operacji dla danego produktu; (5) – umieszczenie przy każdej z maszyn dopuszczalnej liczby podajników części składowych; (6) – wprowadzenie produktu do systemu w okresie, gdy system jest na to przygotowany; (7) – obciążenie co najwyżej jednej maszyny stadium przez przepływający produkt; (8) – zachowanie danej sekwencji wykonywania operacji (uwzględnienie ograniczeń technologicznych); (9) – niepodzielność wykonywania operacji w czasie i w przestrzeni; (10) – kolejne, bezpośrednie wykonywanie operacji na tej samej maszynie, przypisanych danemu produktowi – operacje te nie są rozdzielone operacjami przyporządkowanymi innym produktom; (11) – czas na transport produktu pomiędzy stadiami; (12) – czas na przezbrojenie maszyn (uwzględnienie tego ograniczenia przyczynia się do grupowania produktów w partie); (13) – wyznaczenie czasu opuszczenia systemu przez poszczególne produkty; (14) – wyznaczenie opóźnienia, przyspieszenia w wykonaniu produktów oraz przyznanie kar za przekroczenie najpóźniejszych terminów wykonania zlecenia.

Zależność (15), uwzględniana tylko dla systemów jednokierunkowych, uniemożliwia powrót do stadiów wcześniej odwiedzanych.

Ostatnia grupa ograniczeń dotyczy wykorzystania buforów międzyoperacyjnych. Zależności te służą do: (16) – wyznaczenia czasu obciążeń przez poszczególne produkty; (17), (18) – określenia przedziałów czasowych, w których dane produkty przebywają w odpowiednich buforach; (19) – uwzględnienia ograniczonej pojemności buforów. Typy zmiennych zostały zdefiniowane w równaniach (20). W większości są to zmienne binarne, odwierciedlające podejmowane decyzje.

W przypadku, gdy przez system przepływają produkty, dla których nie jest wymagane przezbrojenie maszyn, ograniczenie (12) należy pominąć.

Szczegółowy harmonogram produkcji dla każdego producenta może być zbudowany dopiero po rozwiązaniu zadania opisanego na poziomie II. Przedstawione zadanie rozwiązuje się w tym celu ponownie, z uaktualnionymi wartościami parametru r_k, wyrażającego gotowość systemu do wykonania operacji dla poszczególnych produktów.

POZIOM II

Rozwiązania problemów przypisanych poziomowi I metody (oddzielnie dla każdego producenta złożonych wyrobów, stanowią dane wejściowe dla zadania rozwiązywanego na poziomie II. Budowany harmonogram przepływu produktów pomiędzy producentami części składowych a wytwórcami złożonych wyrobów uwzględnia zapotrzebowanie na części składowe w poszczególnych ogniwach sieci – wymagania ilościowe oraz czasowe - czyli rozwiązania zadań uzyskane na poziomie II. Indeksy, parametry oraz zmienne wykorzystane w zbudowanym dla poziomu II liniowym modelu matematycznym zestawione zostały w tablicy 2.

Tablica 2. Zestawienie indeksów i parametrów wejściowych dla poziomu II metody

Indeksy:		
i – producent części składowych; $i \in I = \{1,\ldots,M\}$;		k – część składowa; $k \in K = \{1,\ldots,W\}$;
j – producent złożonych wyrobów; $j \in J = \{1,\ldots,N\}$;		l – okres (jednostkowy); $l \in L = \{1,\ldots,H\}$;
Parametry wejściowe:		
a_{ijk}	-	min. liczba części k, sprzedawanych przez dostawcę i odbiorcy j, upoważniająca do upustu;
b_{ijk}	-	kwota upustu danego odbiorcy j przez dostawcę i w związku z jednorazową sprzedażą części k w liczbie wynoszącej co najmniej a_{ijk}
c_{ik}	-	cena części składowej k sprzedawanej przez producenta i (bez uwzględnienia rabatu);
d_{ijl}	-	cena usługi transportowej pomiędzy zakładami producentów: i, j wykonywanej w okresie l;
e_{jk}	-	kara za każdy dzień opóźnienia w dostawie części składowej k do producenta j;
f_{jk}	-	koszt magazynowania w okresie jednostkowym 1 sztuki części k w zakładzie producenta j;
p_{jkl}	-	wielkość zapotrzebowania producenta j na część k w okresie l;
s_{ikl}	-	podaż producenta i, dotycząca części k w okresie l;
v_k	-	przestrzeń zajmowana przez produkt k w czasie jego transportu (z opakowaniem);
$\upsilon_{\min l}$	-	minimalna obbjętość przemieszczanych produktów środkiem transportu dysponowanym w okresie l;
$\upsilon_{\max l}$	-	pojemność samochodu dostawczego, dysponowanego w okresie l;

ω_l	-	minimalna wartość części składowych, jakie w okresie *l* można przetransportować;
A	-	zbiór par (*j*, *k*), gdzie część składowa *k* jest wykorzystywana w produkcji w zakładzie *j*;
K	-	zbiór par (*i*, *k*), gdzie część składowa *k* jest produkowana w zakładzie producenta *i*;
P	-	zbiór trójek (*i*, *k*, *l*), gdzie producent *i* ma dostępne do transportu części *k* w okresie *l*;
R	-	zbiór trójek (*j*, *k*, *l*), gdzie producent (odbiorca) *j* ma zapotrzebowanie na części *k* w okresie *l*;
T	-	zbiór trójek (*i*, *j*, *l*), określający okresy *l*, w których możliwy jest transport od producenta (dostawcy) *i* do producenta (odbiorcy) *j*;
U	-	zbiór trójek (*i*, *j*, *k*), gdzie producent *i* dostarczający części składowe *k* do odbiorcy *j* stosuje upusty, związane z zamówieniem odpowiedniej liczby części *k*.

Zmienne:

x_{ijkl} - liczba sztuk części *k* transportowanych w okresie *l* pomiędzy zakładami producentów: *i*, *j*;

y_{ijk} = 1, jeżeli zamawiana dla jednego transportu liczba części *k*, mającego miejsce pomiędzy zakładami producentów *i*, *j* wynosi co najmniej a_{ijk}, inaczej $y_{ijk} = 0$;

z_{ijl} = 1, jeżeli w okresie *l* odbywa się transport pomiędzy zakładami producentów: *i*, *j*.

g_{jkl} - liczba części składowych *k* będących w nadmiarze w zakładzie producenta *j* w okresie *l*;

q_{jkl} - liczba brakujących sztuk części składowych *k* w zakładzie producenta *j* w okresie *l*;

Oto model matematyczny, uwzględniający dostępność środków transportowych:
Zminimalizować:

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{l\in L} c_{ik}x_{ijkl} - \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} b_{ijk}y_{ijk} + \sum_{(i,j,l)\in T} d_{ijl}z_{ijl} + \sum_{(j,k)\in A}\sum_{l\in L}\left(e_{jk}q_{jkl} + f_{jk}g_{jkl}\right); \tag{21}$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{l\in L:(j,k,l)\in R} x_{ijkl} \geq a_{ijk}y_{ijk};\ (i,j,k)\in U; \tag{22}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{l\in L:(i,j,l)\in T} x_{ijkl} = \sum_{l\in L:(j,k,l)\in R} p_{jkl};\ j\in J; k\in K; \tag{23}$$

$$\sum_{\tau\in L:\tau\leq l\wedge(j,k,\tau)\in R} p_{jk\tau} - \sum_{\tau\in l:\tau\leq l}\sum_{i\in I} x_{ijk\tau} \leq q_{jkl};\ j\in J; k\in K; l\in L; \tag{24}$$

$$\sum_{\tau\in L:\tau\leq l}\sum_{i\in I} x_{ijk\tau} - \sum_{\tau\in l:\tau\leq l\wedge(j,k,\tau)\in R} p_{jk\tau} \leq g_{jkl};\ j\in J; k\in K; l\in L; \tag{25}$$

$$\sum_{k\in K} x_{ijkl} = 0;\ (i,j,l)\notin T; \tag{26}$$

$$\sum_{k\in K:(i,k,l)\in P} v_k x_{ijkl} \leq \upsilon_{\max l};\ (i,j,l)\in T; \tag{27}$$

$$\sum_{k\in K} x_{ijkl} \leq \alpha\cdot z_{ijl};\ (i,j,l)\in T; \tag{28}$$

$$\sum_{j\in J:(i,j,l)\in T} x_{ijkl} \leq \sum_{\tau\in L:\tau\leq l\wedge(i,k,\tau)\in P} s_{ik\tau};\ i\in I; k\in K; l\in L; \tag{29}$$

$$x_{ijkl}, z_{ijl} \in \{0,1\};\ i\in I; j\in J; k\in K; l\in L; \tag{30}$$

Ponadto mogą być uwzględnione dodatkowe warunki, weryfikujące intratność poszczególnych dostaw:

$$\sum_{k\in K:(i,k,l)\in P}\left(c_{ik}x_{ijkl} - b_{ijk}y_{ijk}\right) \geq \omega_l;\ (i,j,l)\in T; \tag{31}$$

$$\sum_{k\in K:(i,k,l)\in P} v_k x_{ijkl} \geq \upsilon_{\min l};\ (i,j,l)\in T; \tag{32}$$

Minimalizowane są koszty obsługi sieci dostaw, reprezentowane w modelu matematycznym przez wyrażenie (21). Do kosztów tych zalicza się: koszty zakupów części składowych przez producentów złożonych wyrobów, uwzględniające rabaty za jednorazowe zakupy określonej liczby sztuk towarów; kary za każdy umowny okres w dostawie części; koszty związane z przedterminowym dostarczeniem półproduktów (koszty magazynowania). Kolejne ograniczenia gwarantują: (22) – uzależnienie ceny od sprzedawanej jednorazowo liczby sztuk; (23) – dostarczenie wymaganej liczby części do każdego producenta złożonych wyrobów; (24) – wyznaczenie niedoborów części składowych w poszczególnych okresach dla zakładów produkujących złożone wyroby; (25) – określenie nadwyżek części składowych u producentów złożonych wyrobów – w kolejnych okresach; (26) – eliminację dostaw części składowych w okresach, w których środki transportu są niedostępne – dla transportów pomiędzy określonymi zakładami; (27) – miejsce na dostarczane części w dysponowanym w danym czasie środku transportu; (28) – wyznaczenie transportów w określonych okresach pomiędzy zakładami; (29) – zakup tylko tych części, które są dostępne w zakładach produkujących je; (30) – binarność zmiennych decyzyjnych.

Ponadto mogą być uwzględnione ograniczenia (31), (32) (lub tylko jedno z nich), dotyczące rentowności poszczególnych transportów. Warunek (31) służy do wyznaczenia minimalnej objętości przewożonych przedmiotów, natomiast zależność (32) – do określenia najmniejszej kwoty, jaką otrzyma producent części składowych po ich dostarczeniu w danym okresie.

Pominięcie warunków (31), (32) wpływa na poprawę terminowości dostaw części składowych, a więc na zmniejszenie kar oraz kosztów magazynowania. Liczba transportów jest wtedy większa – koszty tych czynności transportowych uwzględnione są oczywiście w minimalizowanej sumie (21), reprezentującej interesy całej sieci dostaw, a nie tylko dysponentów środków transportowych.

W celu wyznaczenia wszystkich przepływów w całej sieci należy ponownie przeprowadzić procedurę wyznaczenia przepływów pomiędzy ogniwami sieci (21) – (32) – tym razem pomiędzy producentami złożonych wyrobów, którzy stają się dostawcami, a ostatecznymi klientami.

4. WERYFIKACJA METODY

Do weryfikacji opisanej metody wykorzystane zostały pakiety optymalizacji dyskretnej: [2], [8]. Testowymi przykładami objętych zostało 8 zakładów: 3 producentów części składowych oraz 5 producentów złożonych wyrobów. Eksperymenty pozwoliły dokonać pewnych porównań. Parametry grup zadań testowych oraz wyniki porównań zamieszczono w tablicy 3.

Tablica 3. Zestawienie parametrów grup i średnich wyników eksperymentów w [%]

Parametry grupy testowych zadań								Wskaźniki porównania	
Grupa	M	N	W	R	H	P	T	α	β
1	3	5	12	200	10	4	3	8,2	5,6
2	3	5	16	260	14	6	4	8,1	5,9
3	3	5	20	320	18	8	5	7,9	6,3

Liczby: M – producentów części składowych, N – producentów złożonych wyrobów, W – typów części składowych, R – całkowita liczba części składowych, H – okresów jednostkowych, P – liczba typów produktów, T – liczba środków transportowych.

$\alpha = \left(C_{\max}^{II} - C_{\max}^{I}\right) / C_{\max}^{I}$ - porównanie długości harmonogramów przepływu części składowych, gdzie: $C_{\max}^{I}, C_{\max}^{II}$ - długości uszeregowań dla systemów opisanych zależnościami: (21) – (30), (21) – (32);

$\beta = \left(K^{I} - K^{II}\right) / K^{II}$ - porównanie kosztów obsługi sieci dostaw, wyznaczanych wg (21), gdzie: K^{I}, K^{II} - koszty obsługi łańcucha sieci dla systemów opisanych zależnościami: (21) – (30), (21) – (32).

Każda z testowych grup obejmowała 10 przykładów. Dla każdego przykładu porównano dwa przypadki: system opisany zależnościami (21) – (30) oraz system uwzględniający warunki (21) – (32), a więc rentowność poszczególnych transportów. Porównane zostały długości harmonogramów przepływu części składowych przez system oraz koszty obsługi sieci dostaw. Wyniki eksperymentów wykazały wydłużenie harmonogramów (o około 8% dla danych testowych) w przypadku zastosowania modelu (21) – (32), ograniczającego liczbę transportów. Krótsze długości harmonogramów, wynikające z zastosowania modelu (21) – (30), zostały okupione niewielkim wzrostem kosztów (o około 6%), w odniesieniu do wykorzystania modelu (21) – (32). Na wzrost kosztów wpłynęło zwiększenie liczby transportów, przy pewnym zmniejszeniu kosztów magazynowania oraz kar za nieterminowość. Wzrost liczby transportów przyczynił się oczywiście do zmniejszenia nieterminowości w dostawie półproduktów.

Przedstawione modele matematyczne umożliwiają symulację funkcjonowania systemu oraz możliwości porównań również na innych płaszczyznach – np. rodzaju przepływów (przepływ jednokierunkowy, przepływ powrotny), konfiguracji systemu (system z buforami międzyoperacyjnymi, bez buforów – po pewnej modyfikacji modeli opisanych na poziomie I metody).

5. UWAGI KOŃCOWE

Do wspomagania zarządzaniem siecią dostaw opracowanych zostało dotychczas wiele metod. Są to m.in. systemy zaawansowanego planowania i harmonogramowania klasy APS (*Advanced Planning System*) – do synchronizacji planów zaopatrzenia, produkcji oraz dystrybucji z uwzględnieniem ograniczeń oraz z wykorzystaniem informacji pochodzących od dostawców i dystrybutorów; systemy wspomagające zarządzanie kontaktami z klientami klasy CRM (*Customer Relationship Management*) – wykorzystywane w celu usprawnienia relacji z ostatecznymi klientami [11].

Zaprezentowaną metodę wyróżnia szereg cech, które są jej zaletami. Oto one:

– *Modułowość.* Każdy zakład stanowi moduł, dla którego rozwiązywane jest oddzielnie zadanie sformułowane na poziomie I metody. Modele dopasowane są do konfiguracji parku maszynowego, organizacji przepływu produktów przez zakład.
– *Możliwość reharmonogramowania.* Wprowadzenie modułowości ułatwiło możliwość reharmonogramowania. Uaktualnione harmonogramy produkcji buduje się tylko dla tych zakładów – modułów, dla których konieczna jest zmiana uszeregowania zadań.
– *Podejście globalne i poszukiwanie kompromisu.* Podjęta została próba godzenia interesów całej sieci dostaw z dążeniami poszczególnych zakładów produkcyjnych. Na poziomie I metody uwzględniane są interesy zakładów – producentów złożonych wyrobów. Natomiast na poziomie II ma miejsce optymalizacja w skali całej sieci - minimalizowane są koszty obsługi sieci dostaw.
– *Podejście hierarchiczne.* Zastosowanie tego podejścia ułatwia poszukiwanie kompromisu pomiędzy interesami poszczególnych firm, a celem działania całej sieci dostaw. Dekompozycja rozwiązywanego problemu na zadania cząstkowe wpływa oczywiście na fakt, że otrzymane wyniki nie są optymalne w sensie globalnym. Podział problemu globalnego na podproblemy umożliwia jednak rozdział ogromnej liczby parametrów i zmiennych pomiędzy poszczególne zadania, co sprzyja możliwości rozwiązywania zadań o stosunkowo dużych rozmiarach. Zastosowanie alternatywnego podejścia – monolitycznego, nie jest możliwe w przypadku wielu problemów o znacznych rozmiarach.

– *Zastosowanie programowania całkowitoliczbowego.* Wpłynęło to na otrzymywanie optymalnych rozwiązań poszczególnych zadań cząstkowych.

Modele matematyczne, zbudowane dla metody, mogą być rozbudowane, zmodyfikowane – w zależności od uwzględnienia kolejnych ograniczeń, opisujących funkcjonowanie oraz konfigurację systemu. Modele te mogą być również uwzględnione w budowie heurystyk, np. relaksacyjnych, w celu otrzymywania w znacznie krótszym czasie harmonogramów przepływu produktów.

LITERATURA

[1] Fechner I.: *Zarządzanie łańcuchem dostaw*, Wyższa Szkoła Logistyki, Poznań 2007.

[2] Fourer R., Gay D., Kernighan B.: AMPL - *A Modelling Language for Mathematical Programming*. Boyd & Fraser Publishing Company 1993.

[3] Magiera M.: *Modułowy system wspomagania zarządzaniem łańcuchem dostaw*. Automatyka, półrocznik, tom 13, zeszyt 2, Wydawnictwa AGH, Kraków 2009, str. 429-441.

[4] Magiera M.: *Modele PLC szeregowania operacji dla wielostadialnego systemu wytwarzania dokładnie na czas*; w: *Wybrane zagadnienia logistyki stosowanej*. Rocznik 2007. Polska Akademia Nauk - Komitet Transportu, str. 152-159.

[5] Pochet Y., Wolsey L.A.: *Production Planning by Mixed Integer Programming*, Springer, New York 2006.

[6] Pohl H.Ch.: *Logistyka w systemie przedsiębiorstw zintegrowanych. Łańcuch, cykl zamknięty, sieć*. ILiM i PTL, Katowice 1998.

[7] Quan-Ke P., Tasgetiren F., Yun-Chia L.: *A discrete particle swarm optimization algorithm for the no-wait flow shop scheduling problem*. Computers and Operations Research, 2008, 2807-2839.

[8] Schrage L., Cunningham K.: *LINGO, Optimization Modelling Language*. LINDO Systems Inc., Chicago 1991.

[9] Seuring S., Goldbach M.: *Cost Management in Supply Chains*. Physica-Verlag, Heidelberg 2002.

[10] Staddtler H., Kilger Ch., *Supply Chain Management and Advanced Planning Concepts, Models, Software and Case Studies*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 2000.

[11] Witkowski J.: *Zarządzanie łańcuchem dostaw*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2003.

[12] Tkindt V., Billaut J-C.: *Multicriteria scheduling: theory, models and algorithms*. Springer, Berlin 2002.

TWO-LEVEL METHOD OF PRODUCTS SCHEDULING FOR SUPPLY NETWORK

Abstract

The paper presents the hierarchical method of supporting supply network management. The network consists of the manufacturers of component parts, the manufacturers of composite products and the final customers. The two-level method for construction of transport task scheduling is described. The initial schedule for each manufacturer of composite products is created at the first level. The information about demand for component parts is available at the next level. The second level is used for scheduling of transport products between manufactures. The linear mathematical models of mixed integer programming are used in the method. The local optimization at the first level (for each manufacture) and the global optimization at the second level (minimization of costs of transport tasks) are simultaneously regarded in the described method.

Keywords: supply chain, logistic network, production planning, integer programming, scheduling