Tomasz AMBROZIAK*, Roland JACHIMOWSKI*

MODEL WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU DYSTRYBUCJI DLA REALIZACJI TERMINOWYCH DOSTAW

Streszczenie

W artykule przedstawiono wybrane aspekty modelowania wieloszczeblowego systemu dystrybucji dla realizacji terminowych dostaw. W tym celu zdefiniowano strukturę wieloszczeblowego systemu dystrybucji. Szczegółowo odwzorowane zostały charakterystyki elementów liniowych oraz punktowych zadanej struktury wieloszczeblowego systemu dystrybucji z dodatkowym aspektem terminowości dostaw.

Słowa kluczowe: wieloszczeblowy system dystrybucji, okna czasowe, model wieloszczeblowego systemu dystrybucji.

1. WPROWADZENIE

Coraz szybciej rozwijająca się gospodarka rynkowa zmusza niejako przedsiębiorstwa zwłaszcza produkcyjne i dystrybucyjne do skupiania ich uwagi na organizację systemów dystrybucji. Zadaniem systemów dystrybucji jest efektywne przemieszczanie towarów od dostawców (producentów) do ich finalnych odbiorców. Przedsiębiorstwa świadczące usługi logistyczne poszukują oszczędności kosztów, poprawy jakości i skrócenia czasu realizacji procesów tworzących ostatecznie łączną wartość dla klienta. Przede wszystkim ma to na celu całkowite wyeliminowanie zakłóceń na całej drodze przepływu, a co za tym idzie zintegrowanie fizycznego przepływu towarów i związanych z nim informacji w ramach łańcucha dostaw[6]. Łańcuch dostaw to przepływ surowców, materiałów, podzespołów i wyrobów gotowych od momentu pozyskania tych pierwszych, do momentu konsumpcji wyrobu finalnego przez użytkownika końcowego. W szerszym zakresie łańcuch dostaw składa się z dwóch lub więcej prawnie rozdzielonych podmiotów gospodarczych połączonych poprzez przepływ materiałów, informacji i środków finansowych. Podmioty te mogą być producentami części, komponentów lub wyrobów finalnych, dostawcami usług logistycznych, a także samymi klientami (ostatecznymi konsumentami). W takim ujęciu, system dystrybucji, w którym jednostka towaru zanim dotrze do finalnego odbiorcy musi przejść przez wszystkie szczeble struktury systemu definiuje się jako wieloszczeblowy [3].

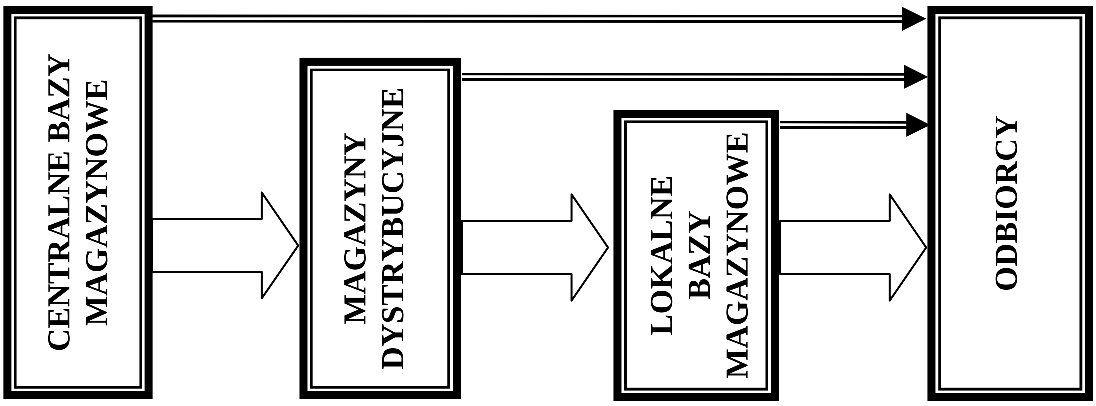
* Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

2. CHARAKTERYSTYKA MODELU WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU DYSTRYBUCJI

Założono, że rozpatrywany w artykule wieloszczeblowy system dystrybucji będzie systemem trójszczeblowym. W związku z tym na potrzeby badań przyjęto, że struktura wieloszczeblowego systemu dystrybucji będzie składała się z następujących elementów [4]:

- Lokalnych baz magazynowych, których zadaniem jest obsługa finalnych odbiorców.
- Magazynów dystrybucyjnych, które obsługują lokalne bazy magazynowe oraz odbiorców.
- Centralnych baz magazynowych (centra logistyczne), których zadaniem jest obsługa zarówno magazynów dystrybucyjnych jak i finalnych odbiorców

Graficzną prezentacje rozpatrywanego wieloszczeblowego systemu dystrybucji przedstawiono na Rys.1.



Rys. 1. Graficzna prezentacja modelu wieloszczeblowego systemu dystrybucji
Źródło: opracowanie własne na podstawie [1]

3. ZAŁOŻENIA DLA BUDOWY MODELU WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU DYSTRYBUCJI

W związku z opisaną w poprzednim punkcie charakterystyką wieloszczeblowego systemu dystrybucji założono, że rozważana wieloszczeblowa sieć dystrybucji przedstawiona zostanie za pomocą grafu $\boldsymbol{G}$, tj.:

$$\boldsymbol{G} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{L} \rangle$$

Gdzie:

$\boldsymbol{W}$ – zbiór wierzchołków grafu,

$\boldsymbol{L}$ – zbiór krawędzi grafu, $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{W} \times \boldsymbol{W}$

Tym samym w celu identyfikacji elementów struktury systemu przyjęto, że w sieci transportowej wyróżniony jest zbiór węzłów transportowych. Indeksem w zanumerowano te węzły. Niech $\boldsymbol{W}$ będzie zbiorem numerów wyróżnionych węzłów, tj.:

$$\boldsymbol{W}=\{1,2,\ldots w, w', \ldots ,W\}$$

gdzie W jest liczbą wyróżnionych węzłów transportowych.

Z kolei na iloczynie kartezjańskim $W \times W$ zadano odwzorowanie α przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\alpha : \boldsymbol{W} \times \boldsymbol{W} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym α (w,w') = 1 jeżeli między węzłami w i w' istnieje połączenie transportowe, natomiast w przeciwnym przypadku $\alpha(w,w')= 0$

4. ODWZOROWANIE ELEMENTÓW PUNKTOWYCH WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU DYSTRYBUCJI

Zgodnie z definicją rozpatrywanego wieloszczeblowego systemu dystrybucji oraz jego elementami należy w tym miejscu zdefiniować i scharakteryzować poszczególne zbiory wierzchołków, z których składa się system dystrybucji. Zatem:

- Zbiór numerów centralnych baz magazynowych, oznaczono symbolem ***MC*** tj.:

$$\boldsymbol{MC}=\{1, 2, \ldots, mc, \ldots MC\}$$

gdzie mc jest elementem zbioru ***MC***.

- Zbiór magazynów dystrybucyjnych, oznaczono symbolem ***MD*** tj.:

$$\boldsymbol{MD}=\{md_1, md_2, \ldots, md_v, \ldots, md_{MD}\}$$

gdzie md_v jest elementem zbioru ***MD***, a MD oznacza liczność zbioru ***MD***

- Zbiór lokalnych baz magazynowych, oznaczono symbolem ***ML*** tj.:

$$\boldsymbol{ML}=\{ml_1, ml_2 \ldots, ml_b, \ldots, m_{ML}\}$$

gdzie ml_b jest elementem zbioru ***ML***, a ML oznacza liczność zbioru ***ML***

- Zbiór odbiorców, który oznaczymy symbolem ***O*** tj.:

$$\boldsymbol{O}=\{o_1, o_2, \ldots o_i, \ldots, o_O\}$$

gdzie O jest liczebnością zbioru ***O*** oraz $o_i \in \boldsymbol{O}$

Na tej podstawie zdefiniowano zbiór numerów baz magazynowych ***M*** pośredniczących w realizacji zapotrzebowania na przewóz, tj.:

$$\boldsymbol{M}=\{m: \ m=1, \ldots mc, \ldots MC, md_1, md_2, \ldots md_v \ldots, md_{MD}, ml_1, ml_2, \ldots ml_b, \ldots, m_{ML}\}$$

W związku z charakterystyką wieloszczeblowego systemu dystrybucji przyjęto, iż zbiór ***W*** jest sumą zbiorów ***O***, ***MC***, ***MD***, ***ML***

Dla jednoznaczności rozważań założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC} \times \boldsymbol{MD}$ zadane jest odwzorowanie δ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\delta : \boldsymbol{MC} \times \boldsymbol{MD} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\delta(mc, md_v) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy md_v-ty magazyn dystrybucyjny zaopatrywany jest przez mc-tą centralną bazę magazynową. W przeciwnym przypadku $\delta(mc, md_v) = 0$

Dodatkowo niech $\boldsymbol{MD}(mc)$ będzie zbiorem postaci:

$$\forall mc \in \boldsymbol{MC} \qquad \boldsymbol{MD}(mc) = \{md_v: \delta(mc, md_v) = 1, \quad md_v \in \boldsymbol{MD}\}$$

tzn. $\boldsymbol{MD}(mc)$ będzie zbiorem numerów magazynów dystrybucyjnych zaopatrywanych przez mc-tą centralną bazę magazynową. Na tej podstawie zbiór $\boldsymbol{MD}$ numerów wszystkich magazynów dystrybucyjnych zaopatrywanych przez wszystkie bazy magazynowe można zapisać jako:

$$\boldsymbol{MD} = \bigcup_{mc=1}^{MC} \boldsymbol{MD}(mc)$$

Podobnych założeń dokonano w przypadku charakterystyki powiązań zachodzących pomiędzy centralną bazą magazynową a ostatecznymi odbiorcami towarów. Otóż przyjęto, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O}$ zadane jest odwzorowanie $\mu 1$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\mu 1 : \boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\mu 1(mc, o_i) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy o_i -ty odbiorca towaru zaopatrywany jest przez mc-tą centralną bazę magazynową. W przeciwnym przypadku $\mu 1(mc, o_i) = 0$

Dodatkowo niech $\boldsymbol{O}(mc)$ będzie zbiorem postaci:

$$\forall mc \in \boldsymbol{MC} \qquad \boldsymbol{O}(mc) = \{o_i\text{: } \mu 1\text{:}(mc, o_i) = 1,\ \ o_i \in \boldsymbol{O}\}$$

tzn. $\boldsymbol{O}(mc)$ będzie zbiorem numerów odbiorców zaopatrywanych przez mc-tą centralną bazę magazynową. Na tej podstawie zbiór $\boldsymbol{O}$ numerów wszystkich odbiorców zaopatrywanych przez wszystkie centralne bazy magazynowe można zapisać jako:

$$\boldsymbol{O} = \bigcup_{mc=1}^{MC} \boldsymbol{O}(mc)$$

W celu scharakteryzowania pozostałych elementów wieloszczeblowego systemu dystrybucji założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{ML}$ zadane jest odwzorowanie γ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\gamma : \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{ML} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\gamma(md_v, ml_b) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy ml_b-ta lokalna baza magazynowa zaopatrywana jest przez md_v-ty magazyn dystrybucyjny. W przeciwnym przypadku $\gamma(md_v, ml_b) = 0$

Dodatkowo niech $\boldsymbol{ML}(md_v)$ będzie zbiorem postaci:

$$\forall md_v \in \boldsymbol{MD} \qquad \boldsymbol{ML}(md_v) = \{ml_b\text{: } \gamma(md_v, ml_b) = 1, \qquad ml_b \in \boldsymbol{ML}\}$$

tzn. $\boldsymbol{ML}(md_v)$ będzie zbiorem numerów lokalnych baz magazynowych zaopatrywanych przez md_v-ty magazyn dystrybucyjny. Na tej podstawie zbiór $\boldsymbol{ML}$ numerów wszystkich lokalnych baz magazynowych zaopatrywanych przez wszystkie magazyny dystrybucyjne można zapisać jako:

$$\boldsymbol{ML} = \bigcup_{m_d v=1}^{M} \boldsymbol{M}\mathrm{L}(md_v)$$

Ponadto na potrzeby identyfikacji obsługi odbiorców przez magazyny dystrybucyjne założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{O}$ zadane jest odwzorowanie $\mu 2$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\mu 2 : \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{O} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\mu 2(md_v, o_i) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy o_i -ty odbiorca towaru zaopatrywany jest przez md_v-ty magazyn dystrybucyjny. W przeciwnym przypadku $\mu 2(md_v, o_i) = 0$

Zbiór numerów odbiorców zaopatrywanych przez md_v-ty magazyn dystrybucyjny oznaczono przez $\boldsymbol{O}(md_v)$ tj.:

$$\forall md_v \in \boldsymbol{MD} \qquad \boldsymbol{O}(md_v) = \{o_i : \mu 2 : (md_v, o_i) = 1, \qquad o_i \in \boldsymbol{O}\}$$

Zatem zbiór $\boldsymbol{O}$ numerów wszystkich odbiorców zaopatrywanych przez magazyny dystrybucyjne można zapisać jako:

$$\boldsymbol{O} = \bigcup_{md_v=1}^{MD} \boldsymbol{O}(md_v)$$

Analogicznie założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{ML} \times \boldsymbol{O}$ zadane jest odwzorowanie $\mu 3$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\mu 3 : \boldsymbol{ML} \times \boldsymbol{O} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\mu 3(ml_b, o_i) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy o_i -ty odbiorca towaru zaopatrywany jest przez ml_b-tą lokalną bazę magazynową. W przeciwnym przypadku $\mu 3(ml_b, o_i) = 0$

Zbiór numerów odbiorców zaopatrywanych przez ml_b-tą lokalną bazę magazynową oznaczono przez $\boldsymbol{O}(ml_b)$ tj.:

$$\forall ml_b \in \boldsymbol{ML} \qquad \boldsymbol{O}(ml_b) = \{o_i : \mu 3 : (ml_b, o_i) = 1, \qquad o_i \in \boldsymbol{O}\}$$

Zatem zbiór $\boldsymbol{O}$ numerów wszystkich odbiorców zaopatrywanych przez lokalne bazy magazynowe można zapisać jako:

$$\boldsymbol{O} = \bigcup_{ml_b=1}^{ML} \boldsymbol{O}(ml_b)$$

Biorąc pod uwagę powyższe rozważania przyjęto, iż liczba odbiorców rozpatrywanego obszaru wieloszczeblowego systemu dystrybucji jest równa sumie liczebności zbiorów $\boldsymbol{O}(mc)$, $\boldsymbol{O}(md_v)$, $\boldsymbol{O}(ml_b)$ tj.:

$$O = \sum_{mc=1}^{MC} O(mc) + \sum_{md_v=1}^{MD} O(md_v) + \sum_{ml_b=1}^{ML} O(ml_b)$$

Dodatkowo pomiędzy zbiorami odbiorców zaopatrywanych przez poszczególne bazy magazynowe zachodzą następujące zależności:

$$O(mc) \cap O(md_v) = \varnothing \qquad O(md_v) \cap O(ml_b) = \varnothing \qquad O(mc) \cap O(ml_b) = \varnothing$$

Powyższe zapisy oznaczają, że każdy odbiorca może być obsługiwany tylko przez jedną bazę magazynową

5. ODWZOROWANIE ELEMENTÓW LINIOWYCH WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU DYSTRYBUCJI

Do elementów liniowych systemu zaliczono połączenia transportowe pomiędzy poszczególnymi bazami magazynowymi oraz odbiorcami. Dlatego założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC} \times \boldsymbol{MD}$ zadane jest odwzorowanie $\rho 1$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\rho 1 : \boldsymbol{MC} \times \boldsymbol{MD} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\rho 1(mc, md_v) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje połączenie transportowe pomiędzy *mc*-tą centralną bazą magazynową a md_v-tym magazynem dystrybucyjnym. W przeciwnym przypadku $\rho 1(mc, md_v) = 0$

Zbiór bezpośrednich połączeń pomiędzy *mc*-tą centralną bazą magazynową i md_v-tym magazynem dystrybucyjnym oznaczony zostanie przez ***S1*** tj.:

$$\boldsymbol{S1} = \{(mc, md_v): \rho 1(mc, md_v) = 1, \qquad mc \in \boldsymbol{MC}, md_v \in \boldsymbol{MD}\}$$

Analogiczna sytuacja występuje w przypadku zbiorów bezpośrednich połączeń pomiędzy innymi bazami magazynowymi oraz odbiorcami.

Na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{ML}$ zadano odwzorowanie $\rho 2$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\rho 2 : \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{ML} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\rho 2(md_v, ml_b) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje połączenie transportowe pomiędzy md_v–tym magazynem dystrybucyjnym a ml_b-tą lokalną bazą magazynową. W przeciwnym przypadku $\rho 2(md_v, ml_b) = 0$

Z kolei zbiór bezpośrednich połączeń pomiędzy md_v-tym magazynem dystrybucyjnym a ml_b–tą lokalną bazą magazynową oznaczono przez ***S2*** tj.:

$$\boldsymbol{S2} = \{(md_v, ml_b): \rho 2(md_v, ml_b) = 1, \qquad md_v \in \boldsymbol{MD}, ml_b \in \boldsymbol{ML}\}$$

Ponadto na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O}$ zadano jest odwzorowanie $\rho 3$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\rho 3 : \boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\rho 3(mc, o_i) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje połączenie transportowe pomiędzy *mc*–tą centralna bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą towarów. W przeciwnym przypadku $\rho 3(mc, o_i) = 0$

Zbiór bezpośrednich połączeń pomiędzy *mc*–tą centralna bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą towarów oznaczono przez ***S3*** tj.:

$$\boldsymbol{S3} = \{(mc, o_i): \rho 3(mc, o_i) = 1, \qquad mc \in \boldsymbol{MC}, o_i \in \boldsymbol{O}\}$$

Podobnie na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O}$ zadano odwzorowanie $\rho 4$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\rho 4 : \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{O} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\rho 4(md_v, o_i) = 1$ wtedy i tylko wtedy, istnieje połączenie transportowe pomiędzy md_v –tym magazynem dystrybucyjnym a o_i-tym odbiorcą towarów. W przeciwnym przypadku $\rho 4(mc, o_i) = 0$

Zbiór bezpośrednich połączeń pomiędzy md_v–tym magazynem dystrybucyjnym a o_i-tym odbiorcą towarów oznaczono przez ***S4*** tj.:

$$\boldsymbol{S4} = \{(md_v, o_i): \rho 4(md_v, o_i) = 1, \qquad md_v \in \boldsymbol{MD}, o_i \in \boldsymbol{O}\}$$

W identyczny sposób odwzorowane zostały bezpośrednie połączenia pomiędzy lokalnymi bazami magazynowymi i odbiorcami. W związku z tym założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{O}$ zadane jest odwzorowanie $\rho 5$ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór {0, 1}

$$\rho 5 : \boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{O} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\rho 5(ml_b, o_i) = 1$ wtedy i tylko wtedy, istnieje połączenie transportowe pomiędzy ml_b–tą lokalną bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą towarów. W przeciwnym przypadku $\rho 5(ml_b, o_i) = 0$

Podążając powyższym tokiem myślenia założono, iż zbiór bezpośrednich połączeń pomiędzy ml_b–tą lokalną bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą towarów oznaczono przez ***S5*** tj.:

$$\boldsymbol{S5} = \{(ml_b, o_i): \rho 5(ml_b, o_i) = 1, \qquad ml_b \in \boldsymbol{ML}, o_i \in \boldsymbol{O}\}$$

Analiza powyższej formalizacji pozwala na zapisanie zbioru wszystkich połączeń pomiędzy poszczególnymi elementami wieloszczeblowego systemu dystrybucji będącego sumą zbiorów połączeń pomiędzy wyróżnionymi elementami systemu. Zatem zbiór wszystkich połączeń oznaczono przez ***S***, tj.:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S1} \cup \boldsymbol{S2} \cup \boldsymbol{S3} \cup \boldsymbol{S4} \cup \boldsymbol{S5}$$

6. POZOSTAŁE CHARAKTERYSTYKI WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU DYSTRYBUCJI

Cechą charakterystyczną wieloszczeblowego systemu dystrybucji jest istnienie określonej liczby szczebli dystrybucji. Na potrzeby formalizacji zapisu wieloszczeblowej sieci logistycznej zdefiniowano zbiór numerów szczebli dystrybucji i oznaczono go jako ***SD***. Indeksem *sd* zanumerowano poszczególne szczeble dystrybucji struktury sieci logistycznej:

$$\boldsymbol{SD}=\{1,2, \ldots, sd, \ldots, SD\}$$

gdzie *SD* jest liczebnością zbioru ***SD***.

Z kolei wielkością $L(sd)$ oznaczono liczbę baz magazynowych na *sd*-tym szczeblu dystrybucji. Wszystkie wartości $L(sd)$ tworzą wektor postaci:

$$\boldsymbol{L}=[L(1)), L(2), \ldots, L(sd), \ldots, L(SD)].$$

Aby scharakteryzować zadania realizowane przez poszczególne elementy wieloszczeblowego systemu dystrybucji należy zidentyfikować m.in. rodzaje (grupy) ładunków, na które zgłaszają swoje zapotrzebowanie odbiorcy ładunków. Dlatego też niech ***GP*** będzie zbiorem numerów grup ładunków. Zbiór ten będzie postaci:

$$\boldsymbol{GP}=\{1,2, \ldots, gp, \ldots, GP\}$$

gdzie *GP* jest liczebnością zbioru ***GP***.

Aby odwzorować zapotrzebowanie odbiorców na poszczególne grupy ładunków założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{GP}$ zadane jest odwzorowanie λ postaci:

$$\lambda : \boldsymbol{O}\times\boldsymbol{GP} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\lambda(o_i, gp) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy o_i-ty odbiorca towarów zgłasza swoje zapotrzebowanie na *gp*-ty rodzaj ładunku. W przeciwnym przypadku $\lambda(o_i, gp) = 0$

Tym samym zbiór grup ładunków, na które zgłasza zapotrzebowanie o_i-ty odbiorca oznaczono przez $GP(o_i)$ tj.:

$$\forall o_i \in \boldsymbol{O} \qquad \boldsymbol{GP}(o_i) = \{gp: \lambda(o_i, gp) = 1, \quad gp \in \boldsymbol{GP}\}$$

Z uwagi na różnorodną postać grup ładunkowych, na jakie zgłaszają zapotrzebowanie poszczególni odbiorcy należy przyjąć założenia celem określenia grup ładunkowych, jakie mogą być obsługiwane przez dana bazę magazynową. Kontynuując założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{GP}$ zadane jest odwzorowanie $\lambda 1$ postaci:

$$\lambda 1 : \boldsymbol{MC} \times \boldsymbol{GP} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\lambda 1(mc, gp) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy mc-ta centralna baza magazynowa może obsługiwać towary z gp-tej grupy ładunkowej. W przeciwnym przypadku $\lambda 1(mc, gp) = 0$

Tak więc, zbiór grup ładunków, które mogą być obsługiwane przez mc-ta centralna bazę magazynową oznaczono przez $GP(mc)$ tj.:

$$\forall mc \in \boldsymbol{MC} \qquad \boldsymbol{GP}(mc) = \{gp: \lambda 1(mc, gp) = 1, \qquad gp \in \boldsymbol{GP}\}$$

Identyczne założenia jak dla centralnej bazy magazynowej przyjęte zostały dla magazynów dystrybucyjnych i lokalnych baz magazynowych. Wynika to z faktu, iż zakres świadczonych przez poszczególne bazy magazynowe usług i obsługiwanych grup ładunków może różnic się od siebie.

Tak więc, na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MD} \times \boldsymbol{GP}$ zadane jest odwzorowanie $\lambda 2$ postaci:

$$\lambda 2 : \boldsymbol{MD} \times \boldsymbol{GP} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\lambda 2(md_v, gp) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy md_v-ty magazyn dystrybucyjny może obsługiwać towary z gp-tej grupy ładunkowej. W przeciwnym przypadku $\lambda 2(md_v, gp) = 0$

Zbiór grup ładunków, które mogą być obsługiwane przez md_v-ty magazyn dystrybucyjny oznaczono przez $GP(md_v)$ tj.:

$$\forall md_v \in \boldsymbol{MD} \qquad \boldsymbol{GP}(md_v) = \{gp: \lambda 2(md_v, gp) = 1, \qquad gp \in \boldsymbol{GP}\}$$

Identycznie założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{ML} \times \boldsymbol{GP}$ zadane jest odwzorowanie $\lambda 3$ postaci:

$$\lambda 3 : \boldsymbol{ML} \times \boldsymbol{GP} \rightarrow \{0, 1\}$$

przy czym $\lambda 3(ml_b, gp) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy ml_b-ta lokalna baza magazynowa może obsługiwać towary z gp-tej grupy ładunkowej. W przeciwnym przypadku $\lambda 3(ml_b, gp) = 0$

Tym samym, zbiór grup ładunków, które mogą być obsługiwane przez ml_b-tą lokalną bazę magazynową oznaczono przez $GP(ml_b)$ tj.:

$$\forall ml_b \in \boldsymbol{ML} \qquad \boldsymbol{GP}(ml_b) = \{gp: \lambda 3(ml_b, gp) = 1, \qquad gp \in \boldsymbol{GP}\}$$

Na potrzeby badań założono, że obsługa odbiorców na danym obszarze wieloszczeblowego systemu dystrybucji realizowana będzie przy pomocy różnych kategorii środków transportu po różnych kategoriach dróg. Zbiór numerów kategorii pojazdów wykorzystywanych do realizacji przewozów oznaczono przez $\boldsymbol{P}$. Zmienną p zanumerowano typy środków transportowych w taki sposób, że $\boldsymbol{P}$ jest zbiorem o elementach zdefiniowanych następująco:

$$\boldsymbol{P} = \{1,2,...,p, \dots,P\}$$

gdzie P jest liczebnością zbioru $\boldsymbol{P}$.

Na zbiorze $\boldsymbol{P}$ określono zadano odwzorowanie st, które oznaczać będzie liczbę środków transportowych p-tego typu, przyjmujących wartości ze zbioru liczb naturalnych, tj.:

$$st: P \longrightarrow \mathbf{N} \cup \{0\}$$

przy czym wartość $st(p) \in \mathrm{N} \cup \{0\}$ ma interpretację liczby środków transportowych p-tego typu, a dla wszystkich $st(p)>0$ tworzą one wektor postaci:

$$\boldsymbol{ST} = [st(1), ..., st(p), ..., st(P)]$$

W rzeczywistych systemach dystrybucji przewoźnik ma z reguły do wyboru kilka kategorii dróg, po jakich może wykonywać swoje przewozy. W związku z tym zbiór numerów kategorii dróg po jakich wykonywane będą przewozy oznaczono przez ***RD***. Zmienną *rd* zanumerowano kategorie dróg w taki sposób, że ***RD*** jest zbiorem o elementach zdefiniowanych następująco:

$$\boldsymbol{RD} = \{1,2,...,rd, \dots,RD\}$$

gdzie *RD* jest liczebnością zbioru ***RD***.

Aby zidentyfikować długości różnego rodzaju połączeń transportowych pomiędzy poszczególnymi elementami szczebli dystrybucji założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}$ zadano odwzorowanie *d1* postaci:

$$d1: \boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD} \longrightarrow \mathrm{R}^+$$

przy czym wielkość $d1(mc, o_i, rd) \in \mathrm{R}^+$ ma interpretację długości drogi *rd*-tego rodzaju pomiędzy *mc*-tą centralną bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą

Podobnie na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{RD}$ zadano odwzorowanie *d2* postaci:

$$d2: \boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{RD} \longrightarrow \mathrm{R}^+$$

przy czym $d2(mc, md_v, rd) \in \mathrm{R}^+$ ma interpretację długości drogi *rd*-tego rodzaju pomiędzy *mc*-tą centralną bazą magazynową a md_v -tym magazynem dystrybucyjnym.

Analogicznie na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}$ zadano odwzorowanie *d3* postaci:

$$d3: \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD} \longrightarrow \mathrm{R}^+$$

przy czym $d3(md_v, b_j, rd) \in \mathrm{R}^+$ ma interpretację długości drogi *rd*-tego rodzaju pomiędzy md_v -tym magazynem dystrybucyjnym a o_i-tym odbiorcą.

Identycznie na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{RD}$ zadano odwzorowanie *d4* postaci:

$$d4: \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{RD} \longrightarrow \mathrm{R}^+$$

przy czym $d4(md_v, ml_b, rd) \in \mathrm{R}^+$ ma interpretację długości drogi *rd*-tego rodzaju pomiędzy md_v -tym magazynem dystrybucyjnym a ml_b-tą lokalną bazą magazynową.

Podobnie założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}$ zadane jest odwzorowanie *d5* tj.:

$$d5: \boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD} \longrightarrow \mathrm{R}^+$$

Wielkość $d5(ml_b, o_i, rd) \in \mathrm{R}^+$ ma interpretację długości drogi *rd*-tego rodzaju pomiędzy ml_b -tą lokalną bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą.

Kolejnym elementem charakteryzującym połączenia transportowe pomiędzy elementami poszczególnych szczebli dystrybucji jest czas transportu danym połączeniem. Na ten czas oprócz rodzaju drogi wpływa również rodzaj wykorzystywanego pojazdu. W związku z tym, każde odwzorowanie czasu realizacji transportu będzie zawierało dodatkowo elementy zbioru rodzajów pojazdów. Zatem podobnie jak w przypadku odległości założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P}$ zadane jest odwzorowanie *ta1* postaci:

$$ta1: \boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow \mathrm{R}^+$$

przy czym wielkość $ta1(mc, o_i, rd, p) \in R^+$ ma interpretację czasu przejazdu *p*-tym rodzajem pojazdu, drogą *rd*-tego rodzaju pomiędzy *mc*-tą centralną bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą

Podobnie założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P}$ zadane jest odwzorowanie *ta2* przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich, R^+ tj.:

$$ta2: \boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

Wielkość $ta2(mc, md_v, rd, p) \in R^+$ ma interpretację czasu przejazdu *p*-tym rodzajem pojazdu, drogą *rd*-tego rodzaju pomiędzy *mc*-tą centralną bazą magazynową a md_v -tym magazynem dystrybucyjnym.

Analogicznie założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MC}\times\boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P}$ zadano odwzorowanie *ta3* postaci:

$$ta3: \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

Wielkość $ta3(md_v, ml_b, rd, p) \in R^+$ ma interpretację czasu przejazdu *p*-tym rodzajem pojazdu, drogą *rd*-tego rodzaju pomiędzy md_v -tym magazynem dystrybucyjnym a ml_b-tą lokalną bazą magazynową

Równocześnie, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P}$ zadane jest odwzorowanie *ta4* przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich, R^+ tj.:

$$ta4: \boldsymbol{MD}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

Wielkość $ta4(md_v, o_i, rd, p) \in R^+$ ma interpretację czasu przejazdu *p*-tym rodzajem pojazdu, drogą *rd*-tego rodzaju pomiędzy md_v -tym magazynem dystrybucyjnym a o_i-tym odbiorcą.

Identycznie założono, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P}$ zadane jest odwzorowanie *ta5* przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich, R^+ tj.:

$$ta5: \boldsymbol{ML}\times\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{RD}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

Wielkość $ta5(ml_b, o_i, rd, p) \in R^+$ ma interpretację czasu przejazdu *p*-tym rodzajem pojazdu, drogą *rd*-tego rodzaju pomiędzy ml_b -tą lokalną bazą magazynową a o_i-tym odbiorcą.

7. FORMALIZACJA ZAPISU REALIZACJI TERMINOWYCH DOSTAW W WIELOSZCZEBLOWYM SYSTEMIE DYSTRYBUCJI

Realizacja terminowych dostaw w wieloszczeblowym systemie dystrybucji wymaga dostarczenia towaru do finalnego odbiorcy w określonym przez niego przedziale czasu zwanym w literaturze oknem czasowym [2][5]. Okno czasowe odbiorcy (przedział czasu na obsługę) wyznaczane jest przez najwcześniejszy oraz najpóźniejszy moment, w którym może nastąpić obsługa odbiorcy. Zgodnie z tym na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P}$ zadano odwzorowanie *ai* przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich, R^+ tj.:

$$ai: \boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

przy czym wielkość $ai(o_i, p) \in R^+$ ma interpretację najwcześniejszego możliwego momentu rozpoczęcia obsługi o_i -tego odbiorcy przez pojazd *p*–tego rodzaju.

Analogicznie na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P}$ zadano odwzorowanie *bi* przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich, R^+ tj.:

$$bi: \boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

przy czym wielkość $bi(o_i,\ p) \in R^+$ ma interpretację najpóźniejszego możliwego momentu rozpoczęcia obsługi o_i -tego odbiorcy przez pojazd p–tego rodzaju.

W ten sposób odwzorowane zostały okna czasowe poszczególnych odbiorców. Jednakże z konieczności obliczania kosztów ewentualnych nieprawidłowości w terminowości dostaw odwzorowano dodatkowo koszty wynikające z nieterminowej obsługi odbiorcy. W związku z tym na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P}$ zadano odwzorowanie *ki* przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich, R^+ tj.:

$$ki: \boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

gdzie wielkość $ki(o_i,\ p) \in R^+$ ma interpretację kosztu jednostkowego kary za spóźnienie obsługi o_i -tego odbiorcy przez pojazd p–tego rodzaju.

Podobnie na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P}$ zadano odwzorowanie *kp* przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich, R^+ tj.:

$$kp: \boldsymbol{O}\times\boldsymbol{P} \longrightarrow R^+$$

gdzie wielkość $kp(o_i,\ p) \in R^+$ ma interpretację kosztu jednostkowego kary za przedwczesną próbę obsługi o_i -tego odbiorcy przez pojazd p–tego rodzaju.

PODSUMOWANIE

Przedstawiona w referacie formalizacji modelu realizacji terminowych dostaw w wieloszczeblowym systemie dystrybucji nie wyczerpuje wszystkich aspektów tego problemu. Przedstawione zostały jedynie najważniejsze elementy bezpośrednio wpływające na terminowość dostaw w wieloszczeblowym systemie dystrybucji. Nieuwzględnione zostały chociażby charakterystyki dotyczące czasu, kosztów przejścia jednostki ładunku przez poszczególne bazy magazynowe, koszty transportu pomiędzy poszczególnymi węzłami systemu dystrybucji oraz charakterystyki dotyczące pojazdów realizujących przewozy. Jednakże kierunki wyznaczone przez przedstawione formalizacje pozwolą z łatwością na rozwiniecie rozpatrywanego problemu w przyszłości o kolejne elementy.

BIBLIOGRAFIA

[1] Ambroziak T., Jachimowski R.: Aspekt przydziału odbiorców w problemie integracji hierarchicznego systemu dystrybucji, Logistyka 4/2010

[2] Desaulniers G, Lavigne J, Soumis F.: Multi-Depot Vehicle Scheduling Problems with Time Windows and Waiting Costs. Eur. J. Oper. Res. 111, 57–72 (1998).

[3] Jacyna M., Kaniowski G., Kaniowski R.: Optymalizacja obsługi logistycznej w trójszczeblowym systemie dystrybucji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003

[4] Jacyna M.: Modelowanie i ocena systemów transportowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2009.

[5] Kolen, A., Rinnooy, A., Trienekens, H.: Vehicle routing with time windows. Operations Research vol.35 issue 2, p.266-273, 1987.

[6] Pfohl H.: Systemy logistyczne, Biblioteka Logistyka, Poznań 1998.

MODEL OF MULTILEVEL DISTRIBUTION SYSTEM FOR TERMINABLE DELIVERIES

Abstract

The article presents selected aspects of modeling of multilevel distribution system for the terminable deliveries. For this purpose the structure of multilevel distribution system was defined. In details were defined characteristics of linear and point elements of the structure of multilevel distribution system with additional time aspect.

Key words: multilevel distribution system, time windows, model of multilevel distribution system

Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy Projekt N N509 601839 pt. Metodyka kształtowania sieci transportowo-logistycznej w wybranych obszarach.