Mariusz GRAJEK*, Jacek ŻAK*

KONSTRUKCJA I TESTOWANIE MODELU MATEMATYCZNEGO DLA PROBLEMU HARMONOGRAMOWANIA DOSTAW WYROBÓW ALKOHOLOWYCH NA OBSZARZE UNII EUROPEJSKIEJ

Streszczenie

Harmonogramowanie dostaw odgrywa znaczącą rolę w działalności i rozwoju przedsiębiorstw działających na rynku Unii Europejskiej. Specyfika problemu polega na uwzględnieniu prawnych, organizacyjnych i logistycznych uwarunkowań wymiany handlowej na terenie Unii Europejskiej przy założeniu, że przewożonym towarem będą wyroby akcyzowe – w tym wypadku alkohol.

Artykuł nawiązuje do wcześniejszej publikacji pod tym samym tytułem, której celem było rozpoznanie problemu. Zgodnie z metodologią badań operacyjnych jako cel dalszych badań nad problemem autorzy podjęli się konstrukcji modelu matematycznego.

W artykule przedstawiono listę głównych kryteriów i ograniczeń branych pod uwagę w trakcie harmonogramowania dostaw oraz zaproponowano ich matematyczny zapis wraz z podstawowymi przekształceniami. W oparciu o główne założenia modelu autorzy rozpoczęli badania z wykorzystaniem solvera, których przebieg i wyniki opisano w artykule.

Słowa kluczowe: harmonogramowanie dostaw, wewnątrzwspólnotowe nabycie towarów

1. WPROWADZENIE

Harmonogramowanie dostaw należy do szerokiej klasy problemów harmonogramowania, polegających generalnie na ustalaniu optymalnej (racjonalnej) skończonej liczby sekwencji operacji (działań) w czasie przy założeniu pewnej liczby warunków lub ograniczeń [24][26].

Problemy harmonogramowania zwykle formułowane są jako kombinatoryczne problemy P lub NP-trudne [15]. Dotyczą one takich obszarów jak zarządzanie, produkcja, transport, systemy komputerowe i inne [26]. Problem harmonogramowania dostaw to problem operacyjny, który definiuje się jako ustalanie ich wielkości i terminów w okresach przyszłych, w oparciu o prognozowany stan zapasów [24].

W literaturze można odnaleźć szereg różnych podejść do rozwiązywania problemów harmonogramowania w zależności od szczegółowej specyfiki problemu i poziomu komplikacji. Wiodącą obecnie metodą rozwiązywania problemów harmonogramowania należącą do grupy algorytmów dokładnych jest programowanie dynamiczne [2, 3, 7, 9, 14, 16]. Przy rozwiązywaniu bardziej skomplikowanych problemów rzeczywistych wykorzystuje się zwykle techniki aproksymacyjne, które są szybsze i wymagają mniej zasobów. W literaturze można spotkać szereg metod przybliżonych wykorzystywanych do rozwiązywania problemów harmonogramowania, m.in. algorytmy genetyczne [1], logikę rozmytą [25], metodę tabu search [5, 10], symulowane wyżarzanie [8] czy inne heurystyki [23].

W niniejszym artykule autorzy rozważają problem harmonogramowania dostaw wyrobów alkoholowych, którego specyfika polega m.in. na uwzględnieniu uwarunkowań logistycznych i przepisów prawnych narzucających szereg wytycznych i ograniczeń w przewozie pomiędzy krajami Unii Europejskiej, o których szerzej pisano w publikacji dotyczącej rozpoznania problemu [6]. Problem ma charakter wielokryterialny a aby w prawidłowy sposób harmonogramować dostawy konieczne jest uwzględnianie interesów wszystkich interesariuszy oraz współpraca partnerów polegająca przede wszystkim na przekazywaniu

* Politechnika Poznańska, Wydział Maszyn Roboczych i Transportu

sobie informacji oraz jasnym określeniu wymagań i oczekiwań [4, 6, 21, 28]. W ramach rozpoznania zagadnienia zidentyfikowane zostały trzy grupy interesu – producent (eksporter), odbiorca (importer) oraz przewoźnik (operator logistyczny), z których harmonogramowanie dostaw przeprowadza odbiorca uwzględniając szereg kryteriów i ograniczeń. W praktyce są to takie podmioty gospodarcze jak producenci i dostawcy wyrobów alkoholowych, importerzy wyrobów alkoholowych i firmy z branży TSL. Zasięg terytorialny dla rozpatrywanego problemu to wszystkie kraje funkcjonujące w ramach wewnątrzwspólnotowej wymiany handlowej tj. państwa członkowskie Unii Europejskiej.
W dalszej części artykułu zaprezentowano model matematyczny rozpatrywanego problemu, w którego skład wszedł podstawowy zestaw kryteriów i ograniczeń wraz z podstawowymi przekształceniami. Następnie w oparciu o opisany model przeprowadzono eksperymenty obliczeniowe dla uproszczonego przykładu rzeczywistego z wykorzystaniem solvera dostępnego w Microsoft Excel i poszerzonego w wersji 2010 o nowe algorytmy obliczeniowe (nieliniowy oraz ewolucyjny). Mimo, że stworzony model ma charakter wielokryterialny to testy zostały przeprowadzone dla poszczególnych kryteriów z wykorzystaniem metod jednokryterialnych. W końcowej części artykułu dokonano analizy wyników oraz zaprezentowano wynikające z niej wnioski.

2. MODEL MATEMATYCZNY PROBLEMU HARMONOGRAMOWANIA DOSTAW WYROBÓW ALKOHOLOWYCH

Opis werbalny problemu

Rozważany w niniejszym artykule problem harmonogramowania dostaw wyrobów alkoholowych polega na ustaleniu wielkości i terminu dostaw określonych wyrobów alkoholowych (np. piwo, cydr, wino itp.) w oparciu o poziom zapasów obliczony na podstawie prognozowanego zapotrzebowania. Harmonogramowanie powinno uwzględniać kryteria i ograniczenia wynikające ze specyfiki problemu. Zgodnie z założeniami poczynionymi w trakcie identyfikacji zagadnienia, problem uproszczono przez przyjęcie, że do transportu wykorzystuje się jedynie transport samochodowy, bez przeładunku a wszystkie pojazdy mają taką samą ładowność [6]. Ponadto w celu uzyskania bardziej przejrzystego związku pomiędzy opisywanym modelem matematycznym a rozpatrywanym problemem rzeczywistym zakłada się, że zagadnienie będzie rozwiązywane w oparciu o następujące jednostki miary:

- hektolitry [hl] jako jednostkę miary zamawianego towaru,
- palety [pal] jako jednostkę transportową towaru (równą określonej liczbie hektolitrów),
- tygodnie [tyg] jako jednostkę czasu.

Sformułowanie matematyczne problemu decyzyjnego

Dane wejściowe podzielono na dwie grupy. Pierwsza dotyczy danych niezbędnych do wykonania obliczeń zgodnie z opisanym modelem matematycznym natomiast druga to opis przyjętych stałych, których wartość powinien określić decydent w oparciu dostępną wiedzę. Minimalny zestaw danych niezbędny do obliczeń to:
F_{pw} – zapotrzebowanie na produkt p w tygodniu w [hl],
S_{p1} – aktualny (startowy) zapas otwarcia produktu p w tygodniu $w=1$ [hl],
D_{p1} – aktualna (startowa) wielkość dostaw produktu p w tygodniu $w=1$ odpowiadająca wielkości startowego zapasu w drodze [hl],

x_{pq} – wielkość złożonych zamówień [pal] będąca niezmienną częścią harmonogramu czyli usztywnione wartości zmiennej decyzyjnej z wcześniej tworzonych harmonogramów dla tygodni $w \in <1;q>$.

Stałe wykorzystywane do obliczeń to:
h_p – przelicznik z liczby palet produktu p na liczbę całopojazdowych załadunków transportujących te palety ($h_p \in \mathrm{N}$),
k_p – przelicznik dla produktu p z palet na hektolitry ($k_p \in \mathrm{R}^+$),
t_p – czas transportu produktu p [tyg].
Ponadto decydent powinien dysponować kompletem informacji na temat istniejących ograniczeń logistycznych i prawnych nie wynikających wprost z modelu matematycznego. Szczegółowy zakres danych wejściowych został opisany szerzej w poprzedzającej publikacji [6].

Zmienna decyzyjna wykorzystywana do stworzenia harmonogramu to wielkość x_{pw} odpowiadająca liczbie zamawianych niepodzielnych jednostek transportowych produktu p w danym okresie czasu w, co w oparciu o założone wcześniej jednostki odpowiada liczbie zamawianych palet produktu p w tygodniu w. Jako, że mamy do czynienia z problemem rzeczywistym to liczba zamawianych palet musi być większa lub równa 0 co można przedstawić w postaci ograniczenia dotyczącego zmiennej decyzyjnej:

(1)

Ograniczenie to dodatkowo zawęża zakres rozwiązań przeszukiwany przez solvera a zatem zmniejsza czasochłonność obliczeń.
Jako, że zmienną decyzyjną są niepodzielne jednostki transportowe można przyjąć jeszcze jedno ograniczenie dotyczące zmiennej decyzyjnej:

(2)

co po uwzględnieniu nierówności (1) można sprowadzić do postaci:

(3)

Zakłada ono, że liczba zamawianych palet jest liczbą całkowitą równą lub większą od 0 co znacząco zawęża przeszukiwany obszar rozwiązań.

Kryteria opisane w artykule zaprezentowano w sposób pokazujący bezpośrednią zależność od zmiennej decyzyjnej.
Pierwsze z przedstawionych kryteriów dotyczy minimalizowania poziomu zapasów. Dla wszystkich produktów, dla określonego okresu czasu wyrażonego w tygodniach minimalizujemy zapas zamknięcia produktu p wyrażony w hektolitrach.

(4)

gdzie:
Cs_{pw} – zapas zamknięcia produktu *p* w tygodniu *w* [hl],
S_{pw} – zapas otwarcia produktu *p* w tygodniu *w* (zapas zamknięcia w tygodniu *w-1*) [hl],
D_{pw} – dostawy produktu *p* w tygodniu *w* [hl].

Po określeniu co rozumiemy przez zapas produktu *p* można przedstawić kolejne kryterium optymalizacji jakim jest minimalizacja poziomu pokrycia zapasem w tygodniach. Dla każdego produktu *p* minimalizujemy poziom pokrycia zapasem na zamknięciu tygodnia *w* wyrażony w tygodniach.

(5)

gdzie:
Cs_{pww} – poziom pokrycia zapasem produktu *p* na zamknięciu tygodnia *w* [tyg].

Minimalizacja zapasu opisana w pierwszych dwóch kryteriach uwzględnia jednak jedynie zapas produktu dostępny w magazynach. Aby dokładniej obliczyć rzeczywisty zapas w całym łańcuchu dostaw niezbędne jest również uwzględnienie zapasu w drodze wyrażonego w jednostkach sprzedaży, który będzie podlegał również minimalizowaniu:

(6)

gdzie:
St_{pw} – zapas w drodze produktu *p* w tygodniu *w* [hl].

Równoważenie obciążenia magazynów, które można uzyskać poprzez równomierny rozkład liczby załadunków i rozładunków to kolejne kryteria jakie powinny być brane pod uwagę przez decydenta. Harmonogram cechujący się najbardziej równomiernym wśród możliwych rozłożeniem obciążeń określany jest mianem harmonogramu zrównoważonego [24]. Za miarę równomierności obciążenia autorzy proponują przyjąć rozrzut liczby załadunków w czasie:

(7)

(8)

gdzie:
Rz – rozrzut liczby załadunków,
L_{plw} – liczba załadunków produktu *p* odbieranych w tygodniu *w* z lokalizacji *l.*
L_l – liczba załadunków w lokalizacji *l.*

Równomierne rozłożenie rozładunków w czasie:

(9)

gdzie:
Rr – rozrzut liczby rozładunków,
U_{pmw} – liczba rozładunków produktu *p* w lokalizacji *m* w tygodniu *w,*
L_{plw-tp} – liczba załadunków produktu *p* w tygodniu *w* przesunięta o czas transportu produktu *p* z lokalizacji *l* do lokalizacji *m,*
U_m – liczba rozładunków w lokalizacji *m.*

Zdefiniowana jako parametr zmiennej decyzyjnej jednostka czasu jaką jest tydzień może z praktycznego punktu widzenia nie gwarantować równomiernego obciążenia magazynów. Informacja o tym, że w poszczególnych tygodniach miała miejsce ta sama liczba załadunków i rozładunków nie koniecznie świadczy o równomiernym wykorzystaniu zdolności załadunkowych. Z tego względu autorzy dostrzegają potrzebę optymalizacji tego kryterium na dwóch poziomach – w pierwszej kolejności na tygodniowym a następnie z dokładnością do dnia a nawet konkretnego przedziału czasu w godzinach (np. ośmiogodzinna zmiana danego dnia *d*). Zagadnienie to stanowi osobny podproblem nie poruszany w ramach tego artykułu.
Na obciążenie magazynów w typowych warunkach znaczący wpływ ma również liczba pozycji asortymentowych jakie zostają zamówione.

(10)

(11)

gdzie:
A_L – liczba pozycji asortymentowych przypisanych do załadunku L,
P_{pl} – liczba pobrań produktu *p* z lokalizacji *l,*
L_l – liczba załadunków w lokalizacji *l.*

Łatwo sobie wyobrazić, że załadunek jednorodny spowoduje znacznie mniej komplikacji niż załadunek tej samej ilości produktu podzielonej na kilkanaście pozycji asortymentowych. Szerszą informację na ten temat można odnaleźć we wcześniejszej publikacji autora [6]. Minimalizowana liczba pozycji asortymentowych przypisanych do danego załadunku w idealnym przypadku powinna wynosić zawsze 1 a zatem liczba pobrań produktu *p* powinna być równa liczbie załadunków w danej lokalizacji *l*. Jeśli obie liczby są równe to znaczy, że za każdym razem realizowano jedynie zamówienia jednorodne. Stąd minimalizację liczby pozycji asortymentowych proponuje się przedstawić jako próbę osiągnięcia liczby pobrań produktu *p* z lokalizacji *l* możliwie bliską całkowitej liczbie załadunków w lokalizacji *l*. Takie założenie uniemożliwia potraktowanie dwóch załadunków z dwoma identycznymi pozycjami asortymentowymi jako dwóch załadunków jednorodnych.
Ostatnim z opisywanych kryteriów jakie należałoby wziąć pod uwagę jest minimalizacja kosztów transportu. Autorzy przypominają, że harmonogramowanie dostaw ma tylko częściowy wpływ koszty transportu i praktycznie znikomy lub żaden na takie jego składowe jak amortyzacja środków trwałych transportu, zużycie materiałów podstawowych (paliwa, oleje, smary itp.) oraz wiele innych [22]. Jednym z założeń przy konstruowaniu modelu matematycznego jest wykonywanie przewozu całopojazdowego a zatem nie jest brana pod uwagę możliwość realizacji dostaw drobnicowych co jest związane przede wszystkim ze specyfiką obrotu wyrobami akcyzowymi na obszarze Unii Europejskiej. W wielu publikacjach można znaleźć informacje o szacunkowej wielkości załadunku, dla której bardziej opłacalne jest stosowanie dostaw całopojazdowych w stosunku do przewozu drobnicowego [13, 17, 18]. Z opisanych powyżej względów kryterium minimalizacji kosztów transportu zdecydowano się przedstawić jako dwa zamienne podkryteria:

- maksymalizacja wykorzystania dostępnej przestrzeni skrzyni ładunkowej,
- maksymalizacja wykorzystania dostępnej ładowności pojazdu,

a te z kolei przedstawić w zagregowanej formie jak poniżej:

(12)

(13)

(14)

gdzie:
T_c – minimalizowane koszty transportu,
U_s – maksymalizowane wykorzystanie dostępnej przestrzeni ładunkowej pojazdu,
U_{cc} – maksymalizowane wykorzystanie dostępnej ładowności pojazdu.

Powyższe kryterium należy interpretować w następujący sposób - dla każdego tygodnia *w* suma załadunków poszczególnych produktów *p* odbieranych z lokalizacji *l* powinna dążyć do N z lewej strony (gwarancja otrzymania załadunków całopojazdowych lub zbliżonych do całopojazdowych z jednoczesnym uwzględnieniem limitu wagi lub powierzchni załadunkowej). Przy czym powyższe wyrażenie będzie poprawne tylko przy założeniu, że przez liczbę załadunków produktu *p* rozumie się ułamek całopojazdowych załadunków danego produktu, stąd $L_{pwl} \in R^+ \cup 0$. Podejście takie wymaga stworzenia dodatkowej

matrycy pokazującej podział poszczególnych produktów na ułamkowe części załadunku całopojazdowego jednak w efekcie znacząco pozwoli to uprościć i przyspieszyć obliczenia zmniejszając liczbę kryteriów. Dla lepszego zobrazowania można posłużyć się przykładem. Zakładając, że 1 paleta produktu $p=1$ ma masę 1 000 kg, 1 paleta produktu $p=2$ ma masę 500 kg, a dostępny pojazd może przewieźć maksymalnie 24 000 kg lub 33 palety wiemy, że zamówienie na 1 paletę produktu $p=1$ wynosi 1/24 załadunku a zamówienie na 1 paletę produktu $p=2$ wynosi 1/33 załadunku.
Dysponując taką informacją dla wszystkich produktów można dla uproszczenia obliczeń zastąpić opisane powyżej kryterium przez ograniczenie nakazujące stosowanie jedynie zamówień całopojazdowych przy jednoczesnym maksymalnym wykorzystaniu przestrzeni ładunkowej lub ładowności pojazdu.

Ograniczenia przedstawione w niniejszym artykule zaprezentowano w kolejności odpowiadającej opisywanym kryteriom. Pierwsze ograniczenie wynikające z uwarunkowań logistycznych to minimalny poziom Cs_{pw} czyli minimalny zapas zamknięcia produktu p w tygodniu w. Powinien on być równy lub większy od określonego zapasu bezpieczeństwa [hl]:

(15)

gdzie:
Zb_p – zapas bezpieczeństwa produktu p [hl].

Zamiennie (w zależności od typu produktu i wielkości sprzedaży) wobec powyższego ograniczenia może być stosowany minimalny poziom Cs_{pww} czyli minimalny poziom pokrycia zapasem produktu p na zamknięciu tygodnia w wyrażony w czasie. Powinien on być równy lub większy od określonego bezpiecznego poziomu pokrycia zapasem [tyg].

(16)

gdzie:
Zb_{pw} – bezpieczny poziom pokrycia zapasem produktu p [tyg].

Ze względu na ograniczenia logistyczne, dopuszczalny termin przydatności do spożycia a także przyspieszenie obliczeń, ograniczyć z góry można Cs_{pw} czyli zapas produktu p oraz Cs_{pww} czyli poziom pokrycia zapasem na zamknięciu tygodnia w:

(17)

(18)

gdzie:
Cs_{pwMAX} – maksymalny zapas zamknięcia produktu p w tygodniu w [hl],
Cs_{pwwMAX} – maksymalny poziom pokrycia zapasem produktu p na zamknięciu tygodnia w [tyg].

Ponadto każdy rzeczywisty system logistyczny ma swoje górne ograniczenia co można określić przez maksymalną liczbę załadunków (a zatem i zamawianych palet) produktu p w tygodniu w jaką może zrealizować przewoźnik (operator logistyczny) oraz jaką są w stanie obsłużyć magazyny:

(19)

(20)

gdzie:
L_{pwlMAX} – maksymalna liczba załadunków produktu p w lokalizacji l jaką jest w stanie w tygodniu w zrealizować przewoźnik i obsłużyć magazyny.

Dodatkowo m.in. ze względu na horyzont czasowy problem można przypisać do grupy problemów operacyjnych czyli dotyczących bieżącego funkcjonowania przedsiębiorstwa [27, 28] a zatem nie ma większego sensu przygotowywania harmonogramu dostaw na kilka lat do przodu. Ponadto ze względu na możliwości dostawcy i firmy przewozowej nie zawsze można realizować zamówienia ad hoc. W rzeczywistym systemie należałoby przyjąć minimalny okres czasu, dla którego ustalony harmonogram nie podlega zmianie gdyż jego modyfikacja nie jest możliwa lub generowałaby powstanie nieakceptowalnych kosztów. Ograniczenie dolne będzie nawiązywało do wielkości q opisanej w danych wejściowych. Ograniczenie górne to wielkość y określająca horyzont czasowy, dla którego przygotowanie harmonogramu jest zasadne.

(21)

gdzie:
q – liczba pierwszych tygodni harmonogramu, dla których $x_{pw} = x_{pq}$ = const.,
y – liczba tygodni, dla których przygotowywany jest harmonogram.

3. EKSPERYMENTY OBLICZENIOWE

W rozdziale tym autorzy przedstawiają istotę przeprowadzonych eksperymentów, wykorzystane narzędzia oraz rezultaty obliczeń. Wyniki opisane zostały w tekście a na rysunkach zaprezentowano wybrane rozwiązania będące wizualizacją arkusza obliczeniowego. Na końcu rozdziału zaprezentowano tabele podsumowujące otrzymane wyniki oraz czas w jaki udało się je uzyskać.

Istota przeprowadzonych eksperymentów to przetestowanie opisanego w artykule modelu matematycznego dla dwóch wybranych kryteriów:
- Cs_{pww} – poziom pokrycia zapasem produktu p na zamknięciu tygodnia w [tyg],
- Cs_{pw} – zapas zamknięcia produktu p w tygodniu w [hl].

Przy wykonywaniu eksperymentu przyjęto następujące uproszczenia:
- harmonogramowane są dostawy tylko jednego typu produktu $p=1$,
- istnieje tylko jedno miejsce dostawy $l=1$ i jedno miejsce odbioru $m=1$,
- realizowane są tylko zamówienia całopojazdowe po 32 palety czyli $h_p=32$.

Przyjęte założenia to:
- minimalny poziom pokrycia zapasem Zb_{pw} wyrażony w tygodniach: 3,
- minimalny zapas Zb_p wyrażony w hektolitrach: 100,
- maksymalny poziom pokrycia zapasem Cs_{pwwMAX} wyrażony w tygodniach: 15,
- maksymalny zapas Cs_{pwMAX} wyrażony w hektolitrach: 800,
- maksymalna liczba załadunków L_{pwlMAX} do zrealizowania w ciągu 1 tygodnia: 5,
- 1 paleta mieści 4,5 hektolitra produktu p czyli $k_p=4,5$,
- prognoza sprzedaży F_{pw} dla 5 kolejnych tygodni to okres służący do wyliczenia średniej sprzedaży jako wielkości wejściowej do obliczenia pokrycia zapasem,
- czasowy horyzont, dla którego przygotowuje się harmonogram to $y=16$ [tyg],

- zamówienia z pierwszych 4 tygodni są zablokowane czyli $q=4$,
- wysokość prognozy F_{pw} zgodna z prezentowaną na rysunku 1 i 2,
- wielkość zablokowanych zamówień x_{pq} zgodna z prezentowaną na rysunku 1 i 2,
- zapas otwarcia S_{p1} zgodny z prezentowanym na rysunku 1 i 2,
- ze względu na długi czas transportu zamówienia zrealizowane w tygodniu w uwzględniane są jako zapas dostępny do sprzedaży od tygodnia $w+1$.

Wykorzystane narzędzia obliczeniowe to komputer z oprogramowaniem MS Excel 2010, procesorem Intel Core i7 i 4 GB pamięci RAM. W związku z tym, że część kryteriów ma postać liniową istniała możliwość znalezienia rozwiązania optymalnego oraz zastosowania metody simpleks. Poza tą metodą obliczenia wykonano również z wykorzystaniem algorytmu nieliniowego GRG (ang. Generalized Reduced Gradient) oraz algorytmu ewolucyjnego (kombinacja algorytmów genetycznych z liniowymi i nieliniowymi [12]). Więcej informacji na temat zasady działania algorytmów można odnaleźć w literaturze [11].

Rezultaty eksperymentów obliczeniowych. W przypadku minimalizacji poziomu pokrycia zapasem (Cs_{pww}) z zastosowaniem algorytmu ewolucyjnego udało się uzyskać rezultat 3,64 [tyg] oraz znaleźć rozwiązanie optymalne wykorzystując algorytm GRG i simpleks, dla którego komórka celu osiągnęła wartość 3,59 [tyg]. Ciekawi fakt, że w tym konkretnym przypadku zastosowanie algorytmu ewolucyjnego pozwoliło nie tylko na szybkie znalezienie rozwiązania ale przede wszystkim to, że znalezione rozwiązanie było bardzo bliskie optymalnemu. Czas poszukiwania rozwiązania wynosił 40s dla algorytmu ewolucyjnego, 11 minut dla algorytmu nieliniowego oraz 1 minutę i 15s dla metody simpleks.
W przypadku minimalizacji zapasu zamknięcia (Cs_{pw}) z zastosowaniem tych samych algorytmów udało się uzyskać w podobnym czasie identyczne rozwiązanie co w przypadku minimalizacji pokrycia zapasem (Cs_{pww}).
Zmienną decyzyjną (wyłącznie na potrzeby tego uproszczonego przypadku) była liczba całopojazdowych załadunków produktu p w tygodniu w ściśle powiązana ze zmienną x_{pw} przyjętą w modelu matematycznym.

Produkt p=1	Zamówienia zablokowane					Zmieniany harmonogram											
	W=1	W=2	W=3	W=4	W=5	W=6	W=7	W=8	W=9	W=10	W=11	W=12	W=13	W=14	W=15	W=16	W=17
F_{pw} - prognoza sprzedaży [hl]	50,0	80,0	40,0	90,0	40,0	160,0	154,0	375,0	115,0	95,0	100,0	125,0	105,0	95,0	95,0	95,0	105,0
D_{pw} - wielkość dostaw [hl]	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	432,0	144,0	288,0	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	144,0	144,0	0,0	144,0
Cs_{pw} - zapas zamkniecia [hl]	350,0	270,0	374,0	428,0	388,0	660,0	650,0	563,0	448,0	353,0	397,0	416,0	311,0	360,0	409,0	314,0	353,0
Cs_{pww} - pokrycie zapasem [tyg]	**5,8**	**3,3**	**3,9**	**2,6**	**2,3**	**3,7**	**3,9**	**3,5**	**4,1**	**3,4**	**3,8**	**4,0**	**3,1**	**3,7**	**4,2**	**3,1**	**3,4**
$\overline{F}_{pw}$ - średnie zapotrzebowanie [hl]	60,0	82,0	96,8	163,8	168,8	179,8	167,8	162,0	108,0	104,0	104,0	103,0	99,0	97,5	98,3	100,0	105,0

Liczba dostaw	3	1	2	0	0	1	1	0	1	1	0	1
Liczba zamawianych palet x_{pw}	96	32	64	0	0	32	32	0	32	32	0	32

	$\min(Cs_{pww})$	3,64	-	poziom pokrycia zapasem produktu p na zamknięciu tygodnia w [tyg]
Ograniczenia	$x_{pw} \in N \cup 0$	int	-	liczba zamawianych palet musi być naturalna lub równa 0
	$Cs_{pww} \geq Zb_{pw}$	3,00	-	bezpieczny poziom pokrycia zapasem produktu p [tyg]
	$Cs_{pw} \geq Zb_{p}$	100	-	zapas bezpieczeństwa produktu p [hl]
	$Cs_{pww} \leq Cs_{pwwMAX}$	15	-	maksymalny poziom pokrycia zapasem produktu p na zamknięciu tygodnia w [tyg]
	$Cs_{pw} \leq Cs_{pwMAX}$	800	-	maksymalny zapas zamknięcia produktu p w tygodniu w [hl]
	$L_{pwl} \leq D_{pw}$	5	-	maksymalna liczba załadunków produktu p odbieranych w tygodniu w z lokalizacji l
	$L_{pwl} \geq 0$	0	-	minimalna liczba załadunków produktu p odbieranych w tygodniu w z lokalizacji l

Rys. 1. Arkusz obliczeniowy z rozwiązaniem przybliżonym znalezionym z zastosowaniem algorytmu ewolucyjnego dla minimalizowanego kryterium Cs_{pww} (dla produktu $p=1$).
Źródło: opracowanie własne

Produkt p=1	Zamówienia zablokowane					Zmieniany harmonogram											
	W=1	W=2	W=3	W=4	W=5	W=6	W=7	W=8	W=9	W=10	W=11	W=12	W=13	W=14	W=15	W=16	W=17
F_{pw} - prognoza sprzedaży [hl]	50,0	80,0	40,0	90,0	40,0	160,0	154,0	375,0	115,0	95,0	100,0	125,0	105,0	95,0	95,0	95,0	105,0
D_{pw} - wielkość dostaw [hl]	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	432,0	0,0	432,0	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	144,0	144,0	0,0	144,0
Cs_{pw} - zapas zamkniecia [hl]	350	270	374	428	388	660	506	563	448	353	397	416	311	360	409	314	353
Cs_{pww} - pokrycie zapasem [tyg]	5,8	3,3	3,9	2,6	2,3	3,7	3,0	3,5	4,1	3,4	3,8	4,0	3,1	3,7	4,2	3,1	3,4
$\overline{F_{pw}}$ - średnie zapotrzebowanie [hl]	60,0	82,0	96,8	163,8	168,8	179,8	167,8	162,0	108,0	104,0	104,0	103,0	99,0	97,5	98,3	100,0	105,0

Liczba dostaw	3	0	3	0	0	1	1	0	1	1	0	1
Liczba zamawianych palet x_{pw}	96	0	96	0	0	32	32	0	32	32	0	32

	$min(Cs_{pw})$	406	-	zapas zamknięcia produktu *p* w tygodniu *w* [hl]
Ograniczenia	$x_{pw} \in N \cup 0$	int	-	liczba zamawianych palet musi być naturalna lub równa 0
	$Cs_{pww} \geq Zb_{pw}$	3,00	-	bezpieczny poziom pokrycia zapasem produktu *p* [tyg]
	$Cs_{pw} \geq Zb_p$	100	-	zapas bezpieczeństwa produktu *p* [hl]
	$Cs_{pww} \leq Cs_{pwwMAX}$	15	-	maksymalny poziom pokrycia zapasem produktu *p* na zamknięciu tygodnia *w* [tyg]
	$Cs_{pw} \leq Cs_{pwMAX}$	800	-	maksymalny zapas zamknięcia produktu *p* w tygodniu *w* [hl]
	$L_{pwl} \leq D_{pw}$	5	-	maksymalna liczba załadunków produktu *p* odbieranych w tygodniu *w* z lokalizacji *l*
	$L_{pwl} \geq 0$	0	-	minimalna liczba załadunków produktu *p* odbieranych w tygodniu *w* z lokalizacji *l*

Rys. 2. Arkusz obliczeniowy z rozwiązaniem optymalnym znalezionym z zastosowaniem algorytmu GRG i simpleks dla minimalizowanego kryterium Cs_{pw} (dla produktu *p=1*).
Źródło: opracowanie własne

Aby bardziej przybliżyć problem do rzeczywistych realiów autorzy zaproponowali przetestowanie modelu i algorytmów dla przypadku kiedy z tej samej lokalizacji odbierane są dwa typy produktu *p=1* i *p=2* przy czym produkt *p=2* posiada te same atrybuty co *p=1* ale inny zapas startowy i inną prognozę sprzedaży. Ponadto zrezygnowano w tym wypadku z uproszczenia jakim było planowanie dostaw jedynie jednorodnych i zastąpiono je możliwością mieszania obu produktów. Dodatkowo zgodnie z intencją autorów zastosowano dużo dokładniejszą i docelową zmienną decyzyjną x_{pw} równą zamawianej liczbie palet produktu *p* w tygodniu *w*. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem algorytmu ewolucyjnego i metody simpleks. Jak się okazało w trakcie eksperymentu obliczeniowego poszukiwanie rozwiązania optymalnego było na tyle czasochłonne (obliczenia przerwano po godzinie), że konieczne było ograniczenie horyzontu czasowego przygotowywanego harmonogramu z 16 do 12 tygodni (z czego pierwsze 4 tygodnie zgodnie z założeniami są zablokowanym harmonogramem nie podlegającym zmianie).

W przypadku minimalizacji kryterium Cs_{pww} (poziom pokrycia zapasem) z zastosowaniem algorytmu ewolucyjnego uzyskano rezultat 3,71 [tyg]. Wykorzystując metodę simpleks znaleziono rozwiązanie, które powinno być optymalne a dla którego komórka celu osiągnęła wartość 3,28 [tyg]. Czas poszukiwania rozwiązania wynosił 2 minuty dla algorytmu ewolucyjnego oraz 8 minut dla metody simpleks.

W przypadku minimalizacji Cs_{pw} (zapas zamknięcia) udało się uzyskać inne rozwiązanie niż przy minimalizacji Cs_{pww} a czas poszukiwania rozwiązania był znacząco dłuższy. Dla algorytmu ewolucyjnego osiągnięto rezultat 341 [hl] w ok. 3 minuty natomiast dla metody simpleks w niewiele ponad 30 minut komórka celu pokazała 318 [hl].

Otrzymane wyniki są o tyle ciekawe, że rozwiązania uzyskane dla obu rozpatrywanych kryteriów obliczone metodą simpleks powinny być optymalne podczas gdy dla minimalizacji Cs_{pw} udało się uzyskać również nieco lepszy rezultat dla kryterium Cs_{pww}. Przy zastosowaniu rozwiązania optymalnego dla Cs_{pw} poziom pokrycia czyli Cs_{pww} wynosił 3,27 [tyg] podczas gdy minimalizując Cs_{pww} najlepszy rezultat jaki udało się osiągnąć to 3,28 [tyg]. Różnica wynika najprawdopodobniej z zaokrągleń solvera i niedokładności obliczeń arkusza Excel. Analogicznie obliczono wartość Cs_{pw} dla rozwiązania otrzymanego przez minimalizację kryterium Cs_{pww}. Otrzymana wartość tylko nieznacznie różniła się od optymalnej (319 [hl] dla rozwiązania otrzymanego przy minimalizowaniu Cs_{pww} w stosunku do 318 [hl] otrzymanych przy minimalizowaniu Cs_{pw}). W wyniku eksperymentu otrzymano zatem dwa różne rozwiązania, dla których wartości obu kryteriów są optymalne lub bardzo bliskie optymalnym. Różnice między oboma rozwiązaniami przedstawiono na poniższych rysunkach prezentujących arkusze obliczeniowe z rozwiązaniami optymalnymi dla obu kryteriów.

Produkt p=1 i p=2	Zamówienia zablokowane					Zmieniany harmonogram											
	W=1	W=2	W=3	W=4	W=5	W=6	W=7	W=8	W=9	W=10	W=11	W=12	W=13	W=14	W=15	W=16	W=17
F_{pw} - prognoza sprzedaży [hl]	50,0	80,0	40,0	90,0	40,0	160,0	154,0	375,0	115,0	95,0	100,0	125,0	105,0	95,0	95,0	95,0	105,0
D_{pw} - wielkość dostaw [hl]	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	328,5	108,0	355,5	0,0	36,0	99,0	121,5	94,5	n/d			
Cs_{pw} - zapas zamkniecia [hl]	350,0	270,0	374,0	428,0	388,0	556,5	510,5	491,0	376,0	317,0	316,0	312,5	302,0				
Cs_{pww} - pokrycie zapasem [tyg]	**5,8**	**3,3**	**3,9**	**2,6**	**2,3**	**3,1**	**3,0**	**3,0**	**3,5**	**3,0**	**3,0**	**3,0**	**3,1**				
$\overline{F}_{pw}$ - średnie zapotrzebowanie [hl]	60,0	82,0	96,8	163,8	168,8	179,8	167,8	162,0	108,0	104,0	104,0	103,0	99,0	97,5	98,3	100,0	105,0
F_{pw} - prognoza sprzedaży [hl]	40,0	70,0	35,0	80,0	90,0	45,0	120,0	90,0	130,0	46,0	70,0	65,0	80,0	95,0	50,0	75,0	80,0
D_{pw} - wielkość dostaw [hl]	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	103,5	76,5	54,0	126,0	22,5	72,0	67,5	90,0	n/d			
Cs_{pw} - zapas zamkniecia [hl]	250,0	180,0	289,0	353,0	263,0	321,5	278,0	242,0	238,0	214,5	216,5	219,0	229,0				
Cs_{pww} - pokrycie zapasem [tyg]	**4,0**	**2,8**	**3,9**	**4,2**	**2,8**	**3,7**	**3,0**	**3,0**	**3,0**	**3,0**	**3,0**	**3,0**	**3,0**				
$\overline{F}_{pw}$ - średnie zapotrzebowanie [hl]	63,0	64,0	74,0	85,0	95,0	86,2	91,2	80,2	78,2	71,2	72,0	73,0	76,0	75,0	68,3	77,5	80,0

Liczba zamawianych palet produktu p=1 (x_{1w})	73	24	79	0	8	22	27	21
Liczba zamawianych palet produktu p=2 (x_{2w})	23	17	12	28	5	16	15	20

	min(Cs_{pww})	3,28	-	średni poziom pokrycia zapasem produktów *p=1* i *p=2* na zamknięciu tygodnia *w* [tyg]
Ograniczenia	$x_{pw} \in C$	int	-	liczba zamawianych palet musi być naturalna lub równa 0
	$Cs_{pww} \geq Zb_{pw}$	3,00	-	bezpieczny poziom pokrycia zapasem produktu *p=1* i *p=2* [tyg]
	$Cs_{pw} \geq Zb_p$	100	-	zapas bezpieczeństwa produktu *p=1* i *p=2* [hl]
	$Cs_{pww} \leq Cs_{pwwMAX}$	15	-	maksymalny poziom pokrycia zapasem produktu *p=1* i *p=2* na zamknięciu tygodnia *w* [tyg]
	$Cs_{pw} \leq Cs_{pwMAX}$	800	-	maksymalny zapas zamknięcia produktu *p=1* i *p=2* w tygodniu *w* [hl]
	$x_{pw} \leq D_{pw} / h_p$	160	-	maksymalna liczba zamawianych palet produktu *p=1* i *p=2* odbieranych w tygodniu *w* z lokalizacji *l*
	$x_{pw} \geq 0$	0	-	minimalna liczba zamawianych palet produktu *p=1* i *p=2* odbieranych w tygodniu *w* z lokalizacji *l*

Rys. 3. Arkusz obliczeniowy z rozwiązaniem optymalnym znalezionym z zastosowaniem algorytmu simpleks dla minimalizowanego kryterium Cs_{pww} (dla produktów *p=1* i *p=2*).
Źródło: opracowanie własne

Produkt p=1 i p=2	Zamówienia zablokowane					Zmieniany harmonogram											
	W=1	W=2	W=3	W=4	W=5	W=6	W=7	W=8	W=9	W=10	W=11	W=12	W=13	W=14	W=15	W=16	W=17
F_{pw} - prognoza sprzedaży [hl]	50,0	80,0	40,0	90,0	40,0	160,0	154,0	375,0	115,0	95,0	100,0	125,0	105,0	95,0	95,0	95,0	105,0
D_{pw} - wielkość dostaw [hl]	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	324,0	112,5	355,5	0,0	36,0	99,0	121,5	94,5	n/d			
Cs_{pw} - zapas zamkniecia [hl]	**350**	**270**	**374**	**428**	**388**	**552**	**511**	**491**	**376**	**317**	**316**	**313**	**302**				
Cs_{pww} - pokrycie zapasem [tyg]	5,8	3,3	3,9	2,6	2,3	3,1	3,0	3,0	3,5	3,0	3,0	3,0	3,1				
$\overline{F}_{pw}$ - średnie zapotrzebowanie [hl]	60,0	82,0	96,8	163,8	168,8	179,8	167,8	162,0	108,0	104,0	104,0	103,0	99,0	97,5	98,3	100,0	105,0
F_{pw} - prognoza sprzedaży [hl]	40,0	70,0	35,0	80,0	90,0	45,0	120,0	90,0	130,0	46,0	70,0	65,0	80,0	95,0	50,0	75,0	80,0
D_{pw} - wielkość dostaw [hl]	0,0	0,0	144,0	144,0	0,0	85,5	94,5	54,0	126,0	22,5	72,0	67,5	90,0	n/d			
Cs_{pw} - zapas zamkniecia [hl]	**250**	**180**	**289**	**353**	**263**	**304**	**278**	**242**	**238**	**215**	**217**	**219**	**229**				
Cs_{pww} - pokrycie zapasem [tyg]	4,0	2,8	3,9	4,2	2,8	3,5	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0				
$\overline{F}_{pw}$ - średnie zapotrzebowanie [hl]	63,0	64,0	74,0	85,0	95,0	86,2	91,2	80,2	78,2	71,2	72,0	73,0	76,0	75,0	68,3	77,5	80,0

Liczba zamawianych palet produktu p=1 (x_{1w})	72	25	79	0	8	22	27	21
Liczba zamawianych palet produktu p=2 (x_{2w})	19	21	12	28	5	16	15	20

	min(Cs_{pw})	318	-	średni zapas zamknięcia produktu *p=1 i p=2* w tygodniu *w* [hl]
Ograniczenia	$x_{pw} \in C$	int	-	liczba zamawianych palet musi być naturalna lub równa 0
	$Cs_{pww} \geq Zb_{pw}$	3,00	-	bezpieczny poziom pokrycia zapasem produktu *p=1* i *p=2* [tyg]
	$Cs_{pw} \geq Zb_p$	100	-	zapas bezpieczeństwa produktu *p=1* i *p=2* [hl]
	$Cs_{pww} \leq Cs_{pwwMAX}$	15	-	maksymalny poziom pokrycia zapasem produktu *p=1* i *p=2* na zamknięciu tygodnia *w* [tyg]
	$Cs_{pw} \leq Cs_{pwMAX}$	800	-	maksymalny zapas zamknięcia produktu *p=1* i *p=2* w tygodniu *w* [hl]
	$x_{pw} \leq D_{pw} / h_p$	160	-	maksymalna liczba zamawianych palet produktu *p=1* i *p=2* odbieranych w tygodniu *w* z lokalizacji *l*
	$x_{pw} \geq 0$	0	-	minimalna liczba zamawianych palet produktu *p=1* i *p=2* odbieranych w tygodniu *w* z lokalizacji *l*

Rys. 4. Arkusz obliczeniowy z rozwiązaniem optymalnym znalezionym z zastosowaniem algorytmu simpleks dla minimalizowanego kryterium Cs_{pw} (dla produktów *p=1* i *p=2*).
Źródło: opracowanie własne

Podsumowane wyniki eksperymentów obliczeniowych dla obu kryteriów widoczne są w tabeli 1 oraz 2 poniżej.

Tablica 1. Wyniki optymalizacji dla kryterium pokrycia zapasem

		Dostawy p=1		Dostawy p=1 i p=2	
Kryterium	Algorytm	Wynik [tyg]	Czas [s]	Wynik [tyg]	Czas [s]
Pokrycie zapasem	Ewolucyjny	3,64	40	3,71	120
	Nieliniowy	3,59	660	n/d	n/d
	Simpleks	3,59	75	3,28	480

Źródło: opracowanie własne

Tablica 2. Wyniki optymalizacji dla kryterium średniego zapasu zamknięcia

		Dostawy p=1		Dostawy p=1 i p=2	
Kryterium	Algorytm	Wynik [hl]	Czas [s]	Wynik [hl]	Czas [s]
Średni zapas	Ewolucyjny	414	35	341	180
	Nieliniowy	406	660	n/d	n/d
	Simpleks	406	65	318	1 805

Źródło: opracowanie własne

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W niniejszym artykule zaprezentowano oryginalny model matematyczny odzwierciedlający kryteria i ograniczenia z jakimi spotyka się decydent przy harmonogramowaniu dostaw wyrobów alkoholowych z obszaru Unii Europejskiej. Łącznie zaprezentowano zapis matematyczny dla 7 minimalizowanych kryteriów oraz 7 ograniczeń dotyczących tych kryteriów. Model został przetestowany dla dwóch wybranych kryteriów. W wyniku obliczeń z wykorzystaniem narzędzia solver uzyskano dla obu kryteriów optymalne rozwiązania. Dla bardziej uproszczonego przypadku otrzymane rozwiązanie okazało się być identyczne zarówno dla pierwszego kryterium czyli zapasu wyrażonego w hektolitrach jak i dla drugiego kryterium jakim jest pokrycie zapasem wyrażone w tygodniach. Skłania to do określenia w przyszłości współczynnika korelacji między oboma kryteriami i ewentualnej rezygnacji z jednego z nich aby uniknąć ich redundancji [20]. Dla drugiego przypadku gdzie zastosowano inną zmienną decyzyjną i jednocześnie założono możliwość zamawiania dwóch produktów otrzymane rezultaty dla obu kryteriów były różne. Istotne jest, że udało się osiągnąć rozwiązanie optymalne dla obu kryteriów – średniego poziomu zapasu (Cs_{pw}) oraz pokrycia zapasem (Cs_{pww}). O ile w pierwszym przypadku algorytm ewolucyjny pozwolił na odnalezienie rozwiązania zbliżonego do optymalnego, o tyle w drugim różnice były dość znaczące a rozwiązanie optymalne okazało się być o ok. 7% - 13% lepsze od otrzymanego z wykorzystaniem algorytmu ewolucyjnego w zależności od minimalizowanego kryterium. Zarówno funkcja celu jak i ograniczenia dla testowanych kryteriów dały się przedstawić w postaci funkcji liniowej, dzięki czemu możliwe było zastosowanie do obliczeń nie tylko algorytmu ewolucyjnego i nieliniowego ale również metody simpleks, przeznaczonej wyłącznie do rozwiązywania problemów liniowych. Wyniki udało się uzyskać w racjonalnym czasie od kilkudziesięciu sekund do kilkudziesięciu minut w zależności od zastosowanego algorytmu i minimalizowanego kryterium. W zbliżonym czasie doświadczonemu planiście udało się intuicyjnie odnaleźć rozwiązanie optymalne dla pojedynczego produktu i rozwiązanie przybliżone gorsze o 3-9% od optymalnego dla przypadku optymalizacji dwóch produktów.

Poza dokładnym przetestowaniem całego modelu matematycznego jako cele dalszych badań nad problemem opisanym w artykule należy wymienić zgodnie z podejściem badań operacyjnych [28]:

- analizę oraz wybór metod pozwalających na rozwiązanie całości problemu decyzyjnego a nie jedynie optymalizacji poszczególnych kryteriów,
- opracowanie komputerowej implementacji wybranych metod i algorytmów,

- komputerowe eksperymenty obliczeniowe,
- analizę wyników, a także przegląd i ocenę rozwiązań.

Tak sformułowane zadania determinują dalsze kierunki działań autorów w zakresie rozwiązania wielokryterialnych problemów decyzyjnych w ramach wewnątrzwspólnotowego transportu towarów.

LITERATURA

[1] Cha B.C., Moon I.K., Park J.H.: *The joint replenishment and delivery scheduling of the one-warehouse, n-retailer system*. Transportation Research E 44, 2008, s. 720–730.

[2] Chen B., Chung-Yee L.: *Logistics scheduling with batching and transportation*. European Journal of Operational Research 189, 2008, s. 871–876.

[3] Cheng E. Wang X.: *Machine scheduling with job class setup and delivery considerations*. Computers & Operations Research 37, 2010, s. 1123–1128

[4] Ciesielski M.: *Instrumenty zarządzania łańcuchami dostaw*. Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, 2009.

[5] Garcia J.M., Lozano S.: *Production and delivery scheduling problem with time windows*. Computers & Industrial Engineering 48, 2005, s. 733–742.

[6] Grajek M.: *Harmonogramowanie dostaw wyrobów alkoholowych na obszarze Unii Europejskiej – rozpoznanie problemu (cz.1)*. Logistyka, Nr 5, 2011 (dział „Koncepcje i strategie logistyczne”).

[7] Guoqing W., Cheng E.: *Parallel machine scheduling with batch delivery costs*. Int. J. Production Economics 68, 2000, s. 177-183.

[8] Gupta J.N.D., Henning K., Werner F.: *Local Search Heuristic for Two-Stage Flow Shop Problems with Secondary Criterion*. Otto von Guericke Universität, Magdeburg 1999.

[9] Hall N., Potts Ch.: *The Coordination of Scheduling and Batch Deliveries*. Annals of Operations Research 135, 2005, s. 41–64.

[10] Herka W.: *Harmonogramowanie procesów ciągłych w warunkach niepewności jako wielokryterialny problem decyzyjny*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Informatyka Teoretyczna i Stosowana, Nr. 5, R. 4, 2004, s. 87-102.

[11] Hillier F.S., Lieberman G.J.: *Introduction to Operations Research 8th Edition*. Stanford University, 2005.

[12] http://www.solver.com

[13] Kopczak L.R., Lee H., Whang S.: *Note on Logistics in the Information Age*. Graduate School of Business Stanford University, 2000.

[14] Kovalyow M. Cheng E.: *Single Supplier Scheduling for Multiple Deliveries*. Annals of Operations Research 107, 2001, s. 51–63.

[15] Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G.: *Complexity of scheduling under precedence constraints*. Operations Research , Vol. 26, 1978, s. 22–35.

[16] Lixin T., Hua G.: *The coordination of transportation and batching scheduling*. Applied Mathematical Modelling 33, 2009, s. 3854–3862.

[17] P.R. Murphy, Jr. and D.F. Wood.: *Contemporary Logistics*. Pearson Prentice Hall, 2008.

[18] Peterson B, Hoeve W., Debo L.: *Bosch/Siemens Optimizes Inbound Logistics*. Tepper School of Business Working Paper, 2009.

[19] PN-EN 14943:2006 (U) *Usługi transportowe – Logistyka – Słownik terminów*. Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa, 2006.
[20] Roy B.: *Decision-Aid and Decision Making*. European Journal of Operational Research. Vol. 45, 1993, s. 184-203.
[21] Rutkowski K.: *Najlepsze praktyki w zarządzaniu łańcuchem dostaw*. Szkoła Główna Handlowa w Warszawie – Oficyna Wydawnicza, Warszawa, 2008.
[22] Śliwczyński B.: *Planowanie logistyczne*. Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań, 2008.
[23] Tang J., Yung K.L., Kaku I.,Yang J.: *The scheduling of deliveries in a production-distribution system with multiple buyers*. Annals of Operations Research 161, 2008, s. 5–23.
[24] *Terminologia logistyczna – pojęcia i ich definicje*. Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań, 1996.
[25] Xue D., Wang H., Norrie D.H.: *A fuzzy mathematics based optimal delivery scheduling approach*. Computers in Industry 45, 2001, s. 245–259.
[26] Zinder Ya.B. Shkurba V.V.: *Scheduling theory*. Encyclopaedia of Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2001.
[27] Żak J.(red.): *Metodyka Wielokryterialnego Wspomagania Decyzji w zastosowaniu do rozwiązań złożonych problemów decyzyjnych w transporcie drogowym*. Projekty badawcze 51-702/1999 (etap I), 51-740/2000 (etap II), 51-781/2001 (etap III), Politechnika Poznańska, Instytut Maszyn Roboczych i Pojazdów Samochodowych, Poznań, 1999-2001.
[28] Żak J.: *Wielokryterialne wspomaganie decyzji w transporcie drogowym*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2005.

CONSTRUCTION AND TESTING OF MATHEMATICAL MODEL FOR THE PROBLEM OF SCHEDULING OF ALCOHOL PRODUCTS DELIVERIES WITHIN THE AREA OF EUROPEAN UNION

Abstract

Deliveries scheduling plays a significant role in the activity and development of companies operating in the common European market. Specificity of the problem consists in consideration of the legal, organizational and logistic issues of trade within the area of European Union based on the assumption that excises goods are transported – in this case alcohol products.

The article refers to the previous publication under the same title in which the purpose was an identification of the problem. In accordance with the methodology of operational research authors undertakes to construct a mathematical model as a subsequent purpose of research problem.

The list of the general criteria and constrains, which are taken into account in the course of deliveries scheduling as well as mathematical notations and basic transformations are presented in the article. Based on the main assumption authors have begun a research with the use of the solver. The course and results of the research are described in the article.

Kyewords: deliveries scheduling, intra-Community acquisition