MUŚLEWSKI Łukasz[1]
BOJAR Piotr[1]
MIGAWA Klaudiusz[1]

Ocena jakości działania systemów transportowych z zastosowaniem elementów logiki rozmytej

Jakość działania, system transportowy, logika rozmyta

Streszczenie

Zagadnienia rozpatrywane w niniejszym opracowaniu dotyczą oceny jakości działania złożonych systemów transportowych z zastosowaniem elementów logiki rozmytej. Przedstawiono metodę oceny oraz ogólny model oceny jakości działania systemów. Na tej podstawie opracowano rozmyty model oceny, w którym zakres zmienności analizowanych cech systemu pokryty jest liczbami rozmytymi, natomiast ich ostre wartości stanowią dane wejściowe do modelu. Następnie przedstawiono rozmytą reprezentację: wartości cech opisujących system oraz wyznaczonych na ich podstawie wektorów jakości działania systemu.

ASSESSMENT OF TRANSPORT SYSTEMS OPERATION WITH THE USE OF FUZZY LOGIC

Abstract

The problems considered in this work are connected with an assessment of complex transportation systems operation quality with the use of fuzzy logic elements. A method of assessment and the general model of the systems operation quality evaluation has been presented. On this basis a fuzzy assessment model was worked out in which the range of variability of the system analyzed features is covered with fuzzy numbers, whereas their sharp values are input data for the model. Then, a fuzzy representation was demonstrated: values of features describing the system and determined on their basis vectors of the system operation quality.

1. METODA OCENY JAKOŚCI DZIAŁANIA SYSTEMU

Na podstawie analizy literatury przedmiotu oraz badań własnych zdefiniowano, że jakość działania system to: *zbiór cech systemu wyrażonych za pomocą ich wartości liczbowych w danej chwili t, wyznaczających stopień spełnienia stawianych wymagań* [8]**.**

Pojęcie kryterium zdefiniowano jako: jeden z istotnych warunków, nałożonych na wartość cechy, określający jakość przedmiotu analizy w danej chwili t. *Cecha to:* własność lub właściwość przedmiotu analizy. *Własnością nazywamy:* cechę wspólną dla wszystkich przedmiotów, wyrażającą się jako wielkość fizyczna *natomiast właściwością:* taką cechę, która pozwala odróżnić pewne obiekty, które tych cech nie posiadają *[6]*.

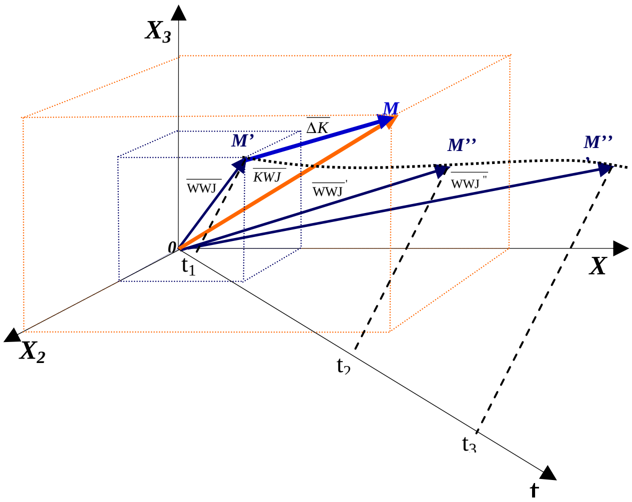
Proces oceny jakości działania systemu polega na zastosowaniu kolejno, każdego kryterium ze zbioru K, do wyróżnionych cech ze zbioru X, na podstawie pomierzonych ich wartości w chwili t (cechy mierzalne), lub stanów w których się one znajdują w danej chwili t (cechy niemierzalne), poprzez przyporządkowanie im odpowiednich wyróżników. W związku z tym poziom jakości działania systemu w danej chwili t, wyznacza zbiór wartości istotnych cech $\{X_i\}$ i=1,2,…,p przyjętych do jej opisu, z ustalonego punktów widzenia.

Na podstawie zbudowanego modelu wynikowego, wyznaczając wartości poszczególnych cech w chwili t, $t \in < t_0, t_k >$, jakość działania systemu można opisać za pomocą tzw. Wielowymiarowego Wektora Jakości. Zbiór cech przyjętych do opisu jakości jego działania $(X_1, X_2, \ldots, X_p)$ wyznacza p – wymiarową przestrzeń oceny. Jeżeli na poszczególnych osiach współrzędnych tej przestrzeni, odwzoruje się wartości wyróżnionych cech w danej chwili t, to można wyznaczyć punktu M' o współrzędnych $[k'_{x_1(t)}, k'_{x_2(t)}, \ldots, k'_{x_p(t)}]$. W przestrzeni wielowymiarowej punkt ten stanowi koniec wektora, którego początkiem jest początek układu współrzędnych. Wyznaczony wektor opisujący jakość działania systemu w chwili t, oznaczono symbolem $\overline{WWJ}$. Następnie w rozpatrywanej przestrzeni, na każdej z przyjętych osi współrzędnych, odwzorowując wzorcowe (pożądane) wartości cech, wyznaczono punkt M. Punkt M o współrzędnych $[k_{x_1}, k_{x_2}, \ldots, k_{x_p}]$, jest końcem wektora wzorcowego stanu jakości działania systemu, który nazwano Kryterialnym Wzorcem Jakości i oznaczono symbolem $\overline{KWJ}$. Odległość między końcami wektorów $\overline{KWJ}$ a $\overline{WWJ}$, w przyjętej przestrzeni p – wymiarowej, wyznacza ocenę jakości działania systemu ΔK. Można to zapisać w następujący sposób:

$$\overline{\Delta K} = \overline{KWJ} - \overline{WWJ} \quad (1)$$

[1]Wydział Inżynierii Mechanicznej UTP Bydgoszcz, Kaliskiego 7, 523408723, 85-789 Bydgoszcz e-mail: l.muslewski@wp.pl,

Ponieważ wartości wyróżnionych cech, pod wpływem oddziaływania czynników wymuszających, w czasie ulegają zmianie, to punkt M' (będący końcem wektora $\overline{WWJ}$), w przedziale czasu o długości Δt, w rozpatrywanej p – wymiarowej przestrzeni stanów, kreśli trajektorię, będącą odwzorowaniem zmian jakości działania systemu. Oznacza to, że jakość działania systemu jest zmienna w czasie, ponieważ na każdej osi, w rozpatrywanej p – wymiarowej przestrzeni, w czasie (t+Δt) zmianie ulegają wartości składowe wektora $\overline{WWJ}$.



Rys. 1. Geometryczna interpretacja oceny jakości działania systemu w przestrzeni R^3.

W ocenie jakości działania systemów, można również przyjąć pewne przedziały tolerancji (wartości graniczne dla poszczególnych cech) nałożone na wartości cech, będące składowymi wektora $\overline{KWJ}$. Wówczas w przestrzeni p – wymiarowej otrzymamy bryłę p – wymiarową, w środku której usytuowany będzie koniec wektora $\overline{KWJ}$. Utworzona w ten sposób bryła wyznacza p – wymiarową, wzorcową przestrzeń jakości działania systemu, którą oznaczono symbolem (W). W takim przypadku, ocenę jakości działania systemu wyznacza najkrótsza odległość położenia końca wektora $\overline{WWJ}$ (punktu M'), od wzorcowej przestrzeni jakości (W).

W ocenie jakości działania systemów rozważa się również przypadek, w którym dla wszystkich wartości cech wyznaczających punkt M' (będący końcem wektora $\overline{WWJ}$), wydziela się przedziały tolerancji. Wówczas w przestrzeni p – wymiarowej powstanie bryła p – wymiarowa, w środku której usytuowany będzie koniec wektora $\overline{WWJ}$. Utworzona w ten sposób bryła wyznacza p – wymiarową przestrzeń jakości działania systemu w chwili t. Przestrzeń tą nazwano rzeczywistą przestrzenią jakości działania systemu w chwili t i oznaczono symbolem (E). Wówczas ocenę jakości działania systemu $\overline{\Delta K}$ wyznacza najkrótsza odległość rzeczywistej od wzorcowej przestrzeni jakości [1].

2. ROZMYTA REPREZENTACJA WEKTORÓW JAKOŚCI DZIAŁANIA SYSTEMU

Zarówno kryterialny wektor jakości działania systemu jak i wektor wielowymiarowy jest definiowany, w zależności od wartości cech charakteryzujących system. Wartości optymalne i chwilowe cech, pozycjonują koniec wektorów jakości działania systemu w określonych punktach wielowymiarowej przestrzeni jakości. Dzieje się tak, w przypadku ostrej interpretacji wartości cech systemu. Sytuacja ta zmienia się, w przypadku reprezentacji cech systemu, w postaci zbiorów rozmytych. Wartość każdej z cech systemu przedstawiona jest w postaci zbioru rozmytego określonego dla innego uniwersum:

$$\begin{aligned} FS_1 &= \int_{X_1} \mu_{FS_1}(X_1) \,|\, (X_1) \\ FS_2 &= \int_{X_2} \mu_{FS_2}(X_2) \,|\, (X_2) \\ &\vdots \\ FS_n &= \int_{X_n} \mu_{FSn}(X_n) \,|\, (X_n) \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:

FS_i - rozmyta wartość cechy *i-tej*,

X_i - *i-ta* cecha opisująca system,

μ_{FS_i} - funkcja przynależności *i-tego* zbioru rozmytego.

W takim przypadku, koniec wektorów jakości: wielowymiarowego i kryterialnego, jest relacją wielowymiarowych projekcji cylindrycznych, płaskich zbiorów rozmytych [2]:

$$\begin{aligned} &ce(FS_1; X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n) = \int_{X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n} \mu_{FS_1}(X_1) \,|\, (X_1, X_2, \cdots, X_n) \\ &ce(FS_2; X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n) = \int_{X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n} \mu_{FS_2}(X_2) \,|\, (X_1, X_2, \cdots, X_n) \\ &\ldots \\ &ce(FS_n; X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n) = \int_{X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n} \mu_{FSn}(X_n) \,|\, (X_1, X_2, \cdots, X_n) \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie:

$ce(FS_i; X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n)$ - rozszerzenie cylindryczne *i-tego* zbioru rozmytego do przestrzeni *n* wymiarowej,

Wynikiem omawianej relacji jest obszar w przestrzeni wielowymiarowej, którego kształt zależy od przyjętego operatora *T-normy*. W praktycznych zastosowaniach proponuje się zastosowanie operatora *minimum* lub *iloczynu algebraicznego* [7].

Zgodnie z prezentowaną metodą oceny jakość działania systemów, jej ocena jest utożsamiana z odległością końców wektorów jakości: kryterialnego i wielowymiarowego. Przy rozmytym rozszerzeniu metody, końce wektorów przechodzą w wielowymiarowe obszary. Istnieje zatem konieczność wprowadzenia innej metody oceny jakości ich działania.

Analizując reprezentację graficzną wyników, wariantu rozmytego metody oceny jakości działania systemów, określono trzy przypadki położenia względnego obszarów: kryterialnego i wielowymiarowego. Obszary te mogą posiadać część wspólną, stykać się w punkcie lub też być rozłączne. Jest oczywiste, iż najwyższą jakość reprezentuje przypadek obszarów posiadających część wspólną, a następnie w kolejności przypadek obszarów stycznych i rozdzielnych. Powstaje jednak konieczność uszeregowania ocen w zakresie poszczególnych przypadków.

3. MODEL OCENY JAKOŚCI DZIAŁANIA SYSTEMU

Niech $X_i(t)$, i=1,2,…,p, oznacza cechę, będącą zmienną losową zależną od czasu, której realizacja w danej chwili t opisuje jakość działania systemu. Rozważa się wektor cech jakości postaci:

$$X(t) = \langle X_1(t), X_2(t), ..., X_p(t) \rangle \tag{4}$$

Składowa $X_i(t)$, i=1,2,…,p, wektora X(t), jest jednowymiarowym procesem losowym w przestrzeni R, opisującym i - tą cechę jakości działania systemu. Przy czym wektor X(t) jest p – wymiarowym procesem losowym opisującym całościowo jakość działania systemu w przestrzeni R^p, w danej chwili t. Wówczas zapis:

$$X : T \times \Omega \rightarrow R^p \tag{5}$$

oznacza, że dla każdej pary (t,ω), gdzie $t \in T, \omega \in \Omega$, X(t,ω) jest p – wymiarowym wektorem o składowych będących liczbami rzeczywistymi wyrażającymi wartości cech jakości badanego systemu w danej chwili t, gdzie:

X – p – wymiarowy proces losowy (w interpretacji geometrycznej odzwierciedlający wektor $\overline{WWJ}$**)**,
T = <0, +∞) - zbiór chwil czasowych,
Ω - zbiór zdarzeń elementarnych,
ω – zdarzenie elementarne,
R^p – p – wymiarowa przestrzeń złożona z wektorów postaci (x_1, x_2, …, x_p),
x_i – p – elementowe ciągi liczb; $x_i \in R$, i = 1, 2,…, p.

W celu dokonania oceny jakości działania badanego systemu, należy wyznaczyć taki zbiór istotnych cech jakości Z = X_i, i = 1,2,…,p, który dzieli się na n – rozłącznych podzbiorów $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$, spełniających poniższe zależności:

$$Z_i \cap Z_j = \varnothing \text{ dla } i \neq j;$$

$$Z(t) = Z_1(t) \cup Z_2(t) \cup \ldots \cup Z_n(t) \tag{6}$$

Każdy z n - tych podzbiorów Z_i, gdzie i=1,2,…,n, stanowi zbiór cech opisujących jakość działania poszczególnych elementów systemu. Liczność elementów systemu oraz opisujących go cech uzależniona jest od jego rodzaju, złożoności i charakterystyki.

W niniejszych rozważaniach przyjęto, że ocena jakości działania systemu transportowego jest odwzorowaniem postaci:

$$Y : T \times \Omega \rightarrow R \tag{7}$$

co oznacza, że Y(t,ω), $t \in T, \omega \in \Omega$, jest miarą jakości działania systemu w chwili t, zależną od zdarzenia elementarnego ω, gdzie:

Y – miara oceny jakości działania systemu, będąca funkcją wektora zmiennej losowej X(t), (odzwierciedlająca długość wektora $\overline{\Delta K}$**)**,
T = <0, +∞) - zbiór chwil czasowych,
Ω - zbiór zdarzeń elementarnych,

R – zbiór liczb rzeczywistych,
ω - zdarzenie elementarne.

4. ANALIZA ROZMYTA DANYCH WEJŚCIOWYCH MODELU ROZMYTEGO

Proces modelowania rozmytego realizuje się na podstawie analizy wartości cech, opisujących system z punktu widzenia jakości jego działania. W procesie tym, podstawowym problemem jest wyznaczenie, ze zbioru analizowanych cech tylko tych, które w najistotniejszy sposób wpływają na ocenę jakości jego działania. W tym celu stosuje się metodę wykresów średnich rozmytych. Dla otrzymanych, w wyniku badań eksploatacyjnych, wartości każdej z przyjętych cech, wyznacza się przekrój przez powierzchnię, dla ustalonej wartości zmiennej.

Do oceny jakości działania systemu, wyznaczono X_i i=1,2,…,p cech. W związku z tym funkcja jakości działania systemu przyjmuje postać:

$$Z_x(t) = f(X_1, ..., Xp) \tag{8}$$

gdzie:

$Z_x(t)$ – funkcja jakości działania systemu,

X_i – wartość i-tej cechy systemu, i = 1,2,…,p.

W celu przeprowadzenia analizy rzeczywistych danych, należy dokonać rozmycia wartości ustalonej dla przekroju punktami pomiarowymi. Eliminuje to problemy związane z nierównomiernym i nieciągłym pokryciem przestrzeni rozwiązań. Przynależność punktu pomiarowego do danego przekroju przyjęto w postaci funkcji Gaussa:

$$\mu(X_i^*) = \exp(-(\frac{X_i^* - X_i}{b})^2) \tag{9}$$

gdzie:

$\mu(X_i^*)$ – funkcja przynależności dla wartości ustalonej i-tej cechy systemu,

X_i^* – wartość ustalona i-tej cechy systemu,

b – szerokość rozwarcia funkcji przynależności.

Dla każdego przekroju oblicza się wartość średnią ważoną:

$$Z_{śr}(X_i) = \frac{\sum_{k=1}^{nwp} \mu(X_k) \cdot Z(wp_k)}{\sum_{k=1}^{nwp} \mu(X_k)} \tag{10}$$

gdzie:

nwp – liczba wektorów pomiarowych,

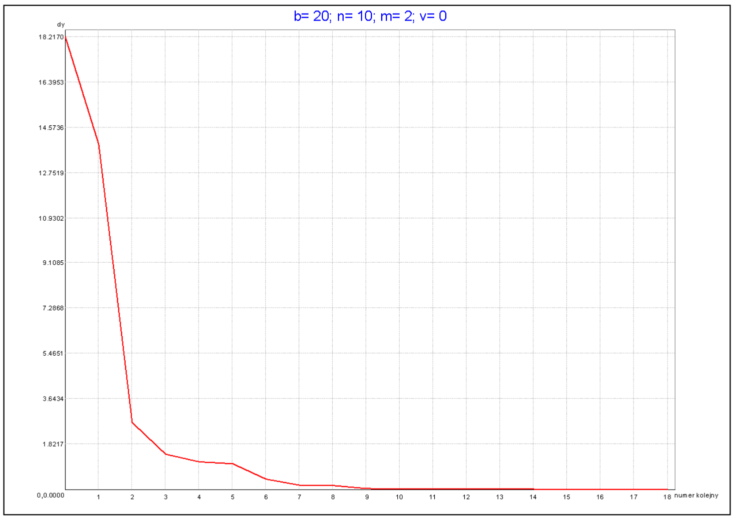
wp – wektor pomiarowy.

Wartości średnie przekrojów tworzą krzywą, której rozrzut jest miarą stopnia zależności wartości wyjściowej modelu od wartości wejściowej [3].

W trakcie realizacji badań dotyczących jakości działania systemu transportu miejskiego wyróżniono zbiór siedemnastu cech. Mając na uwadze weryfikację zbudowanego modelu, a w szczególności sprawdzenie nadmiarowości przyjętego zbioru cech oraz wyznaczenie ich istotności, zastosowano elementy teorii logiki rozmytej [9].

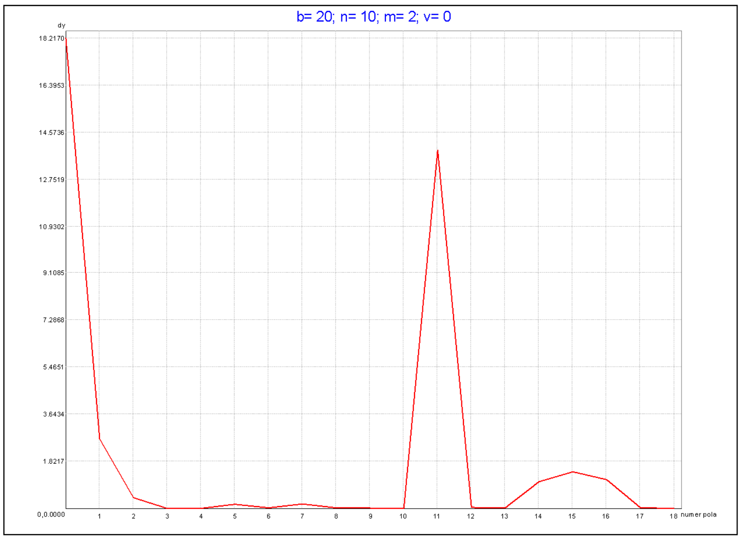
W tym celu wykorzystano metodę wykresów średnich rozmytych. Proces modelowania rozmytego dokonano na podstawie analizy wartości cech, wyznaczonych w wyniku badań eksploatacyjnych, opisujących system transportowy z punktu widzenia jakości jego działania. Dla wybranych wartości każdej z przyjętych cech, wyznaczono przekrój przez powierzchnię, dla ustalonej wartości zmiennej.

Jako współczynnik rozpiętości przyjęto funkcję przynależności o wartości 20%. Ustalono ilość przekrojów rozmytych równych 10 oraz opracowano metodę obliczania rozrzutu, jako wartości średniokwadratowej. Na bazie przeprowadzonej analizy postaci gradientowej średnich rozmytych (rys. 2), jako granicę istotności przyjęto wartość równą 0,01.



Rys. 2. Postać gradientowa średnich rozmytych

Natomiast na rysunku 3, zaprezentowano postać widmową średnich rozmytych. Wartość rozrzutu średnich rozmytych przedstawiono w tabeli 1

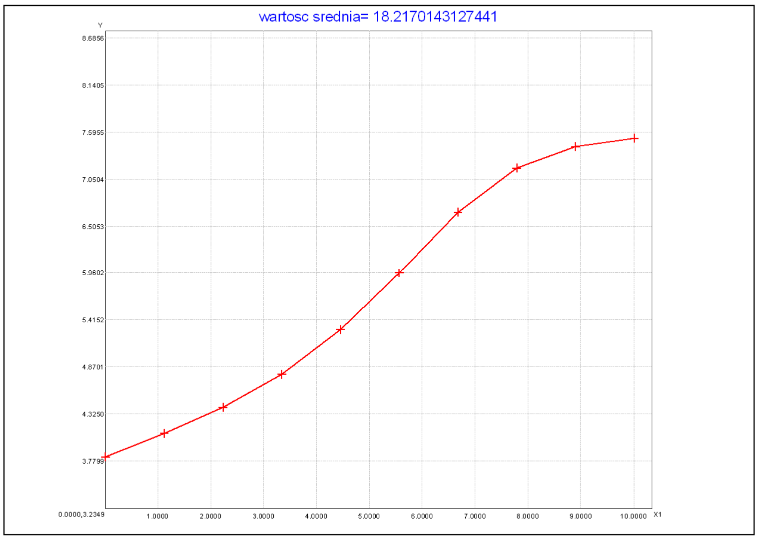


Rys. 3. Postać widmowa średnich rozmytych

Tab. 1. Wartości rozrzutu średnich rozmytych dla poszczególnych cech systemu transportowego

Cecha	Wartość rozrzutu
X_1	18.2170
X_2	0.0903
X_3	0.0167
X_4	0.0011
X_5	0.1714
X_6	0.0614
X_7	0.1613
X_8	0.1546
X_9	0.0219
X_{10}	0.0141
X_{11}	13.890
X_{12}	0.1429
X_{13}	0.1411
X_{14}	0.0228
X_{15}	1.1820
X_{16}	1.1798
X_{17}	0,0786

Przykładowe wykresy średnich rozmytych dla danej istotnej na przykładzie cechy X_1 przedstawiono na rysunku 4



Rys. 4. Postać wykresu średnich rozmytych dla danej istotnej na przykładzie cechy X_1

Na podstawie analizy postaci widmowej średnich rozmytych oraz wartości rozrzutu średnich rozmytych, wybrano dziewięć cech charakteryzujących się największą istotnością dla modelowanego procesu, które zamieszczono w tabeli 2.

Tab. 2. Cechy systemu transportowego wybrane jako parametry wejściowe modelu rozmytego w kolejności malejącej istotności

Nazwa cechy	Cechy	Wartość rozrzutu średniej rozmytej
Błędy popełnione przez kierowców	X_1	18.217
Stopień realizacji zadań przewozowych	X_{11}	13.890
Stan nawierzchni tras komunikacyjnych	X_{15}	1.1820
Stopień widoczności na poszczególnych trasach	X_{16}	1.1798
Stan ogumienia autobusów	X_5	0.1714
Suma kosztów eksploatacji autobusów	X_7	0.1613
Ergonomiczność autobusu	X_8	0,1546
Wartość emisji zanieczyszczeń	X_{12}	0,1429
Wartość emitowanego hałasu	X_{13}	0,1411

Na podstawie analizy wyników, z zastosowania metody wykresów średnich rozmytych, zweryfikowano postać wynikową modelu oceny jakości działania systemu. i na tej podstawie do dalszych badań przyjęto zbiór dziewięciu najistotniejszych cech.

W związku z powyższym, rozpatrywany wektor cech jakości $X_i(t)$ przyjmuje postać:

$$X(t) = \langle X_1(t), X_2(t), \ldots X_9(t) \rangle \tag{11}$$

5. ROZMYTA REPREZENTACJA WARTOŚCI CECH SYSTEMU

Założono, że zbiór cech przyjętych do oceny systemu, z punktu widzenia jakości jego działania, składa się z dwóch podzbiorów. Jeden z nich stanowi podzbiór cech, którego wartości określane są na podstawie zrealizowanych pomiarów i mają charakter ciągły. Natomiast drugi z podzbiorów zawiera cechy oceniane w sposób dyskretny, poprzez określenie stopnia spełnienia stawianych kryteriów, nałożonych na wartości poszczególnych cech [1].

W przypadku gdy wartości cech wyznaczane są na podstawie pomiarów, otrzymywana wartość określana jest z dokładnością urządzenia pomiarowego [5]. Nie można zatem określić jej w sposób dokładny, a tylko zdefiniować przedział w jakim dana wartość jest zawarta:

$$X_o(t) \in \left\langle X_p(t) - \delta_u, X_p(t) + \delta_u \right\rangle \tag{12}$$

gdzie:

$X_o(t)$ - wartość obliczeniowa cechy systemu,

$X_p(t)$ - wartość pomiarowa cechy systemu,

δ_u - błąd urządzenia pomiarowego.

Wartość ta jest dodatkowo obarczona błędem metody pomiarowej, w przypadku realizacji pomiaru pośredniego. Fakt ten powoduje konieczność przyjęcia przedziału tolerancji, który należy uwzględnić przy analizie otrzymanych wyników. W zwiazku z tym w niniejszym opracowaniu, przyjęto reprezentację rozważanego przedziału tolerancji, w postaci zbioru rozmytego.

W przypadku pomiarów zawierających strefy nieczułości, przedział tolerancji zamodelowano w postaci zbioru rozmytego typu *Π*:

$$FS_{\Pi}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le lrs \vee x \ge rrs \\ \dfrac{x - lrs}{lrk - lrs} & \text{dla } lrs < x \le lrk \\ 1 & \text{dla } lrk < x \le rrk \\ \dfrac{rrs - x}{rrs - rrk} & \text{dla r}rk < x < rrs \end{cases}; \tag{13}$$

gdzie:

$FS_{\Pi}(x)$ – funkcja przynależności dla zbioru rozmytego typu *Π*,

lrk – najmniejsza wartość należąca do jądra zbioru rozmytego,

lrs – najmniejsza wartość należąca do nośnika zbioru rozmytego,

rrk – największa wartość należąca do jądra zbioru rozmytego,

rrs – największa wartość należąca do nośnika zbioru rozmytego.

W pozostałych przypadkach, przedział tolerancji zamodelowano w postaci zbioru rozmytego typu *Λ*[4]:

$$FS_{\Lambda}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le lrs \vee x \ge rrs \\ \dfrac{x - lrs}{lrk - lrs} & \text{dla } lrs < x \le lrk \\ \dfrac{rrs - x}{rrs - lrk} & \text{dla } lrk < x < rrs \end{cases}; \tag{14}$$

gdzie:

$FS_{\Lambda}(x)$ - funkcja przynależności dla zbioru rozmytego typu *Λ*,

lrk – najmniejsza wartość należąca do jądra zbioru rozmytego,

lrs – najmniejsza wartość należąca do nośnika zbioru rozmytego,

rrs – największa wartość należąca do nośnika zbioru rozmytego.

Jako wartość modalną zbioru rozmytego przyjęto wartość pomiarową, natomiast jego nośnik jest równy przedziałowi uwzględnianej tolerancji.

W przypadku cech składających się na drugi z wyróżnionych podzbiorów, dokonana ocena może mieć charakter subiektywny. Jednocześnie przy zadanej dyskretnej skali ocen stopnia spełnienia zdefiniowanego kryterium, ocena jest określana z przybliżeniem, wynikającym z zastosowanej dyskretyzacji. Powyżej opisywaną niedokładność zamodelowano przy pomocy zbiorów rozmytych typu Λ i Π. Dla rozpatrywanego zbioru, przyjęto wartość modalną jako stopień spełnienia kryterium, natomiast jako nośnik - podwójną odległość pomiędzy dyskretnymi wartościami skali oceny.

6. PODSUMOWANIE

Zbudowany model ocenowy z zastosowaniem elementów logiki rozmytej stanowi uniwersalne narzędzie w ocenie jakości działania systemów socjotechnicznych, a w tym złożonych systemów eksploatacji środków transportu.

Należy jednak podkreślić ze, wiarygodność i dokładność otrzymanych wyników badań w istotny sposób zależy od sposobu oceny, adekwatności zastosowanych narzędzi oraz wyznaczenia, zgodnie z opracowaną metodą, zbioru najistotniejszych cech, wyróżnionych do budowy modelu wynikowego oceny danego systemu, z punktu widzenia jakości jego działania.

7. BIBLIOGRAFIA

[1] Muślewski Ł.: *Evaluation method of transport systems operation quality*. Polish Journal of Environmental Studies. Vol. 18, No. 2A. Hard, Olsztyn 2009.

[2] Łachwa A.: *Rozmyty świat zbiorów, liczb relacji, faktów, reguł i decyzji*. EXIT, Warszawa 2001.

[3] Pająk M.: *Optymalizacja harmonogramów remontów bloków energetycznych*. Praca doktorska. Politechnika Radomska, Radom 2004.
[4] Pająk M., Kalotka J.: *Biblioteka narzędziowa do tworzenia oprogramowania rozmytego i jej zastosowanie.* Prace naukowe - Elektryka 1(6). ITE, Radom 2004.
[5] Piegat A., *Modelowanie i sterowanie rozmyte*. EXIT, Warszawa
[6] Smalko Z.: *Podstawy eksploatacji technicznej pojazdów*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 1998.
[7] Von Altrock C.*: Industrial applications of fuzzy logic control*. INFORM GmbH.
[8] Woropay M., Muślewski Ł.: *Quality as a system on example of transport system*. Journal of KONES Internal Combustion Engines, Warszawa 2004.
[9] Woropay M., Muślewski Ł.: *Jakość w ujęciu systemowym*. ITE. Bydgoszcz – Radom 2005.