ALOT Zbigniew[1]

Modele statystyczne procesów logistycznych dla potrzeb ich oceny i kontroli

WSTĘP

Jedną z zasad przyjętych we współczesnym zarządzaniu organizacjami jest stosowanie podejścia procesowego. W podejściu tym postrzega się działania realizowane w organizacji jako system powiązanych ze sobą procesów. Pojęcie proces zdefiniowano w normach z zakresu zarządzania jakością jako „zbiór działań wzajemnie powiązanych lub wzajemnie oddziałujących, które przekształcają wejścia w wyjścia”.

Uzyskanie określonego poziomu jakości wyrobów lub usług wymaga wykonywania ich w stabilnych i powtarzalnych procesach (produkcyjnych), posiadających odpowiednią do potrzeb zdolność realizacji cech jakości wyrobów w ustalonym zakresie. Osiągnięcie takiego stanu procesów jest jednym z podstawowych zadań zarządzania, w tym zarządzania jakością. Tymczasem zmienność jest zjawiskiem naturalnym, stale występującym w praktyce. Właśnie ona jest powodem podejmowania działań regulacyjnych, szczególnie wtedy, gdy zmienność wyjść przekroczy pewien dopuszczalny w danych warunkach zakres. Wymaga to między innymi oceny i kontroli procesów jako składowych funkcji zarządzania.

W klasycznych zastosowaniach przyjmuje się, że wartości cech są zmiennymi losowymi podlegającymi rozkładowi normalnemu. Posługujemy się wówczas jednym klasycznym statystycznym modelem w kontroli, ocenie i sterowaniu procesem.

Założenie to w wielu przypadkach nie jest spełnione co prowadzi do błędnej realizacji tych funkcji i w efekcie wzrostu kosztów przedsiębiorstwa.

Celem artykułu jest przedstawienie propozycji zbioru modeli wykorzystywanych w statystycznym sterowaniu procesami produkcyjnymi oraz zastosowania ich również do oceny i kontroli szerszej klasy procesów logistycznych.

1. PARAMETRY NORMATYWNE PROCESÓW

Przedmiotem oceny i kontroli są cechy wyrobów i usług , które są rezultatem procesów lub cechy samych procesów. Wiele cech to cechy wymierne, dla których określono wartości najkorzystniejsze zwane wartościami nominalnymi T.

Zakres wartości dopuszczalnych właściwości liczbowej może być ograniczony z jednej strony lub z obu stron. Zatem granice mogą być dwojakiego rodzaju:

– granice dwustronne, składające się z granicy dolnej USL i górnej LSL,
– granice jednostronne, tj. granica dolna USL lub górna USL.

Jeśli wartość T nie została zdefiniowana, przyjmuje się najczęściej do obliczeń połowę przedziału tolerancji (USL÷ LSL) :

$$T = \frac{USL + LSL}{2} \tag{1}$$

We współczesnych koncepcjach zarządzania i sterowania jakością coraz powszechniej stosowana jest filozofia zaproponowana przez Taguchiego. Zakłada ona, że dla każdej cechy wyrobu (a także parametru procesu) można określić stan x_0, w którym wyrób najlepiej zaspokaja potrzeby użytkownika. Stan ten określić można jako docelowy lub optymalny. Odchylenie rzeczywistej

[1] Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, Wydział Mechaniczny; 26-600 Radom; ul. Malczewskiego 29. Tel. +48 48 3617665; e:mail: zbigniew.alot@uthrad.pl

wartości cechy od tego stanu związane jest ze stratą społeczną. Taguchi przyjął bowiem, że wyrób nie mający optymalnej charakterystyki, posiada niższą wartość użytkową, jest mniej odporny na działanie zakłóceń niż wyrób optymalny. Z powodu niepełnej wartości użytkowej, straty ponosi użytkownik oraz społeczeństwo. Dla każdej cechy istnieje unikatowa funkcja ustalająca zależność między odchyleniem cechy od wartości optymalnej a wartością ponoszonej straty. Funkcją proponowaną przez Taguchiego jest kwadratowa funkcja strat postaci [7, s.14], [3, s. 246]:

$$L(x) = k(x - x_0)^2 \tag{2}$$

gdzie:

k - stała wyliczana na podstawie straty ponoszonej w przypadku granicznym:

$$k = \frac{A}{x_g^{\;2}} \tag{3}$$

A - koszt produktu, jego przeróbki, usuwania itp.

x_g - wartość graniczna.

Zmienność parametrów procesów i wynikająca stąd zmienność cech wyrobów powoduje, że konieczna jest ocena tzw. naturalnej zmienności cech [10]. Jest to przedział wyznaczony przez dwa ograniczenia, oznaczane najczęściej w literaturze jako :

– UCL - górna granica kontrolna (Upper Control Limit),
– LCL - dolna granica kontrolna (Lower Control Limit).

Podstawą sterowania procesem jest konstatacja wynikająca z zasad rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, że w procesie uregulowanym kontrolowana właściwość kolejnych wyrobów powinna mieścić się wokół jej wartości oczekiwanej w naturalnych granicach. W klasycznych zastosowaniach przyjmuje się, że wartości cech podlegają rozkładowi normalnemu.

Ograniczenia UCL i LCL określane są jako wielokrotność standardowego odchylenia rozkładu prawdopodobieństwa zmian losowych procesu od wartości oczekiwanej.

W zależności od przyjętej wielokrotności, prawdopodobieństwo przekroczenia tych granic kontrolnych jest różne i maleje wraz ze wzrostem wielkości ograniczeń:

$$UCL = \mu + k \times \sigma \tag{4}$$

$$LCL = \mu - k \times \sigma \tag{5}$$

gdzie :

μ - wartość oczekiwana właściwości w procesie,

σ - odchylenie standardowe właściwości w procesie.

W praktycznych zastosowaniach wartość k najczęściej przyjmowana jest jako 3. Wartości k = 1 i 2 wykorzystywane są jako specjalne linie, tzw. linie ostrzegania i linie kontrolne wewnętrzne niezależnie od linii UCL i LCL – określanych liniami zewnętrznymi.

Przy takich założeniach prawdopodobieństwo występowania wartości cech w granicach kontrolnych wynosi 99,73 %. Przekroczenie przez kontrolowaną właściwość linii UCL lub LCL, których wartości wyznaczane są statystycznie na podstawie pomiarów z próby, oznacza rozregulowanie procesu.

Podstawowe zagadnienia związane z kontrolą przebiegu procesu to ustalenie, czy proces jest statystycznie uregulowany oraz czy rzeczywiste wartości właściwości wyrobu są zgodne z właściwościami normatywnymi. Ustalenia te realizuje się poprzez zastosowanie kart kontrolnych oraz obliczenia wskaźników zdolności i wydajności procesu. W przypadku powstania niezgodności podejmowana jest szczegółowa analiza merytoryczna i określone działania korygujące.

2. OCENA ZDOLNOŚCI I WYDAJNOŚCI PROCESÓW W MODELU KLASYCZNYM

Oprócz stabilności procesu, istotnym zagadnieniem jest zgodność kontrolowanej właściwości z wymaganiami technicznymi. Przyczynami jej braku może być :

– przemieszczenie wartości oczekiwanej właściwości (parametru) względem wartości nominalnej określonej w dokumentacji,

– niezgodność wartości odchylenia standardowego, powodująca możliwość przekroczenia przez niektóre egzemplarze wyrobu zadanej tolerancji dla właściwości,
– wystąpienie obu ww. zdarzeń jednocześnie.

Różnica UCL - LCL wyznacza tzw. właściwą zmienność procesu[2] [10, s. 31] (naturalny zakres procesu), która nie powinna być mniejsza niż wymagania określone dopuszczalną tolerancją dla danej właściwości.

Rzeczywistą zdolność procesu, wynikającą z naturalnych jego własności (położenia i rozproszenia) odniesionych do wymagań (technicznych), określa się różnymi wskaźnikami. Najczęściej dzieli się je na wskaźniki zdolności (możliwości) oraz wskaźniki wydajności (wykonania, wydolności) [10, s. 51,55]. Obie grupy są podobne w formułach matematycznych. Różnica między nimi wynika z przyjętego sposobu wyznaczania zmienności naturalnej procesu.

Ogólna formuła wskaźników:

$$w = \frac{\text{Przedział specyfikacji}}{\text{Przedział naturalnej zmienności}} = \frac{USL - LSL}{UCL - LCL} \quad (6)$$

Często próba losowa o wielkości M jest wynikiem gromadzenia danych w postaci niewielkich próbek n-elementowych, charakteryzujących proces w krótkim przedziale czasu. Wiele małych próbek w liczbie N, zgromadzonych w długim okresie, charakteryzuje proces kompleksowo, ujawniając różne czynniki wpływające na jego zmienność.

Kiedy zbiór danych składa się z wielu próbek o stałej liczności, takich jak dane zebrane do kart kontrolnych, zmienność wartości danej właściwości (rozproszenie zmiennej losowej) określić można dwoma sposobami, które tylko z pozoru są podobne. W rzeczywistości można obliczyć dwa różne wskaźniki zmienności.

Jeden, to zwykłe odchylenie standardowe wszystkich obserwacji (pomija się wtedy fakt, że dane składają się z wielu próbek):

$$\sigma_X = S_X = \sqrt{\frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{i=M}\left(X_i - \overline{X}\right)^2} \quad (7)$$

gdzie:
$\overline{X}$ - średnia w próbie losowej,
M – liczba obserwacji w próbie losowej.

Drugi jest estymatorem zmienności procesu na podstawie wewnętrznej zmienności w próbkach.

Wewnętrzna zmienność próbki z kolei określana być może na podstawie rozstępów, odchyleń standardowych lub wariancji. Zmienność cechy w populacji ustalana na podstawie średniej wartości rozstępów próbkowych (z próbek n-elementowych o stałej liczności) wynosi:

$$\sigma_X^R \approx \hat{\sigma}_X^R = \frac{\overline{R}}{d_2} = b_n \overline{R} \quad (8)$$

gdzie:

$$\overline{R} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=N} R_i \quad (9)$$

$$R_i = \max_j\{X_{ij}\} - \min_j\{X_{ij}\} \qquad \text{dla i= 1, …, N ; j = 1, ... ,n} \quad (10)$$

b_n, d_2 - wartości stałe zależne od wielkości próbki n.

Oszacowaniem odchylenia standardowego wartości zmiennej w populacji, w oparciu o odchylenia standardowe z próbek, jest średnia zmodyfikowanych wartości standardowych odchyleń próbkowych:

$$\sigma_X^S \approx \hat{\sigma}_X^S = a(n)\overline{S} = a(n)\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=N} S_i \qquad \text{dla i=1, …,N} \quad (11)$$

---

[2] Różnica ta określana jest nawet w normach takimi pojęciami jak naturalna zmienność procesu [10, s.19] czy też rozrzut procesu [11, s.15] albo przedział odniesienia [10, s.49].

$$S_i = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{j=n}\left(X_{ij}-\overline{X}_i\right)^2} \qquad \text{dla } j=1, \ldots, n \qquad (12)$$

S_i - odchylenie standardowe z i-tej próbki,

$\overline{X}_i$ - średnia z i-tej próbki,

$a(n)$ - stała wartość zależna od wielkości próbki.

Oszacowania odchylenia standardowego wartości zmiennej w populacji dokonać można również na podstawie wariancji z próbek:

$$\sigma_X^{S^2} \approx \hat{\sigma}_X^{S^2} = \overline{S}^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} S_i^2}{N}} \qquad (13)$$

N- liczba próbek składających się na próbę losową.

Należy jednak zauważyć, że estymowanie zmienności procesu na podstawie zmienności wewnątrz próbek jest dopuszczalne, jeśli proces jest stabilny statystycznie. Szczegółowa dyskusja na temat różnicy pomiędzy ogólną a wewnętrzną wariancją procesu jest przedstawiona w literaturze [2],[5].

Jeśli proces nie jest stabilny, między odchyleniem standardowym wyznaczonym na podstawie całej próby o wielkości M, a odchyleniem standardowym wyznaczonym na podstawie próbek n-elementowych, zachodzić mogą bardzo znaczące różnice w zależności od stopnia niestabilności procesu.

S. Kotz i N. Johnson podają w [4, s. 39-41], cytując również innych autorów, że zmienność stosowana we wskaźnikach zdolności (oznaczanych przez Cp) wyznaczana jest z reguły w oparciu o zmienność wewnątrzpróbkową, natomiast we wskaźnikach wykonania (Pp) w oparciu o zmienność na podstawie całej próby.

Podobnie, choć ogólniej, pojęcia wydajności i zdolności określono w normach [10] i [8].

Zdolność procesu to statystyczny estymator wyniku pomiaru właściwości procesu, w przypadku którego wykazano, że jest w stanie statystycznego uregulowania, opisujący zdolność wypełniania przez proces wymagań nałożonych na daną właściwość.

Wydajność procesu to miara statystyczna wyniku pomiaru właściwości procesu, który może nie być w stanie statystycznego uregulowania.

W nowych normach [10, s. 55], w odróżnieniu od poprzednich [11, s. 15-16], zauważa się problem z obliczaniem wskaźników na podstawie wewnętrznej zmienności, stwierdzając: „w przypadku rozkładu normalnego w pewnych okolicznościach odchylenie standardowe s_w może zastąpić całkowite odchylenie standardowe s_t.

Istotę różnicy między wskaźnikami bardziej oddają określenia – wskaźniki zdolności krótkoterminowej i długoterminowej [2, s. 14], stosowane szczególnie w przemyśle samochodowym. Krótkoterminowe rozważania dotyczące zdolności są oparte o pomiary zebrane z jednego przebiegu operacji. Jeżeli w tych danych nie ujawniają się przyczyny specjalne i proces jest w stanie statystycznego sterowania, można wyliczyć wskaźnik krótkoterminowy (w przyjętej nomenklaturze normy – zdolności procesu). Ten typ badań jest stosowany do weryfikacji początkowych sztuk wyrobu, wytwarzanych przez proces do zatwierdzenia przez klienta. Innym zastosowaniem, czasami nazywanym badaniem zdolności maszyny, jest weryfikacja, czy nowy lub zmodernizowany proces przebiega aktualnie w zakresie parametrów technicznych.

W obu grupach wskaźników istnieje kilka rodzajów. Rodzaje w obu grupach najczęściej posiadają podobne formuły.

Określa się wskaźniki zdolności takie jak: C_p, C_r, C_{pk}, C_{pl}, C_{pu} i K oraz wskaźniki wydajności (wykonania) P_p, P_r, P_{pk}, P_{pl} i P_{pu}.

Poniżej przedstawiono najczęściej stosowane rodzaje. Pozostałe prezentuje literatura [4],[5],[6].

Wskaźnik zdolności procesu (Potencjalna zdolność) - Cp:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma_x^{R,S,S^2}} \tag{14}$$

gdzie :

σ_x^{R,S,S^2} - jeden z estymatorów odchylenia standardowego populacji.

Jest to najprostszy i najbardziej bezpośredni wskaźnik zdolności procesu. Przy założeniu rozkładu normalnego wyników pomiaru i przyjęciu granic ±3 sigma, iloraz ten mówi, jaka część zakresu krzywej normalnej mieści się w zadanych granicach specyfikacji (o ile średnia jest zgodna z wartością nominalną, czyli proces jest wycentrowany).

Jeśli odchylenie standardowe populacji wyznacza się na podstawie całej próby obliczamy wówczas wskaźnik wydajności procesu (potencjalną wydajność):

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma_x} \tag{15}$$

Zasada ta dotyczy również obliczeń innych rodzajów wskaźników.

Górny/Dolny wskaźnik zdolności procesu (Dolna/górna potencjalna zdolność) – C_{pu}, C_{pl}.

Główną wadą wskaźników C_p jest możliwość dezinformacji, jeśli środek procesu nie pokrywa się ze środkiem przedziału tolerancji, czyli jeśli nie jest on wycentrowany. Dlatego stosuje się dodatkowo wskaźniki:

$$C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \tag{16}$$

$$C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \tag{17}$$

Minimalny wskaźnik zdolności procesu - C_{pk}

Całkowita potencjalna zdolność skorygowana o przesunięcie wartości oczekiwanej względem środka przedziału tolerancji (określana niekiedy wydajnością procesu):

$$C_{pk} = min\{C_{pl}; C_{pu}\} = min\left\{\frac{\mu - LSL}{3\sigma}; \frac{USL - \mu}{3\sigma}\right\} \tag{18}$$

Jeśli wartość oczekiwana pokrywa się ze środkiem przedziału tolerancji:

$$C_{pk} = C_p$$

3. MODELE PROCESÓW NIESTACJONARNYCH

Założenia przyjęte w klasycznym modelu (i klasycznym SPC) nie zawsze są adekwatne do sytuacji rzeczywistych, co musi być podstawową cechą każdego modelu.

Również aktualnie zalecane w PN-ISO 8258+AC1 [11, s. 16] podejście metodyczne do sterowania jakością jest typowym podejściem klasycznej analizy danych, zakładającej a priori model normalny rozkładu i koncentrującej się na estymacji jego parametrów. Zaznacza się tylko konieczność zbadania zgodności danych z rozkładem oraz stabilności procesu. Jeśli brak zgodności z rozkładem lub stabilności, procedura kończy się zaleceniem : „zlikwidować przyczyny wyznaczalne".

Praktyczne sytuacje w przemyśle doprowadziły do zmiany podejścia metodycznego, uznającego kilka klas modeli procesów, wśród których „procesy Shewharta" (normalne) stanowią tylko jedną klasę. Uznanie potrzeby wprowadzenia nowych modeli procesów przyjęło w niektórych krajach formę oficjalną w postaci wytycznych normalizacyjnych i zaleceń. Przykładem są tu Niemcy, gdzie w roku 2002 opracowano normę DIN 55319 – Qualitätsfähigkeitskenngrößen.

Również szereg zaleceń firmowych (np. Forda) zakłada jako podstawę do sterowania, konieczność analizy i identyfikacji procesu [2, s. 81,86] oraz stosowania specjalnych metod, jeśli rozkład jest niezgodny z normalnym.

Nowe podejście zostało formalnie wprowadzone w 2007 roku normą ISO 21747 [8]. Wyróżniono w niej osiem klas procesów nazwanych modelami rozkładu. Pojęcie „model rozkładu" zinterpretowano jako „konkretny rozkład lub klasa rozkładów [8, s. 1] [10, s. 47]. Rozkład właściwości w normie oznacza „informację o probabilistycznym zachowaniu się właściwości”, a „klasa rozkładów” „konkretną rodzinę rozkładów, której każdy członek ma takie same wspólne cechy, na podstawie których dana rodzina jest w pełni określona”.

Klasyfikacji dokonano na podstawie kryteriów:

– cechy położenia rozkładu (stałe, zmienne),
– cechy rozproszenia rozkładu (stałe, zmienne),
– cechy rozkładów chwilowych (normalne, inne jednomodalne, inne dowolnego kształtu)
– cechy rozkładu wynikowego (normalny, inny jednomodalny, inny dowolnego kształtu) .

Cechy położenia i rozproszenia dotyczą charakteru zmienności podstawowych parametrów rozkładu empirycznego. Cechy rozkładów (chwilowych i wynikowego) określają rodzaj rozkładu teoretycznego dobrze opisującego proces rzeczywisty (rozkład empiryczny).

Rozkład chwilowy charakteryzuje zachowanie właściwości podczas badania w krótkim okresie. Właściwości te wynikają z pomiarów małych próbek, składających się na próbę losową. Zwykle jest to przedział czasu, w trakcie którego próbka jest pobierana z procesu. Rozkład wynikowy, zwany czasem rozkładem wyjściowym procesu, uzyskiwany jest z obserwacji procesu w dłuższym przedziale czasu. Ujawniają się wtedy zmiany w położeniu rozkładów chwilowych, w rozproszeniu wyników pomiarowych, a nawet w innych parametrach rozkładu.

Modele rozkładów, zależne od czasu, podzielono na cztery główne kategorie:

A - procesy o stałym położeniu i rozproszeniu, w których rozkłady chwilowe nie zmieniają się i są zgodne z rozkładem wynikowym;
B - procesy o stałym położeniu ale zmiennym rozproszeniu;
C - procesy o stałym rozproszeniu lecz zmieniającym się w czasie położeniu;
D - procesy o zmiennych obu charakterystykach.

Modele klasy A oraz C posiadają podklasy wyróżnione z powodu ich praktycznego znaczenia [8, s. 14]. Różnią się one kształtem rozkładu wynikowego oraz przypadkami odchyleń od stanu stabilnego.

Pomimo istotnego znaczenia formalnego uznania przez normę ISO-21747 procesów niestacjonarnych w statystycznym sterowaniu procesami (SPC), w pracy zaproponowano własną ich klasyfikację, wykorzystując, poza kryteriami przyjętymi w normie, dodatkowe kryterium – „rozkład położenia chwilowego”. Przyjęto również jednoznaczny podział położenia i zmienności rozkładu.

Na podstawie analizy różnych przykładów praktycznych z badań własnych oraz prezentowanych w literaturze dokonano klasyfikacji procesów, przedstawionej w tablicy 1.

Tablica charakteryzuje syntetycznie poszczególne typy procesów. W ostatniej kolumnie podano również metodę oraz modele statystyczne rozkładów lub ich grupy możliwe do zastosowania przy określaniu „zdolności naturalnej procesu”.

Poszczególne oznaczenia w tablicy 1 określają następujące modele lub grupy rozkładów:

– IJMD – inny niż normalny rozkład jednomodalny,
– M1-NR – rozkład normalny „rozszerzony”,
– NN – rozkład nie normalny i nie jednomodalny,
– MRN – mieszanina rozkładów normalnych.

Rozkład normalny rozszerzony oznacza tu dopasowany rozkład statystyczny, w którym naturalna zmienność procesu została wyliczona z wykorzystaniem dodatkowej zmienności określonej w dalszej części wzorami (23) lub (24). Bliższa charakterystyka metod (M1, M2) wymienionych w kolumnie „Model procesu (rozkładu)” w tablicy 1 została przedstawiona w rozdziale 4.

Przydział konkretnego procesu rzeczywistego do określonego typu jest wynikiem rozwiązania szerszego i bardziej złożonego zagadnienia, jakim jest nieprezentowana w artykule metoda identyfikacji modelu procesu. Ogólną charakterystykę tej metody przedstawiono w [1].

4. OCENA WYDAJNOŚCI PROCESÓW NIESTACJONARNYCH

Jeżeli rozkład właściwości nie jest rozkładem normalnym albo proces jest niestacjonarny, obliczenia wskaźników zdolności zmieniają się w stosunku do części dotyczącej naturalnej zmienności procesu UCL – LCL. Przez analogię do rozkładu normalnego w innych rozkładach przyjmuje się również, że część populacji objęta przez przedział naturalnej zmienności oraz części znajdujące się powyżej linii UCL i poniżej linii LCL powinny być takie same jak w rozkładzie normalnym. Z uwagi na symetrię rozkładu normalnego części populacji na zewnątrz linii UCL i LCL są jednakowe.

Tab. 1. Charakterystyka typów procesów wraz z potencjalnymi modelami rozkładów statystycznych [opracowanie własne]

Typ procesu	Położenie chwilowe	Rozproszenie chwilowe (wariancja)	Rozkład położenia chwilowego (średnich)	Rozkład chwilowy danych (próbki)	Rozkład całkowity danych (populacji)	Model procesu (rozkładu)
A1	Stałe	Stałe	-	Normalny	Normalny	M1 (Normalny)
A2	Stałe	Stałe	-	Inny JMD	IJMD	M1- IJMD
B1	Zmienne	Stałe	IJMD	Normalny	Normalny	M2-a2-1 M1-NR1
B2	Zmienne	Stałe	Normalny	Normalny	NN	M1-MRN, M1-NR2 ≡ M2-a2-2
B3	Zmienne	Stałe	Trend liniowy	Normalny	NN	M1- MRN M2-a1
B4	Zmienne	Stałe	Normalny	Normalny	Normalny	M2-a2-1 M1-NR1
C1	Zmienne	Stałe	IJMD	Normalny	NN	M1-MRN
C2	Zmienne	Stałe	IJMD	IJMD	NN	M1-MRN
D1	Zmienne	Zmienne	IJMD	Normalny	NN	M1-MRN
D2	Zmienne	Zmienne	Normalny	IJMD	NN	M1-MRN
D3	Zmienne	Zmienne	NN	NN	NN	M1-MRN
E1	Stałe	Zmienne	-	Normalny	NN	M1- MRN M1-NR3 ≡ M2-a3
E2	Stałe	Zmienne	-	IJMD	NN	M1-MRN

M1-IJMD – dopasowany rozkład jednomodalny inny niż normalny,
M1-MRN – dopasowana mieszanina rozkładów normalnych,
M1-NR1 – rozkład normalny o wariancji całkowitej wg metody ANOVA (normalny rozszerzony),
M1-NR2 – rozkład normalny o wariancji całkowitej wg kombinacji wariancji położenia i wariancji chwilowej,
M1-NR3 – rozkład normalny o wariancji całkowitej wg mieszaniny rozkładów normalnych,
M2-a1 – metoda jawnego włączenia dodatkowej zmienności typu „a1”,
M2-a2-1 – metoda jawnego włączenia dodatkowej zmienności typu „a2-1”,
M2-a2-2 – metoda jawnego włączenia dodatkowej zmienności typu „a2-2”,
M2-a3 – metoda jawnego włączenia zróżnicowanej wariancji chwilowej.

Z analizy rozkładu normalnego wiemy, że linie UCL i LCL wyznaczają obszar obejmujący 99,73% populacji (pola pod krzywą rozkładu normalnego). Część poza tym obszarem to 0,27%, odpowiednio 0,135% powyżej UCL i 0,135% poniżej LCL. Linie te są więc kwantylami w rozkładzie normalnym rzędu: p=0,99865 – linia UCL, p=0,00135 – linia LCL. Wartość oczekiwana μ w rozkładzie normalnym to kwantyl rzędu p=0,5 czyli mediana.

Te trzy ogólne, charakterystyczne dla rozkładu wielkości są więc istotne również dla innych rozkładów niż normalny. Podane rzędy kwantyli dotyczą przypadku przyjęcia naturalnej zmienności procesu według reguły $k=3$ w formule $\mu \pm k * \sigma$. Jeśli przyjąć inną wartość k, należy wyznaczyć odpowiednie rzędy kwantyli na podstawie dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego.

Przyjmując dla dowolnego rozkładu oznaczenia:

M_e - mediana rozkładu (kwantyl rzędu p=0,5),

Q_L - kwantyl rzędu p=0,00135 (lub odpowiedni dla linii LCL według formuły $\mu \pm k * \sigma$),

Q_U - kwantyl rzędu p=0,99865 (lub odpowiedni dla linii UCL według formuły $\mu \pm k * \sigma$),

naturalny przedział zmienności procesu (przedział odniesienia według [10, s. 49]) wyznacza różnica:

$$\Delta = Q_U - Q_L \tag{19}$$

Odpowiednio górny i dolny przedział odniesienia określają zależności:

$$\Delta_U = Q_U - \hat{\mu}$$
$$\Delta_L = \hat{\mu} - Q_L \tag{20}$$

Ten sposób wyznaczania zmienności naturalnej nazywany jest metodą udziałów procentowych - M1. Stosuje się ją do obliczeń wskaźników wydajności dla rozkładów innych niż normalny. Jak widać jest ona bardziej ogólna. Zastosowana w przypadku rozkładu normalnego, daje takie same wartości wskaźników jak formuły opisane dla rozkładu normalnego. Obliczenia realizowane są jednak na całej próbie losowej, nie wynikają więc z charakterystyk chwilowych procesu (próbek n-elementowych).

W przypadku rozkładów innych niż normalny często zalecaną metodą określania położenia procesu jest przyjęcie [9, s. 13]:

$$\hat{\mu} = M_e$$

i wówczas górny i dolny przedział odniesienia określają zależności [9, s. 18, 27]:

$$\Delta_U = Q_U - M_e$$
$$\Delta_L = M_e - Q_L \tag{21}$$

W przypadku niektórych procesów o zmiennym położeniu lub rozproszeniu zastosować można metodę **M2 jawnego włączenia „dodatkowej zmienności”** (additional variation) procesu μ_{add} nie wynikającej ze zmienności chwilowej (zmienności w próbkach):

$$\Delta + \mu_{\mathrm{add}} = (\mathrm{UCL} - \mathrm{LCL}) + \mu_{\mathrm{add}} \tag{22}$$

Przedział odniesienia Δ określany jest tu na podstawie charakterystyk próbek, czyli zmienności chwilowej (krótkookresowej) procesu. Estymatory te zaniedbują zmienność między próbkami i tylko w takim przypadku zaleca się stosować metodę M2.

Dodatkowa zmienność według normy ISO-21747 określona może być na dwa sposoby:

$$\hat{\mu}_{\mathrm{add}} = \max_{i \in (1,N)} (\bar{x}_i) - \min_{i \in (1,N)} (\bar{x}_i) \text{ - według rozstępu średnich próbkowych,} \tag{23}$$

$$\hat{\mu}_{\mathrm{add}} = \mathit{wariancja}\ (\mathit{ANOVA}) \text{ - według metody analizy wariancji.} \tag{24}$$

Norma nie podaje jednak szczegółowego sposobu włączenia dodatkowej zmienności ustalonej metodą ANOVA ani modeli procesów, dla których należy zastosować odpowiedni wariant (23),(24) zmienności dodatkowej. Sposób (23) oznaczono w tabeli 1 jako M2-a1, a sposób (24) jako M2-a2-1.

Podstawowymi wskaźnikami oceny, w przypadku procesów niestacjonarnych (charakteryzujących się zmiennym położeniem lub rozproszeniem), są wskaźniki wykonania.

Formuły tych wskaźników, uwzględniające dodatkową zmienność oraz definicję przedziałów odniesienia (19), zapisać można następująco [8, s. 26] :

$$\mathrm{P_p} = \frac{\mathrm{USL} - LSL}{\Delta + \mu_{add}} \tag{25}$$

$$\mathrm{P_{pl}} = \frac{\mu - LSL}{\Delta_L + 1/2\,\mu_{add}} \tag{26}$$

$$\mathrm{P_{pu}} = \frac{USL - \mu}{\Delta_U + 1/2\,\mu_{add}} \tag{27}$$

Przedziały odniesienia określane są jednak w tym przypadku, jak to wyjaśniono wcześniej, na podstawie wewnętrznej zmienności procesu:

$$\begin{aligned} \Delta &= Q_U - Q_L = 6\hat{\sigma} \\ \Delta_U &= Q_U - \hat{\mu} = 3\hat{\sigma} \\ \Delta_L &= \hat{\mu} - Q_L = 3\hat{\sigma} \end{aligned} \tag{28}$$

Według wytycznych normy, zastosowanie metody M2 jest możliwe, jeśli próbki pochodzą z rozkładu normalnego, chociaż rozkład wynikowy może być inny niż normalny. Tylko wtedy na podstawie wariancji z próbek wyznaczyć możemy poprawnie naturalną zmienność powodowaną rozproszeniem chwilowym. W przypadku rozkładu normalnego stosować można estymatory wariancji $\hat{\sigma}$ postaci (8), (11), (13).

Jak widać z zależności (26), (27) w normie zakłada się, że dodatkowa zmienność rozłożona jest symetrycznie w stosunku do zmienności chwilowej, co nie zawsze jest prawdziwe.

W niektórych typach procesów (B2, E1) istnieje potencjalna możliwość zastosowania metody M2 z dodatkową zmiennością określaną w specjalny sposób. W tablicy 1 oznaczono to jako metody M2-a2-2 i M2-a3. W tych przypadkach łączne rozproszenie wyników pomiarowych, powodowane zmiennością systematyczną i losową, wyznaczyć można w sposób zbliżony do metody komponentów wariancyjnych. Spełnione są w tym zależności :

$$\Delta_U + 1/2\mu_{add} = 3\sigma_c \tag{29}$$

$$\Delta_L + 1/2\mu_{add} = 3\sigma_c \tag{30}$$

$$UCL_R = \mu + 3\sigma_c \tag{31}$$

$$LCL_R = \mu - 3\sigma_c \tag{32}$$

gdzie:

σ_c - odchylenie standardowe całkowite procesu,

UCL_R, LCL_R - granice zmienności w procesie o dodatkowej fluktuacji położenia, odpowiadające naturalnej zmienności procesu stabilnego oraz równoważne kwantylom Q_U i Q_L.

Wymaga to jednak pogłębionych badań. Postawić można jednak tezę, że dla tego typu procesów określić można szczegółowe zależności postaci:

$$UCL_R = f(\mu, \sigma_\varepsilon \sigma_\tau, n) \tag{33}$$

$$LCL_R = f(\mu, \sigma_\varepsilon \sigma_\tau, n) \tag{34}$$

gdzie :

σ_ε - odchylenie standardowe chwilowe procesu (w próbkach),

σ_τ - odchylenie standardowe międzygrupowe (między próbkami).

WNIOSKI

Zaprezentowane syntetycznie modele statystyczne procesów umożliwiają precyzyjną, realną ich charakterystykę. Daje to rzeczywisty obraz zdolności i wydajności procesów, a poprzez nie określenie możliwości spełniania wymagań. Jest to istotne zagadnienie praktyczne i teoretyczne. Rzeczywiste naturalne granice zmienności procesu stanowią bowiem normę odniesienia dla kontroli poprawności jego funkcjonowania.

Identyfikacja przynależności do poszczególnych typów jest zagadnieniem równie istotnym. Daje obraz rzeczywistych przyczyn niestabilności oraz kierunkuje działania doskonalenia procesu. Chociaż najszersze zastosowanie proponowanych modeli występuje w procesach produkcyjnych i stąd się wywodzi, nie ogranicza to ich zastosowania do tego obszaru. Z powodzeniem mogą być stosowane w szerokim zakresie procesów logistycznych, które mają jednak charakter powtarzalny, dający możliwość uzyskania próby losowej o wystarczającej wielkości z punktu widzenia estymacji parametrów statystycznych rozkładów i weryfikacji zgodności rozkładu empirycznego z rozkładem teoretycznym.

Streszczenie

Artykuł jest wynikiem badań nad identyfikacją modeli procesów produkcyjnych w warunkach założeń nieklasycznych dla potrzeb zarządzania jakością wyrobów. Przedstawiono w nim propozycje zastosowania modeli wykorzystywanych w statystycznym sterowaniu procesami do oceny i kontroli procesów logistycznych. Omówiono klasyczny model i wskaźniki przyjmujące za punkt wyjścia założenie o rozkładzie normalnym cech procesu.

Zaproponowano własną klasyfikację i wynikający z niej zbiór modeli dający możliwość bardziej precyzyjnego wyznaczania ich zdolności. Klasyfikacja ta wynika z zaleceń normy ISO 21747:2006 wprowadzającej modele dla procesów niestacjonarnych. Scharakteryzowano metody wyznaczania wydajności procesu w przypadku tej klasy procesów.

Statistical models of logistic processes for their evaluation and control

Abstract

This paper is the result of research for identification of production processes models in terms of non-classical assumptions for the quality management of products. It sets out propositions for the use of the models used in statistical control of the processes for the evaluation and control of logistic processes. It's discussed the classical model and indicators taking as a starting point the assumption of a characteristics normal distribution of the process.

Own classification was proposed with set of models resulting from it giving the possibility for a more precise determination of their ability. This classification follows the recommendations of ISO 21747:2006 norm introducing models for non-stationary processes. Methods for determining the performance of the process in case of this class of the processes were characterized.

BIBLIOGRAFIA

1. Alot Z., *Identyfikacja modeli procesów dla potrzeb sterowania jakością wyrobów w sferze produkcji.* XXII Krajowa Konferencja „Metody i zastosowania badań operacyjnych 2003", Uniwersytet Łódzki, Łódź 2003.
2. Chrysler, Ford, General Motors, *Statistical Process Control*, 1995, Southfieid, Ml: Automotive Industry Action Group, March.
3. Hamrol A., Mantura W., *Zarządzanie jakością. Teoria i praktyka.* Wyd. 3, WN PWN, Warszawa 2009.
4. Kotz S., Johnson N., *Process Capability Indices*. Chapman & Hall, London, New York 1993.
5. Montgomery D.C., *Introduction to statistical quality control*, Third edition. John Wiley & Sons, Inc. New York 1997.
6. Montgomery D.C., Runger G. C., *Applied Statistics and Probability for Engineers*, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York 2003.
7. Taguchi G., Elsayed E., Hsiang T., *Quality Engineering in Production Systems*. McGraw-Hill Book Co, Singapore 1989.
8. ISO 21747:2006. Statistical method – Process performance and capability statistics for measured quality characteristics.
9. ISO/TR 22514-4:2007. Statistical method in process management. Capability and performance. Part 4; Process capability estimates and performance measures.
10. PN-ISO 3534-2:2010. Statystyka. Słownik i symbole. Część 2: Statystyka stosowana. PKN, Warszawa.
11. PN-ISO 8258+AC1:1996. Karty kontrolne Shewharta. PKN, Warszawa.