

Justyna ŻUK¹
Andrzej BARTOSZEWICZ²

ZASTOSOWANIE NIESTACJONARNEJ HIPERPLASZCZYZNY ŚLIZGOWEJ DO STEROWANIA DYSKRETNYM OBIEKTEM DYNAMICZNYM

W referacie przedstawiono nową strategię ślizgowego sterowania, często spotykanym w logistyce, dyskretnym obiektem dynamicznym z opóźnieniem sygnału wejściowego i zakłóceniem nie spełniającym warunków dopasowania. Do zaprojektowania regulatora wykorzystano niestacjonarną hiperpłaszczyznę ślizgową, której parametry zostały dobrane tak, aby zagwarantować zbieżność uchybu regulacji do zera w skończonym, z góry zadanim czasie. Zastosowanie opracowanej metody nie powoduje występowania chatteringu oraz pozwala znacząco ograniczyć sygnał sterujący generowany w początkowej fazie procesu sterowania.

TIME-VARYING SLIDING HYPERPLANE DESIGN FOR CONTROL OF DISCRETE DYNAMIC SYSTEMS

In this paper a new sliding mode control strategy for, common in logistics, discrete dynamic systems with input delay and mismatched disturbance is proposed. The strategy employs a time-varying sliding hyperplane selected in such a way that the closed-loop system stability and finite time error convergence are ensured. Moreover, the system does not exhibit chattering and application of the moving hyperplane helps reduce an excessive magnitude of the initial control signal.

1. WSTĘP

Sterowanie ślizgowe [1, 2, 3] jest efektywną metodą regulacji, która zapewnia niewrażliwość ciągłych obiektów dynamicznych na zmiany parametrów modelu oraz zakłócenia zewnętrzne spełniające warunki dopasowania [4]. Zaletą regulatorów ślizgowych jest ich niewielka złożoność obliczeniowa oraz możliwość zastosowania do szerokiej klasy obiektów, w tym wielu obiektów nieliniowych oraz niestacjonarnych.

Ponieważ współczesne układy sterowania realizowane są zazwyczaj jako układy cyfrowe, w tym referacie została przedstawiona procedura projektowania dyskretnego regulatora ślizgowego [5, 6, 7] do sterowania istotnym i często, między innymi w logistyce,

¹Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki; 90-924 Łódź; ul. Stefanowskiego 18/22. Tel: +48 42 631-25-56;
E-mail: justyna.zuk@p.lodz.pl

²Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki; 90-924 Łódź; ul. Stefanowskiego 18/22. Tel: +48 42 631-25-58;
E-mail: andrzej.bartoszewicz@p.lodz.pl

spotykanym obiektem dynamicznym, jakim jest integrator z opóźnieniem sygnału wejściowego [8, 9, 10]. Do tego celu wykorzystano regulator z niestacjonarną hiperpłaszczyzną ślizgową o odpowiednio dobranych parametrach [5, 11, 12, 13, 14, 15], co gwarantuje asymptotyczną stabilność układu zamkniętego oraz zbieżność uchybu regulacji do zera w skończonym, z góry zadanym czasie [16], a także pozwala znacznie ograniczyć sygnał sterujący w początkowej chwili procesu sterowania.

2. MODEL OBIEKTU REGULACJI

Weźmy pod uwagę dyskretny obiekt dynamiczny z pojedynczym integratorem opisany transmitancją

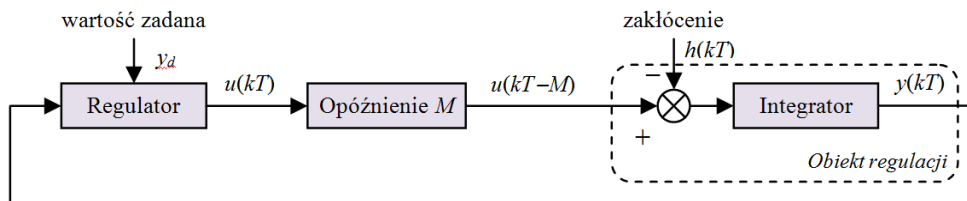
$$G(z) = \frac{z^{-mT}}{1-z^{-1}} \quad (1)$$

Schemat układu regulacji rozpatrywanego w dalszej części referatu przedstawia Rys.1. Przyjmujemy, że $u(kT)$ oznacza sygnał sterujący, wyznaczany przez regulator, natomiast $y(kT)$ sygnał wyjściowy obiektu regulacji, którego wartość zadana $y_d > 0$. Zakładamy, że wszystkie wielkości w rozpatrywanym układzie są generowane w stałych odstępach czasu kT , gdzie T jest okresem dyskretyzacji, a k nieujemną liczbą całkowitą $k = 0, 1, 2, \dots$. Dodatkowo uwzględniamy zakłócenie zewnętrzne, które modelujemy jako *a priori* nieznaną, ograniczoną funkcję czasu $h(kT)$ o dowolnym rozkładzie statystycznym

$$0 \leq h(kT) \leq h_{\max} \quad (2)$$

Ze względu na opóźnienie sygnału sterującego $M = mT$ oraz dyskretny charakter układu, sygnał odpowiedzi zależy od wartości zakłócenia oraz sygnału wygenerowanego przez regulator w m wcześniejszych chwilach próbkowania. Zakładając, że przed rozpoczęciem procesu sterowania regulator generuje zerowy sygnał $u(kT < 0) = 0$, wyrażenie określające $y(kT)$ zapisujemy następująco

$$y(kT) = \sum_{j=0}^{k-1} u(jT - M) - \sum_{j=0}^{k-1} h(jT) = \sum_{j=0}^{k-m-1} u(jT) - \sum_{j=0}^{k-1} h(jT). \quad (3)$$



Rys. 1. Model układu regulacji

Alternatywną do transmitancji operatorowej metodą reprezentacji rozważanego w referacie układu z pojedynczym elementem całkującym i opóźnieniem sygnału wejściowego jest opis w przestrzeni stanu za pomocą równań

$$\mathbf{x}[(k+1)T] = \mathbf{A}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{b}u(kT) + \mathbf{q}h(kT), \quad (4)$$

$$y(kT) = \mathbf{r}^T \mathbf{x}(kT), \quad (5)$$

gdzie $\mathbf{x}(kT) = [x_1(kT) \ x_2(kT) \ \dots \ x_n(kT)]^T$ oznacza wektor stanu, którego pierwszą zmienną przyjmujemy jako $x_1(kT) = y(kT)$. Natomiast kolejne zmienne x_i ($i = 2, 3, \dots, n$) wybieramy jako wielkości sygnału sterującego wygenerowanego przez regulator w $n-1$ wcześniejszych chwilach, a mianowicie

$$x_i(kT) = u[(k-n+i-1)T] \quad \text{dla } i = 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

Ponadto \mathbf{A} oznacza macierz stanu o wymiarze $n \times n$, z kolei \mathbf{b} , \mathbf{q} oraz \mathbf{r} są wektorami kolumnowymi o n składowych

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

przy czym rząd układu $n = m + 1 = (M/T) + 1$ zależy od okresu dyskretyzacji T oraz opóźnienia sygnału wejściowego $u(kT)$. W związku z powyższym równanie (4) można przedstawić za pomocą zmiennych stanu w równoważnej postaci

$$\begin{cases} x_1[(k+1)T] = x_1(kT) + x_2(kT) - h(kT) \\ x_2[(k+1)T] = x_3(kT) \\ \vdots \\ x_{n-1}[(k+1)T] = x_n(kT) \\ x_n[(k+1)T] = u(kT) \end{cases} \quad (8)$$

W dalszej części pracy wartość zadaną wektora stanu oznaczamy jako $\mathbf{x}_d = [x_{d1} \ x_{d2} \ \dots \ x_{dn}]^T$. Z układu równań (8) w stanie ustalonym, przy założeniu, że $h(kT) = 0$, otrzymujemy

$$\begin{aligned} x_{d1} &= x_{d1} + x_{d2} \\ x_{d2} &= x_{d3} \\ &\vdots \\ x_{d(n-1)} &= x_{dn} \end{aligned} \quad (9)$$

Z pierwszego równania w (9) wynika, że wówczas $x_{d2} = 0$. Natomiast z pozostałych równań dostajemy równości $x_{d2} = x_{d3} = \dots = x_{dn}$. A zatem, kiedy spełniony jest warunek $h(kT) = 0$,

wszystkie składowe x_{di} wektora \mathbf{x}_d dla $i = 2, \dots, n$ są równe zero. Oznaczając pierwszą składową x_{d1} reprezentującą wartość zadaną wielkości regulowanej przez y_d , otrzymujemy wektor wartości zadanych w postaci $\mathbf{x}_d = [y_d \ 0 \ \dots \ 0]^T$.

3. PROPONOWANA STRATEGIA STEROWANIA

W tym rozdziale przedstawiona zostanie procedura projektowania dyskretnego regulatora ślizgowego do sterowania obiektem, którego model został opisany w poprzednim punkcie. W algorytmie zostanie wykorzystana niestacjonarna hiperpłaszczyzna ślizgowa. Parametry płaszczyzny zostaną dobrane tak, aby w początkowej chwili procesu regulacji punkt opisujący stan układu leżał na tej płaszczyźnie. W kolejnych chwilach kT płaszczyzna monotonicznie przemieszcza się w kierunku początku układu współrzędnych, w skończonym, z góry określonym czasie osiągając punkt $(0, 0, \dots, 0)$, a następnie pozostaje nieruchoma.

Niech dana będzie płaszczyzna ślizgowa opisana, w dowolnej dyskretniej chwili $kT \geq 0$, równaniem postaci

$$s(kT) = \mathbf{c}^T \mathbf{e}(kT) + f(kT) = 0, \quad (10)$$

gdzie $\mathbf{c}^T = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]$ stanowi wektor parametrów płaszczyzny, przy czym $\mathbf{c}^T \mathbf{b} \neq 0$, $\mathbf{e}(kT) = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}(kT)$ reprezentuje uchyb regulacji, z kolei $f(kT)$ jest znaną *a priori* funkcją spełniającą następujące warunki

$$\bullet \quad f(0) = -\mathbf{c}^T \mathbf{e}(0); \quad (11)$$

$$\bullet \quad f(kT) \text{ jest ściśle monotoniczna w przedziale czasu } [0; k_f T]; \quad (12)$$

$$\bullet \quad f(kT) = 0 \text{ dla dowolnego } k \geq k_f. \quad (13)$$

Dodatnia całkowita stała k_f jest wybierana tak, aby poprzez odpowiedni dobór wartości sygnału sterującego w układzie zapewnić szybką zbieżność uchybu regulacji do zera. Innymi słowy, odpowiednio zdefiniowana funkcja $f(kT)$ gwarantuje dobrą jakość regulacji a jednocześnie pozwala osiągnąć znaczną redukcję wartości sygnału odpowiedzi regulatora w początkowej fazie procesu sterowania.

Zauważmy, że wobec równania (10) spełnienie warunku (11) gwarantuje, iż w chwili początkowej $kT = 0$ punkt opisujący stan układu należy do hiperpłaszczyzny ślizgowej. Z kolei drugi i trzeci warunek w definicji funkcji $f(kT)$ oznaczają monotoniczne przemieszczanie się płaszczyzny w kierunku początku układu współrzędnych, do chwili osiągnięcia przez nią, po z góry zadanim czasie, punktu $(0, 0, \dots, 0)$. Następnie, ponieważ dla $k \geq k_f$ funkcja $f(kT) = 0$, więc wyrażenie (12) przyjmuje postać $s(kT) = \mathbf{c}^T \mathbf{e}(kT) = 0$ i wówczas płaszczyzna pozostaje nieruchoma. Sposób wyznaczania parametrów c_i ($i = 1, 2, \dots, n$) przedstawiony zostanie w dalszej części tego punktu.

Funkcja $f(kT)$ może być na przykład zdefiniowana następująco

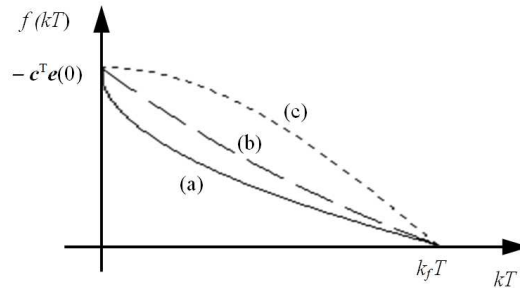
$$f(kT) = \begin{cases} \left(1 - 2e^{-\frac{k \ln 2}{k_f}}\right) \mathbf{c}^T \mathbf{e}(0) & \text{dla } k = 0, 1, \dots, k_f, \\ 0 & \text{dla } k < 0 \text{ oraz } k \geq k_f, \end{cases} \quad (14)$$

lub jako jedna z funkcji postaci

$$f(kT) = \begin{cases} \left(\sqrt{\frac{k}{k_f}} - 1 \right) \mathbf{c}^T \mathbf{e}(0) & \text{dla } k = 0, 1, \dots, k_f, \\ 0 & \text{dla } k < 0 \text{ oraz } k \geq k_f, \end{cases} \quad (15)$$

$$f(kT) = \begin{cases} \left(\cos \frac{\pi k}{2k_f} + 2 \sin \frac{\pi(k-k_f)}{2k_f} \right) \mathbf{c}^T \mathbf{e}(0) & \text{dla } k = 0, 1, \dots, k_f, \\ 0 & \text{dla } k < 0 \text{ oraz } k \geq k_f. \end{cases} \quad (16)$$

Graficzną ilustrację powyższych definicji przedstawia Rys.2.



Rys. 2. Funkcja $f(kT)$ według definicji (a) (14); (b) (15); (c) (16).

Z wyrażenia (10) dla $k + 1$ otrzymujemy

$$\mathbf{c}^T \mathbf{e}[(k+1)T] + f[(k+1)T] = 0. \quad (17)$$

Podstawiając do zależności (17) równanie (4) i chwilowo przyjmując $h(kT) = 0$, mamy

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x}_d - \mathbf{c}^T [\mathbf{A}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{b}u(kT)] + f[(k+1)T] = 0, \quad (18)$$

skąd wyprowadza się następujące prawo sterowania

$$u(kT) = (\mathbf{c}^T \mathbf{b})^{-1} \left\{ \mathbf{c}^T [\mathbf{x}_d - \mathbf{A}\mathbf{x}(kT)] + f[(k+1)T] \right\}. \quad (19)$$

Zauważmy, że z racji dokonanego założenia funkcja $h(kT)$ reprezentująca zakłócenie w rozważanym modelu układu jawnie nie występuje we wzorach (18) oraz (19). Nie oznacza to jednak, że wpływ zakłócenia jest tutaj pomijany. Wartość sygnału sterującego wyznaczanego przez algorytm zależy bowiem od wartości funkcji $h(kT)$ pośrednio poprzez $x_1(kT) = y(kT)$, określone zależnością (3).

Uwzględniając wyrażenie (19) w równaniu (4), otrzymujemy macierz stanu zamkniętego układu regulacji

$$A_c = \left[\mathbf{I}_n - \mathbf{b}(\mathbf{c}^T \mathbf{b})^{-1} \mathbf{c}^T \right] \mathbf{A}. \quad (20)$$

Z kolei wyznaczając wielomian charakterystyczny macierzy A_c otrzymujemy

$$\det(z\mathbf{I}_n - A_c) = z^n + \frac{c_{n-1} - c_n}{c_n} z^{n-1} + \frac{c_{n-2} - c_{n-1}}{c_n} z^{n-2} + \dots + \frac{c_1 - c_2}{c_n} z, \quad (21)$$

przy czym musi być spełniony warunek $c_n \neq 0$.

Jak wiadomo dyskretny liniowy układ regulacji jest asymptotycznie stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie wartości własne macierzy stanu tego układu znajdują się wewnątrz okręgu jednostkowego na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Z zależności (21) natychmiast wynika, że co najmniej jeden z pierwiastków charakterystycznych jest zlokalizowany w początku układu współrzędnych. A zatem w rozpatrywanym układzie oznaczając poszczególne pierwiastki przez $z_0, z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$ i przyjmując $z_0 = 0$ oraz $|z_i| < 1$ dla $i = 1, 2, \dots, n-1$, wielomian charakterystyczny można zapisać w następującej postaci

$$\begin{aligned} \det(z\mathbf{I}_n - A_c) &= z(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3) \dots (z - z_{n-1}) = \\ &= z^n - (z_1 + z_2 + \dots + z_{n-1})z^{n-1} + (z_1 z_2 + z_1 z_3 + \dots + z_{n-2} z_{n-1})z^{n-2} + \dots + (z_1 z_2 z_3 \dots z_{n-1})z = \\ &= z^n - \left(\sum_{i_1=1, \dots, n-1} z_{i_1} \right) z^{n-1} + \left(\sum_{\substack{i_1=1, \dots, n-2 \\ i_2=2, \dots, n-1 \\ i_1 < i_2}} z_{i_1} z_{i_2} \right) z^{n-2} - \left(\sum_{\substack{i_1=1, \dots, n-3 \\ i_2=2, \dots, n-2 \\ i_3=3, \dots, n-1 \\ i_1 < i_2 < i_3}} z_{i_1} z_{i_2} z_{i_3} \right) z^{n-3} + \dots + \left(\sum_{\substack{i_1=1, i_2=2, \\ \vdots \\ i_{n-1}=n-1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_{n-1}}} z_{i_1} z_{i_2} \dots z_{i_{n-1}} \right) z. \end{aligned} \quad (22)$$

W wyniku porównania współczynników przy odpowiednich potęgach zmiennej zespolonej z prawych stron wyrażeń (21) oraz (22), tj.

$$\frac{c_{n-p} - c_{n-p+1}}{c_n} = (-1)^p \sum_{\substack{i_1=1, \dots, n-p \\ \vdots \\ i_{p-1}=p-1, \dots, n-2 \\ i_p=p, \dots, n-1 \\ i_1 < \dots < i_{p-1} < i_p}} z_{i_1} z_{i_2} \dots z_{i_p} \quad \text{dla } p = 1, 2, \dots, n-1, \quad (23)$$

otrzymujemy zależność

$$c_i = c_n \left[1 + \sum_{p=1}^{n-i} (-1)^p \sum_{\substack{i_1=1, \dots, n-p \\ \vdots \\ i_{p-1}=p-1, \dots, n-2 \\ i_p=p, \dots, n-1 \\ i_1 < \dots < i_{p-1} < i_p}} z_{i_1} z_{i_2} \dots z_{i_p} \right] \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (24)$$

Wprowadzając pomocniczą stałą δ_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) reprezentującą wyrażenie w nawiasie kwadratowym relacji (24), w skrócie zapisujemy $c_i = c_n \delta_i$. W konsekwencji wektor \mathbf{c} parametrów niestacjonarnej hiperpłaszczyzny ślizgowej (10), gwarantujący stabilność zamkniętego układu regulacji, przyjmuje postać

$$\mathbf{c}^T = c_n [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \dots \quad \delta_{n-1} \quad 1]. \quad (25)$$

Po podstawieniu wyrażeń (7) i (25) do wzoru (19) zależność opisująca sygnał sterujący generowany przez regulator przyjmuje postać

$$\begin{aligned} u(kT) &= (\mathbf{c}^T \mathbf{b})^{-1} \mathbf{c}^T [\mathbf{x}_d - \mathbf{A}\mathbf{x}(kT)] = \\ &= \left(c_n [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \dots \quad \delta_{n-1} \quad 1] \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} c_n [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \dots \quad \delta_{n-1} \quad 1] \left\{ \begin{bmatrix} y_d \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \\ \vdots \\ x_n(kT) \end{bmatrix} \right\} = \\ &= [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \dots \quad \delta_{n-1} \quad 1] \begin{bmatrix} y_d - x_1(kT) - x_2(kT) \\ -x_3(kT) \\ \vdots \\ -x_n(kT) \\ 0 \end{bmatrix} = \delta_1 [y_d - x_1(kT)] - \sum_{i=2}^n \delta_{i-1} x_i(kT). \quad (26) \end{aligned}$$

Uwzględniając, to że $x_1(kT) = y(kT)$ oraz relację (6), powyższy wzór można zapisać jako

$$u(kT) = \delta_1 [y_d - y(kT)] - \sum_{j=1}^{n-1} \delta_j u[(k-j)T]. \quad (27)$$

Na koniec zauważmy, że w dyskretnym liniowym układzie n -tego rzędu uchyb regulacji zbiega do zera w skończonym czasie, gdy wszystkie pierwiastki wielomianu charakterystycznego są równe zero. Zatem, aby uzyskać tę właściwość, wielomian (21) powinien mieć postać

$$\det(z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_c) = z^n, \quad (28)$$

co oznacza $z_0 = z_1 = \dots = z_{n-1} = 0$ i w konsekwencji $\delta_i = 1$ dla każdego $i = 1, 2, \dots, n-1$. Wektor \mathbf{c} parametrów hiperpłaszczyzny ślizgowej (10), należy więc wybierać jako

$$\mathbf{c}^T = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] c_n. \quad (29)$$

Z kolei prawo sterowania w rozpatrywanym teraz przypadku przyjmuje następującą postać

$$u(kT) = y_d - x_1(kT) - \sum_{i=2}^n x_i(kT) = y_d - x_1(kT) - \sum_{j=1}^{n-1} u[(k-j)T]. \quad (30)$$

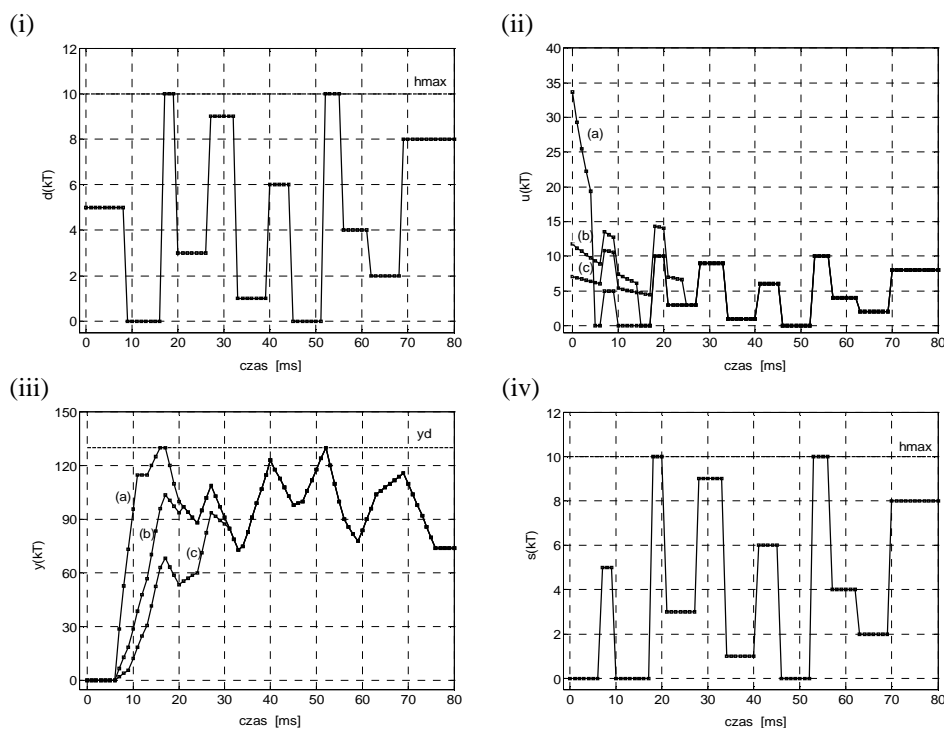
Tym spostrzeżeniem kończymy procedurę projektowania dyskretnego algorytmu sterowania obiektem całkującym z opóźnieniem sygnału wejściowego, który zapewni stabilność układu zamkniętego oraz zbieżność uchybu do zera w skończonym czasie.

3. PRZYKŁAD SYMULACYJNY

W celu weryfikacji przedstawionej strategii sterowania przeprowadzone zostały badania symulacyjne z wykorzystaniem pakietu Matlab-Simulink. Układ regulacji zamodelowano zgodnie z opisem zawartym w punkcie 2. Zakładając, że opóźnienie sygnału wejściowego wynosi $M = 6$ ms oraz przyjmując jako okres dyskretyzacji $T = 1$ ms, otrzymujemy $m = 6$, a stąd $n = m + 1 = 7$. Parametry hiperpłaszczyzny ślizgowej wybrano zgodnie z zależnością (29) $c_1 = c_2 = \dots = c_7 = 1$. Funkcję $f(kT)$ zdefiniowano wzorem (14), ustalając trzy różne wartości parametru k_f : 5, 15 oraz 25. Z kolei symulowane zakłócenie $h(kT)$ o maksymalnej wartości $h_{max} = 10$ pokazano na Rys.3(i). Wartość zadana wielkości regulowanej wynosi $y_d = 130$. Uzyskane wyniki ilustrują wykresy na Rys.3(ii)-(iv).

Przebiegi na Rys.3(ii) prezentują sygnał sterujący wyznaczony przez zaprojektowany regulator ślizgowy zgodnie z zależnością (27). Z kolei na Rys.3(iii) została pokazana wielkość wyjściowa rozpatrywanego układu sterowania. Na obu tych rysunkach zamieszczone zostały krzywe odpowiadające wielkościom $u(kT)$ oraz $y(kT)$ dla trzech różnych wartości stałej k_f . Jak łatwo zauważyć ten parametr ma duży wpływ na wielkość sygnału sterującego w początkowej fazie procesu regulacji, a mianowicie większa wartość k_f implikuje silniejszą redukcję wielkości sygnału $u(0)$. Ponadto z przebiegu $u(kT)$ widać, że w dowolnej chwili $kT \geq 0$ generowany sygnał przyjmuje zawsze wartości nieujemne i ograniczone od góry.

Z kolei na Rys.3(iv) widać, że wartości zmiennej przełączającej $s(kT)$ są zawsze nieujemne i pozostają w wąskim przedziale domkniętym $[0; h_{max}] = [0; 10]$. Fakt ten jest bezpośrednią konsekwencją nierówności (2). Przypomnijmy bowiem, iż w modelu (opisanym w Rozdziale 2) przyjęliśmy traktować jako jedyną dostępną informację na temat funkcji $h(kT)$ – jej nieujemność oraz ograniczenie od góry przez h_{max} . Ponieważ w referacie uwzględniamy zakłócenie nie spełniające warunków dopasowania, więc całkowite wyeliminowanie jego wpływu na stan układu nie jest możliwe. W efekcie algorytm zapewnia dochodzenie punktu opisującego dynamikę obiektu do hiperpłaszczyzny ślizgowej, co świadczy o spełnieniu warunku osiągnięcia ruchu ślizgowego [7], pozostaje jednak pod wpływem zakłócenia $h(kT)$, co uwidacznia się na przebiegach sygnału $u(kT)$ oraz zmiennej $s(kT)$. Celem sterowania nie jest zatem utrzymywanie punktu opisującego na hiperpłaszczyźnie ślizgowej przez cały czas od momentu, gdy po raz pierwszy ją osiągnie (tj. zapewnienie idealnego ruchu ślizgowego), lecz zagwarantowanie pozostawania tego punktu w bliskim otoczeniu hiperpłaszczyzny. Innymi słowy, zaproponowana w referacie metoda projektowania algorytmu sterowania ma na celu zapewnienie osiągnięcia ruchu quasi-ślizgowego. Zauważmy, że w rozpatrywanym teraz problemie sterowania istotnie nie wymaga się, aby w każdym kolejnym kroku algorytmu następowała zmiana znaku wartości funkcji $s(\cdot)$ (w odróżnieniu od definicji ruchu quasi-ślizgowego wprowadzonej w pracy [7]). W konsekwencji, na Rys.3(ii) oraz (iii) nie obserwujemy niekorzystnego zjawiska chatteringu, czyli oscylacji o skończonej i wysokiej częstotliwości mogących powodować w układach fizycznych nadmierne zużycie lub uszkodzenie elementów wykonawczych.



Rys. 3. (i) Zakłócenie $h(kT)$; (ii) Sygnał sterujący $u(kT)$ dla (a) $k_f = 5$; (b) $k_f = 15$; (c) $k_f = 25$; (iii) Sygnał odpowiedzi układu $y(kT)$ dla (a) $k_f = 5$; (b) $k_f = 15$; (c) $k_f = 25$; (iv) Zmienna ślizgowa $s(kT)$.

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W referacie omówiona została procedura projektowania dyskretnego regulatora ślizgowego wykorzystującego niestacjonarną hiperpłaszczyznę ślizgową do sterowania obiektem całkującym z opóźnieniem sygnału wejściowego. W rozważaniach uwzględniono wpływ zakłócenia zewnętrznego, które nie spełnia warunków dopasowania. Parametry hiperpłaszczyzny zostały dobrane tak, aby w początkowej chwili procesu regulacji punkt opisujący dynamikę układu leżał na tej płaszczyźnie. W kolejnych chwilach kT płaszczyzna monotonicznie przemieszcza się w kierunku początku układu współrzędnych, w skończonym, z góry określonym czasie osiągając punkt $(0, 0, \dots, 0)$. Wyniki badań symulacyjnych potwierdzają, że zastosowanie przedstawionej w referacie strategii sterowania gwarantuje asymptotyczną stabilność układu zamkniętego, zbieżność uchybu regulacji (bez oscylacji) do zera w skończonym czasie oraz pozwala znacząco ograniczyć sygnał sterujący w początkowej fazie procesu regulacji.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008 – 2010 jako projekt badawczy nr N N514 300035 pt. „Projektowanie powierzchni przełączeń do ślizgowego sterowania obiektami dynamicznymi”.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Utkin V.: *Variable structure systems with sliding modes*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 22, str. 212-222, 1977.
- [2] DeCarlo R.S., Zak S., Mathews G.: *Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial*. Proceedings of IEEE, Vol 76, No. 3, str. 212-232, 1988.
- [3] Slotine J.J., Li W.: *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall International Editions, 1991.
- [4] Draženović B.: *The invariance conditions in variable structure systems*. Automatica, Vol. 5, str. 287-295, 1969.
- [5] Bartoszewicz A.: *Discrete time quasi-sliding mode control strategies*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 45, No. 4, str. 633-637, 1998.
- [6] Furuta K.: *Sliding mode control of a discrete system*. Systems & Control Letters, Vol. 14, str. 145-152, 1990.
- [7] Gao W., Wang Y., Homaifa A.: *Discrete-time variable structure control systems*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 42, str. 117-122, 1995.
- [8] Ignaciuk P., Bartoszewicz A.: *LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 55, No. 1, str. 269-274, 2010.
- [9] Richard J.-P., Gouaisbaut F., Perruquetti W.: *Sliding mode control in the presence of delay*. Kybernetika, Vol. 37, No. 3, str. 277-294, 2001.
- [10] Richard J.-P.: *Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems*. Automatica, Vol. 39, str. 1667-1694, 2003.
- [11] Zhang D., Guo G.: *Discrete-time sliding mode proximate time optimal seek control of hard disk drives*. Proceedings of the IEE – Part D: Control Theory and Applications, Vol. 147, No. 4, str. 440-446, 2000.
- [12] Chakravarthini S.M., Bandyopadhyay B.: *Discrete output feedback sliding mode control – a moving switching surface approach*. Systems Science, Vol. 27, No. 3, str. 5-21, 2001.
- [13] Jinggang Z., Yibo Z., Zhimei C., Zhicheng Z.: *A control scheme based on discrete time varying sliding surface for position control systems*. Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, Hangzhou, Chiny, str. 1175-1178, 2004.
- [14] Sivert i in.: *Robust control of an induction machine drive using a time-varying sliding surface*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, str. 1369-1374, 2004.
- [15] Bartoszewicz A., Nowacka-Leverton A.: *Time-varying sliding modes for second and third order systems*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 382, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009.
- [16] Bartoszewicz A., Żuk J.: *Discrete time sliding mode flow controller for multi-source connection-oriented communication networks*. Journal of Vibration and Control, Vol. 15, No. 11, str. 1745-1760, 2009.