

Michał Kłodawski¹

Wydział Transportu, Politechnika Warszawska

Problem przydziału artykułów do lokacji w funkcji minimalizacji kosztów obiektu logistycznego

1. WPROWADZENIE

Efektywne zarządzania łańcuchem dostaw zależy od koordynacji, współpracy i działania wszystkich podmiotów i obiektów logistycznych wzdłuż łańcucha dostaw. Wobec tego każdy z elementów tego łańcucha musi usprawniać i optymalizować swoje działanie tak, aby towary lub usługi mogły być szybko i niezawodnie dostarczane i oferowane klientom przy jednoczesnej minimalizacji kosztów. Ze względu na różnorodność potrzeb klientów i szeroko rozwinięty rynek sprzedaży detalicznej, obsługa niejednorodnych asortymentowo strumieni ładunków odgrywa coraz większą rolę w łańcuchach dostaw. To z kolei powoduje, że coraz więcej uwagi poświęca się kwestii poprawy efektywności i zwiększania wydajności procesów magazynowych, ze szczególnym wyróżnieniem czynności kompletacyjnych, niezbędnych do realizacji zamówień w obiektach logistycznych.

Problematyka zwiększania wydajności oraz ograniczania kosztów utrzymania i funkcjonowania obiektów logistycznych jest skomplikowanym zagadnieniem, dekomponowanym często na szereg mniejszych pod-problemów (np. [11]). Skupia się zazwyczaj na ukształtowaniu i organizacji stref funkcjonalnych obiektów magazynowych (np. [8], [9], [10], [12]), doborze stosowanej w niej technologii transportu wewnętrznego i wyposażenia niemechanicznego, rozmieszczenia asortymentu w strefach funkcjonalnych (np. [1], [5], [6]), przydziału zasobów do zadań procesu magazynowego (np. [14]), generowania tras pracownikóW, reorganizacji procesu magazynowego, reorganizacji i usprawnienia procesu przepływu informacji, wdrożeniu narzędzi informatycznych wspomagających zarządzanie procesem magazynowym i wielu, wielu innych.

W niniejszym artykule główna uwaga skupiona zostanie na zagadnieniu rozmieszczenia artykułów w obiektach logistycznych i z nim związany będzie analizowany problem badawczy. Problem przydziału asortymentu do lokalizacji dotyczy podjęcia decyzji gdzie i jak składować zbiory artykułów poszczególnych rodzajów (jednostek asortymentowych), aby zapewnić optymalne działanie obiektu logistycznego [2]. Asortyment może być rozdzielany pomiędzy poszczególne strefy (oddziały) magazynu lub też przydzielany do konkretnych miejsc oferowania (składowania) w tych obszarach.

Decyzje dotyczące rozmieszczenia asortymentu w obiektach logistycznych wpływają na niemal wszystkie kluczowe wskaźniki i parametry realizowanego w nich procesu magazynowego, jak np. czasochłonność, wydajność i zasobochłonność procesu magazynowego i jego składowych (kompletacji, wysyłki), a także wielkość generowanych przez nie kosztów [4]. Wymagają one przy tym uwzględnienia szeregu zagadnień związanych z wyborem odpowiedniej metody, określeniem potrzebnej i dostępnej powierzchni i kubatury obiektu, zidentyfikowania wymogów artykułów związanych z ich składowaniem, itp.

W ramach problemu badawczego analizowanego w artykule opracowany zostanie model matematyczny rozmieszczenia artykułów w strefie kompletacji wg metody opartej na klasach asortymentu. Celem modelu jest taki podział artykułów na klasy i przydzielenie im odpowiednich lokacji w strefie kompletacji, dla którego koszty utrzymania powierzchni składowania i oferowania artykułów, a także koszty operacyjne procesu komisjonowania będą najniższe.

¹ mkloda@wt.pw.edu.pl

2. METODY PRZYDZIAŁU ARTYKUŁÓW DO LOKACJI W MAGAZYNIE

Istnieje wiele sposobów realizacji rozmieszczenia asortymentu (SKUs) w obiektach logistycznych. Do najczęściej stosowanych i analizowanych w literaturze problemu zalicza się m.in.: metodę losowego przydziału (*random storage*), metodę najbliższej wolnej lokalizacji (*closest open location storage*), metodę lokalizacji dedykowanych (*dedicated storage*), metodę całkowitego obrotu (*full turnover storage*), metodę przydziału według klas (*class-based storage*).

Wobec tego problem rozłożenia artykułów w strefie rezerw oraz strefie kompletacji może być rozwiązywany przez wykorzystanie różnych metod – począwszy od metod losowych, w których artykuły przydzielane są w sposób przypadkowy do wolnych miejsc składowania, przez metody najbliższego wolnego miejsca składowania i metody dedykowane (stałych miejsc składowania), aż po metody przydziału oparte na klasach.

W przypadku metod dedykowanych bardzo często omawianymi w literaturze obcojęzycznej jest metoda *volume-based*. W przypadku tej metody artykuły przydzielane są do miejsc składowania (oferowania) według ustalonego parametru, np. liczby pobrań na jednostkę czasu. Im częściej dane artykuły są pobierane tym bliżej punktu zdawczo-pobraniowego (startu/końca kompletacji) są lokowane.

Jak już zauważono, najczęściej stosowanymi metodami rozmieszczenia asortymentu są metody losowe, dedykowane i oparte na klasach [6]. Należy przy tym zwrócić uwagę na to, iż zarówno metody losowe jak i dedykowane są szczególną odmianą metod opartych na klasach. W przypadku losowych, wszystkie artykuły przydzielane są do jednej klasy, natomiast dedykowane zestawiają wszystkie produkty do niezależnych, rozdzielnych klas. Wobec tego wykorzystanie metod opartych na klasach niesie ze sobą konieczność określenia liczby klas asortymentu, odpowiedniego przydzielenia do nich produktów, a następnie poszczególnych klas do miejsc składowania i oferowania asortymentu.

Najlepiej znaną i najczęściej stosowaną metodą przydziału asortymentu do miejsc składowania/oferowania wg klas jest metoda ABC. Na jej podstawie wszystkie artykuły dzielone są na trzy grupy (klasy). W klasie A znajdują się artykuły najszybciej rotujące, w klasie B średnio-rotujące, natomiast w klasie C wolno-rotujące. Następnie całymi klasami są one przydzielane do miejsc składowania. I tak artykuły z klasy A lokalizowane są najbliżej punktu zdawczo-pobraniowego a następnie klasy B i C. Przydzielanie artykułów do miejsc oferowania wewnątrz klas jest losowe.

Metoda XYZ jest pewną odmianą metody Pareto (ABC) charakteryzującą się tym, iż asortyment przydzielany jest odpowiednio do klas X, Y oraz Z na podstawie przewidywanej regularności zapotrzebowania klientów (regularności pobrań ze strefy komisjonowania) na dany rodzaj asortymentu lub przewidywanej regularności wielkości jego zapotrzebowania (równomierności liczby pobieranych sztuk asortymentu). Pozycje asortymentowe o niewielkich wahaniami częstości i/lub wielkości pobrań grupowane są w klasie X, a te o charakterze większych wahań sezonowych i bardzo nieregularnym przepływie przydzielane są odpowiednio do klas Y oraz Z.

Należy również zauważyć, iż istnieje wiele innych kryteriów przydziału asortymentu do klas. Jednym z nich jest kryterium, które bierze pod uwagę zarówno popularność rodzajów asortymentowych (częstość ich zamawiania) jak i ich wymagania co do powierzchni składowania (najczęściej wyrażone w m² lub liczbie miejsc składowania). Kryterium to nosi nazwę COI (*cube-per-order index*) i po raz pierwszy zostało przedstawione w [7]. Definiuje się je jako stosunek powierzchni wymaganej do składowania danego rodzaju asortymentu i jego popularności (czyli jego częstości występowania w zamówieniach klientów, listach kompletacyjnych, zleceniach pobrań w magazynie, itp.).

Alternatywą do przedstawionych powyżej metod rozmieszczenia asortymentu jest metoda grupowania rodzinnego. Wykorzystuje ona powiązania i wspólne cechy różnego rodzaju asortymentu. Zazwyczaj na potrzebę jej wykorzystania niezbędne jest stosowanie metod statystycznych pozwalających na estymację wskaźnika korelacji pomiędzy poszczególnymi charakterystykami rodzajów asortymentu. Zgodnie z założeniami grupowania rodzinnego blisko siebie mogą być składowane artykuły, które np. często pojawiają się wspólnie w zamówieniach klientów [1]. Dla przykładu w publikacji [15] zaprezentowano tzw. metodę rozmieszczenia asortymentu zorientowaną na zamówienia klientów (z ang. *order oriented slotting policy*), która lokowała obok siebie pary artykułów, które wielokrotnie wspólnie pojawiały się na zleceniach kompletacji.

3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU BADAWCZEGO

3.1. Wprowadzenie do badań

Zagadnienie rozmieszczenia artykułów w magazynie według metod opartych na klasach wymaga rozważenia aspektu doboru odpowiedniej liczby i wielkości klas, do których przypisywane są poszczególne jednostki asortymentowe (SKUs), a także przydzielenia im odpowiednich lokacji w magazynie. W przypadku, gdy produkty przydzielane będą do niewielkiej liczby dużych klas może dojść do sytuacji, w której wysoko-rotujące produkty zostaną przydzielone do mniej dogodnych lokalizacji. Powodem tego może być to, iż w chwili ich dostarczenia lepsze (np. z punktu widzenia odległości od miejsca startu/końca kompletacji) miejsca składowania będą już zajęte przez produkty wolniej rotujące, należące do tej samej klasy, ale dostarczone wcześniej. W celu ograniczenia tego typu sytuacji stosowane są wieloklasowe metody rozmieszczenia asortymentu. Zauważono bowiem [3], iż przy takiej samej liczbie dostępnych miejsc składowania metody wielo-klasowego rozmieszczenia asortymentu mogą prowadzić do mniejszych średnich długości dróg kompletacji w porównaniu z metodami wykorzystującymi małą liczbę klas. Podobne badania prowadzone były w [16], [17]. W publikacjach zajęto się problemem doboru liczby i formułowania klas asortymentowych dla metody COI na potrzeby ich późniejszego przydzielenia do miejsc składowania. Celem autorów było ograniczenie powierzchni strefy kompletacji, redukcja kosztów utrzymania miejsc składowania i kompletacji oraz opracowanie efektywnej procedury osiągania rozwiązań optymalnych z punktu widzenia wspomnianych kryteriów. Dodatkowo w 1990r. Geotschalckx i Ratliff [5] dowiedli, iż wykorzystanie metody składowania n -klasowego (wielo-klasowego) z kryterium COI, przy założeniu, że produkty z najniższą wartością parametru COI będą umieszczane w najdogodniejszych lokalizacjach (np. najbliższej punktu startu/końca kompletacji), umożliwia osiągnięcie rozwiązania optymalnego z punktu widzenia czasu kompletacji.

Dla zilustrowania zależności pomiędzy liczbą klas asortymentu przydzielanego do odpowiednich miejsc składowania/oferowania w magazynie, a długościami dróg pokonywanych podczas realizacji procesów pobierania asortymentu oraz wynikającymi z tego kosztami utrzymania miejsc składowania/oferowania i kosztami operacyjnymi w dalszej części artykułu przedstawiono krótki przykład.

W tabeli 1 zestawiono dane trzech typów produktów wraz z ich planowanym zapasem w czterech przykładowych okresach czasu oraz średnim zapotrzebowaniem wyrażonym w jednostkach magazynowych. Następnie w tabelach 2 - 5 przedstawiono wynikające z nich zapotrzebowanie na miejsca składowania, wartości parametru COI oraz średnie długości dróg cykli pobierania i uzupełniania jednostek w strefie ich składowania. Długości dróg mierzone są do środków ciężkości podstref zajmowanych przez poszczególne klasy asortymentu oraz wyrażone w jednostkach umownych (j.u.), przy założeniu, że jedna jednostka jest równa szerokości pojedynczego miejsca składowania. Dodatkowo na rysunku 1a - d graficznie zaprezentowano przydzielenie klas produktów do lokalizacji odpowiednio wg dedykowanej metody przydziału asortymentu z podziałem na trzy klasy, metody przydziału asortymentu opartej na dwóch klasach (stała liczba miejsc składowania), metody przydziału asortymentu opartej na dwóch klasach (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania), metody przydziału asortymentu opartej na jednej klasie (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania).

Tabela 1. Dane i zapotrzebowania na asortyment w danych okresach czasu

Produkt	Planowany zapas jednostek w danym okresie [jm]				Przydzielona liczba miejsc [jm]	Średnie zapotrzebowanie w okresie [jm]
	1	2	3	4		
$p1$	10	10	15	5	15	10
$p2$	25	20	20	20	25	20
$p3$	10	10	5	15	15	5

Źródło: opracowanie własne na podstawie [16].

Tabela 2. Metoda przydziału asortymentu z podziałem na trzy klasy (przypadek składowania dedykowanego ze względu na liczbę klas równą liczbie rodzajów asortymentu)

Nr klasy	Przydzielony produkt	Planowana liczba jednostek w danym okresie				Przydzielona liczba miejsc	Średnie zapotrzebowanie	COI	Przydział do lokalizacji	Średnia długość drogi [j.u.]
		1	2	3	4					
1	<i>p1</i>	10	10	15	10	15	10	1,5	Rys. 1a	$2 \cdot \left(\begin{matrix} 10 \cdot 6,5 + \\ 20 \cdot 2,5 + \\ 5 \cdot 9,5 \end{matrix} \right) = 325$
2	<i>p2</i>	25	20	20	20	25	20	1,25		
3	<i>p3</i>	10	10	5	15	15	5	3		

Źródło: opracowanie własne na podstawie [16].

Tabela 3. Metoda przydziału asortymentu z podziałem na dwie klasy (stała liczba miejsc składowania)

Nr klasy	Przydzielony produkt	Planowana liczba jednostek w danym okresie				Przydzielona liczba miejsc	Średnie zapotrzebowanie	COI	Przydział do lokalizacji	Średnia długość drogi [j.u.]
		1	2	3	4					
1	<i>p1, p2</i>	10	10	15	10	15+25=40	30	1,33	Rys. 1b	$2 \cdot \left(\begin{matrix} 30 \cdot 4 + \\ 5 \cdot 9,5 \end{matrix} \right) = 335$
		25	20	20	20					
2	<i>p3</i>	10	10	5	15	15	5	3		

Źródło: opracowanie własne na podstawie [16].

Tabela 4. Metoda przydziału asortymentu z podziałem na dwie klasy (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania)

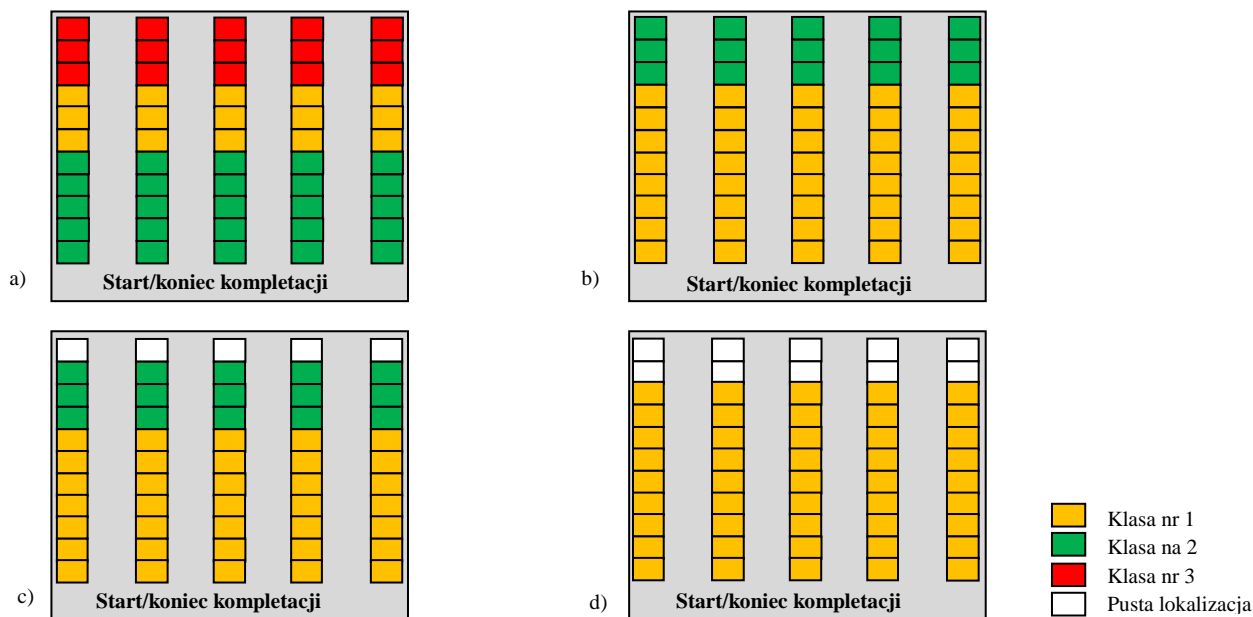
Nr klasy	Przydzielony produkt	Planowana liczba jednostek w danym okresie				Przydzielona liczba miejsc	Średnie zapotrzebowanie	COI	Przydział do lokalizacji	Średnia długość drogi [j.u.]
		1	2	3	4					
1	<i>p1, p2</i>	35	30	35	30	35	30	1,16	Rys. 1c	$2 \cdot \left(\begin{matrix} 30 \cdot 3,5 + \\ 5 \cdot 8,5 \end{matrix} \right) = 295$
2	<i>p3</i>	10	10	5	15	15	5	3		

Źródło: opracowanie własne na podstawie [16].

Tabela 5. Metoda przydziału asortymentu z jedną klasą (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania)

Nr klasy	Przydzielony produkt	Planowana liczba jednostek w danym okresie				Przydzielona liczba miejsc	Średnie zapotrzebowanie	COI	Przydział do lokalizacji	Średnia długość drogi [j.u.]
		1	2	3	4					
1	<i>p1, p2 i p3</i>	45	40	45	45	45	35	-	Rys. 1d	2 · 35 · 4,5 = 315

Źródło: opracowanie własne na podstawie [16].



Rys. 1. Przydzielenie produktów do lokalizacji - widok z góry - a) wg tabeli 2, b) wg tabeli 3 c) wg tabeli 4, d) wg tabeli 5

Źródło: opracowanie własne.

W pierwszym przypadku (rys. 1a i tabela 2) produkty p_1 , p_2 oraz p_3 rozmieszczone zostały według metody opartej na 3 klasach. Jest to równocześnie metoda składowania dedykowanego, ponieważ liczba utworzonych klas odpowiada liczbie przydzielanych do nich rodzajów asortymentu. Do rozmieszczenia produktów potrzebnych było 55 miejsc składowania, a średnia długość drogi podczas pobrania artykułów wynosiła 325 jednostek umownych (j.u.). Dla porównania do tych samych miejsc składowania przydzielono dokładnie te same artykuły wg metody wykorzystującej dwie klasy. W klasie pierwszej połączono artykuły p_1 oraz p_2 , natomiast do drugiej przydzielono produkty typu p_3 . W wyniku tego średnia długość drogi wzrosła do 335 j.u. W kolejnym wariantcie (tabela 4 i rys. 1d) produkty również przydzielono do 2 klas, przy czym w klasie pierwszej zsumowano zapotrzebowania na miejsca składowania dla produktów p_1 oraz p_2 w poszczególnych okresach czasu. W ten sposób niezbędna liczba miejsc do składowania produktów klasy pierwszej zmniejszyła się z 40 do 35. Ta zmiana wpłynęła na wartości współczynnika COI oraz średnią długość pokonywanej drogi, która wyniosła 295 j.u. Idąc dalej w kierunku ograniczania liczby klasy, w kolejnym przykładzie uwzględniono tylko jedną klasę. Pozwoliło to na zmniejszenie liczby niezbędnych miejsc do składowania produktów p_1 , p_2 oraz p_3 do 45. Jednak pomimo to, średnia długość drogi przy uwzględnieniu jednej klasy wzrosła do 315 j.u.. Przedstawiony przykład wskazuje, iż dobór liczby i wielkości klas asortymentu przydzielanych do miejsc składowania może warunkować pracochłonność i czasochłonność procesów magazynowych, zależne od długości pokonywanej drogi. Dodatkowo zauważyć można, iż wzrost liczby klas nie musi powodować wzrostu długości analizowanych dróg pokonywanych podczas czynności magazynowych.

Zaprezentowane podejścia do rozmieszczenia asortymentu można odnieść również do kosztów jakie generują. W tym celu przyjęto, iż koszt utrzymania jednego miejsca składowania produktu będzie wynosił 20 zł na jednostkę czasu, natomiast koszt wynikający z pokonania 1 m drogi (koszt wynikający z długości czasu realizacji procesów magazynowych, płacy pracowników, itp.) będzie wynosił 7,5 zł/m. Zestawienie uzyskanych w ten sposób wartości kosztów poszczególnych wariantów rozmieszczenia asortymentu przedstawiono w tabeli 6.

W zależności od specyfiki przedsiębiorstwa i regionu w jakim prowadzi działalność, zarówno koszty utrzymania zapasu jak i koszty operacyjne mogą mieć decydujące znaczenie. Metody rozmieszczenia asortymentu oparte na klasach w zależności od wybranego ich wariantu mogą te koszty odpowiednio kreować, warunkować i redukować. W przypadku, gdy szczególne znaczenie mają koszty utrzymania powierzchni magazynowych najlepszym spośród zaprezentowanych jest rozwiązanie z rozmieszczeniem wg pojedynczej klasy (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania), które generuje koszt 900 zł. Jednak wariant ten nie charakteryzuje się najniższymi kosztami operacyjnymi. Najtańszym z punktu

widzenia wspomnianych kosztów operacyjnych okazuje się wariant z podziałem na dwie klasy (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania) - 2212,5zł. W wyniku odpowiednio niskiego kosztu utrzymania miejsc składowania to rozwiązanie jest również najkorzystniejsze z punktu widzenia kosztów sumarycznych.

Tabela 6. Porównanie kosztów poszczególnych wariantów rozmieszczenia produktów

Wariant rozmieszczenia	Szczegóły wariantu	Koszt utrzymania miejsc składowania	Koszt operacyjny (zależny od długości drogi)	Suma kosztów
metoda z podziałem na trzy klasy	tabela 2 rys. 1a	$55 \cdot 20 = 1100\text{zł}$	$325 \cdot 7,5 = 2473,5\text{zł}$	3573,5zł
metoda z podziałem na dwie klasy (stała liczba miejsc składowania)	tabela 3 rys. 1b	$55 \cdot 20 = 1100\text{zł}$	$335 \cdot 7,5 = 2515,5\text{zł}$	3615,5zł
metoda z podziałem na dwie klasy (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania)	tabela 4 rys. 1c	$50 \cdot 20 = 1000\text{zł}$	$295 \cdot 7,5 = 2212,5\text{zł}$	3212,5zł
metoda z jedną klasą (z uwzględnieniem oszczędności powierzchni składowania)	tabela 5 rys. 1d	$45 \cdot 20 = 900\text{zł}$	$315 \cdot 7,5 = 2362,5\text{zł}$	3262,5zł

Źródło: opracowanie własne.

Odpowiednie ukształtowanie klas asortymentowych i dobór ich liczby oraz przydzielenie im powierzchni składowania jest wobec tego ściśle skorelowane zarówno z czasochłonnością i pracochłonnością procesów magazynowych jak i wynikającymi z nich kosztami operacyjnymi oraz kosztem utrzymania powierzchni magazynowych. Ze względu na to, iż za kluczowy i najbardziej kosztowny etap procesu magazynowego uważa się proces kompletacji w dalszej części zaprezentowany zostanie model matematyczny optymalizacji rozmieszczenia asortymentu z wykorzystaniem metod opartych na klasach asortymentowych w strefie kompletacji.

3.2. Model matematyczny

Model optymalizacji rozmieszczenia asortymentu w strefie kompletacji z wykorzystaniem metod opartych na klasach asortymentowych może być wykorzystany do rozwiązania problemu sformułowania klas asortymentowych i przydzielenia ich do odpowiednich miejsc oferowania artykułów, w celu minimalizacji kosztów operacyjnych procesu komisjonowania i kosztów utrzymania powierzchni zajmowanej przez strefę kompletacji. Znany przy tym jest układ strefy kompletacji, niezbędny poziom zapasu artykułów danego rodzaju asortymentu, a także ich zapotrzebowanie do kompletacji w analizowanym przedziale czasu.

Na potrzeby sformułowania matematycznego modelu optymalizacji rozmieszczenia asortymentu w strefie kompletacji poczynione zostały następujące założenia:

- wszystkie produkty obsługiwane w systemie komisjonowania są składowane i transportowane w takiej samej postaci ładunkowej (jednostkach ładunkowych paletowych, pojemnikach, kuwetach, itp.);
- artykuły rozmieszczane są w strefie komisjonowania wg metody klasowej;
- w obrębie klas artykuły przydzielane są wg zasady pierwszej wolnej (pustej) lokalizacji, wobec czego rozmieszczenie artykułów wewnątrz klas jest losowe;
- w każdym miejscu składowania lokowany jest tylko jeden rodzaj asortymentu;
- w strefie kompletacji nie uwzględniane jest zjawisko kongestii i blokowania się pracowników podczas kompletacji;
- w strefie kompletacji występuje jeden punkt startu/końca kompletacji.

W celu formalizacji modelu przyjęto poniższe oznaczenia:

- k - numer klasy asortymentu ($K = \{1, 2, \dots, k, \dots, k', \dots, K\}$);
- l - numer miejsca składowania/oferowania produktu ($L = \{1, 2, \dots, l, \dots, l', \dots, L\}$);
- p - numer typu produktu ($P = \{1, 2, \dots, p, \dots, p', \dots, P\}$);
- t - numer przedziałów czasu analizy ($T = \{1, 2, \dots, t, \dots, T\}$);
- s - powierzchnia zajmowana przez pojedyncze miejsce składowania/oferowania (m^2);

- COI_p - wartość parametru COI dla p -tego produktu;
- d_l - odległość od punktu startu/końca kompletacji do l -tego miejsca składowania/oferowania produktu;
- $d_{l,l'}$ - odległość od l -tego do l' -tego miejsca składowania/oferowania;
- W_p - całkowita liczba pobrań p -tego produktu w analizowanym przedziale czasu;
- Z_p^t - poziom zapasu p -tego produktu w t -tym przedziale czasu;
- cu - koszt utrzymania 1 m² powierzchni strefy komisjonowania (zł/m²);
- CU_k - koszt utrzymania powierzchni niezbędnej do składowania artykułów należących do k -tej klasy (zł);
- co - koszt realizacji kompletacji wynikający z długości drogi kompletacji (zł/m);
- CO - koszty operacyjne procesu komisjonowania, wynikające z długości drogi pokonywanej podczas kompletacji (zł);
- s_p - powierzchnia niezbędna do składowania jednej jednostki ładunkowej p -tego produktu (jednostki ładunkowej paletowej, kuwety, pojemnika, itp.);
- H^t - zbiór numerów list kompletacyjnych do zrealizowania w t -tym przedziale czasu;
- LK_h - wektor wierszowy z numerami produktów do pobrania w h -tym zleceniu kompletacyjnym, $LK_h = [p_i]$, i - numer porządkowy warunkujący kolejność pobierania p -tych produktów ($i=1,2,\dots,I$).

W modelu uwzględniono binarne zmienne decyzyjne, które odwzorowują przydział poszczególnych p -tych rodzajów artykułów do k -tych klas asortymentu (x_{pk}), a następnie k -tych klas asortymentu do l -tych miejsc składowania (y_{lk}):

$$x_{p,k} = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } p - \text{ty produkt przydzielono do } k - \text{tej klasy} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

$$y_{l,k} = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } l - \text{tą lokacją przydzielono do } k - \text{tej klasy} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

Funkcja kryterium w omawianym modelu dotyczy minimalizacji sumy kosztów utrzymania powierzchni przeznaczanej na strefę komisjonowania oraz kosztów operacyjnych procesu kompletacji. Przy czym koszt utrzymania powierzchni niezbędnej do składowania artykułów należących do k -tej klasy można przedstawić następująco:

$$\forall k \in K \quad CU_k = cu \cdot s \cdot \sum_{l=1}^L y_{l,k} \quad (1)$$

Koszty operacyjne procesu komisjonowania (CO) rozpatrywane są jako liniowo zależne od długości drogi pokonywanej podczas kompletacji, a także jednostkowego kosztu pokonania jednego metra drogi (co). Drogę pokonywaną podczas realizacji h -tego zlecenia kompletacyjnego można podzielić na trzy składowe:

- drogę z punktu startu/końca kompletacji (zdawczo-pobraniowego) do lokalizacji zawierającej p_i -ty produkt (przy czym $i=1$ oraz $p_i \equiv p$; i traktowane jest w tym przypadku jako numer porządkowy p -tych numerów produktów w LK_h -tym wektorze - zleceniu kompletacyjnym):

$$\forall p_i \in LK_h : i = 1 \quad \sum_{k \in K} \frac{\sum_{l=1}^L (x_{p_i,k} \cdot d_l \cdot y_{l,k})}{\sum_{l=1}^L y_{l,k}} \quad (2)$$

- sumę długości dróg pomiędzy lokacjami zawierającymi kolejne p_i -te produkty zestawione na liście kompletacyjnej:

$$\sum_{p_i \in LK_h : i < i'} \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} d_{l,l'} \cdot \sum_{k \in K} \frac{x_{p_{i-1},k} \cdot y_{l,k}}{\sum_{l=1}^L y_{l,k}} \cdot \sum_{k \in K} \frac{x_{p_i,k} \cdot y_{l',k}}{\sum_{l'=1}^L y_{l',k}} \quad (3)$$

- drogę od lokacji z ostatnim pobieranym produktem do punktu startu/końca kompletacji:

$$\forall p_i \in LK_h : i = I \quad \sum_{k \in K} \frac{\sum_{l=1}^L (x_{p_i,k} \cdot d_l \cdot y_{l,k})}{\sum_{l=1}^L y_{l,k}} \quad (4)$$

Pośród lokacji przydzielonych do poszczególnych klas asortymentowych artykuły rozmieszczane są losowo. Wobec tego prawdopodobieństwo odwiedzenia konkretnej l -tej lokacji w celu pobrania artykułu przydzielonego do k -tej klasy jest równe odwrotności liczby lokacji przeznaczonych do składowania/oferowania wszystkich artykułów z k -tej klasy (patrz wzór 2 oraz 3). W przypadku, gdy estymowana jest długość drogi pomiędzy lokacjami przeznaczonymi do składowania produktów z dwóch niezależnych klas prawdopodobieństwo uwzględnienia konkretnej $d_{l,l'}$ odległości (przy czym $y_{l,k}=1$, $y_{l',k}=1$ oraz $k \neq k'$) jest równe iloczynowi odwrotności liczb lokacji przeznaczonych do składowania/oferowania wszystkich artykułów z k -tej oraz k' -tej klasy (wzór 3).

W niniejszym modelu długość drogi pokonywanej podczas kompletacji rozumiana jest jako suma wartości oczekiwanych długości jej poszczególnych składowych, przedstawionych powyżej. Wobec tego koszty operacyjne procesu komisjonowania (CO) można przedstawić za pomocą zależności:

$$\forall t \in T \quad CO = co \cdot \left(\sum_{h \in H'} \sum_{p_i \in LK_h, i=1 \wedge i=I} \sum_{k \in K} \frac{\sum_{l=1}^L (x_{p_i,k} \cdot d_l \cdot y_{l,k})}{\sum_{l=1}^L y_{l,k}} + \sum_{p_i \in LK_h, i < i \leq I} \sum_{l \in L, l' \in L} d_{l,l'} \cdot \sum_{k \in K} \frac{x_{p_i,k} \cdot y_{l,k}}{\sum_{l=1}^L y_{l,k}} \cdot \sum_{k \in K} \frac{x_{p_i,k} \cdot y_{l',k}}{\sum_{l=1}^L y_{l',k}} \right) \quad (5)$$

Funkcja kryterium minimalizująca koszty utrzymania powierzchni do oferowania wszystkich klas asortymentowych oraz koszty operacyjne procesu kompletacji będzie przyjmowała postać:

$$F(x_{p,k}, y_{l,k}) = cu \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (s_l \cdot y_{l,k}) + co \cdot \left(\sum_{i \in T} \sum_{h \in H'} \sum_{p_i \in LK_h, i=1 \wedge i=I} \sum_{k \in K} \frac{\sum_{l=1}^L (x_{p_i,k} \cdot d_l \cdot y_{l,k})}{\sum_{l=1}^L y_{l,k}} + \sum_{p_i \in LK_h, i < i \leq I} \sum_{l \in L, l' \in L} d_{l,l'} \cdot \sum_{k \in K} \frac{x_{p_i,k} \cdot y_{l,k}}{\sum_{l=1}^L y_{l,k}} \cdot \sum_{k \in K} \frac{x_{p_i,k} \cdot y_{l',k}}{\sum_{l=1}^L y_{l',k}} \right) \rightarrow \min \quad (6)$$

Przy czym spełnione powinny zostać ograniczenia przedstawione i omówione poniżej.

Ograniczenia numer (7) oraz (8) gwarantują, iż jeśli p -ty produkt o niższej wartości parametru COI został przydzielony do k -tej klasy, a p' -ty produkt o wyższej wartości tego parametru do k' -tej klasy, wówczas klasa k -ta zostanie przydzielona do miejsc składowania/oferowania zlokalizowanych bliżej punktu startu/końca kompletacji niż klasa k' -ta.

$$\forall p, p' \in P : p \neq p'; k, k' \in K : k < k' \quad COI_p \cdot x_{p,k} \leq COI_{p'} \cdot x_{p',k'} \quad (7)$$

$$\forall l, l' \in L : l \neq l'; k, k' \in K : k < k' \quad d_l \cdot y_{l,k} \leq d_{l'} \cdot y_{l',k'} \quad (8)$$

Dodatkowo ograniczenie (9) uniemożliwia przydzielenie l -tej lokalizacji do więcej niż jednej klasy, natomiast ograniczenie (10) nie pozwala na przydzielenie p -tego produktu do dokładnie jednej klasy. Dodatkowo do każdej k -tej klasy musi być przydzielona co najmniej jedna lokalizacja (11).

$$\forall l \in L \quad \sum_{k=1}^K y_{l,k} \leq 1 \quad (9)$$

$$\forall p \in P \quad \sum_{k=1}^K x_{p,k} = 1 \quad (10)$$

$$\forall k \in K \quad \sum_{l=1}^L y_{l,k} \geq 1 \quad (11)$$

W kolejnym ograniczeniu uwzględniono warunek, że w strefie kompletacji jest wystarczająco miejsca do oferowania w niej wszystkich przydzielonych p -tych produktów.

$$\forall k \in \mathbf{K}, t \in \mathbf{T} \quad \sum_{p=1}^P (Z_p^t \cdot s_p \cdot x_{p,k}) \leq s \cdot \sum_{l=1}^L (y_{l,k}) \quad (12)$$

Dwa ostatnie ograniczenia (13) oraz (14) dotyczą binarnego charakteru zmiennych decyzyjnych:

$$\forall p \in \mathbf{P}, k \in \mathbf{K} \quad x_{p,k} \in \{0,1\} \quad (13)$$

$$\forall l \in \mathbf{L}, k \in \mathbf{K} \quad y_{l,k} \in \{0,1\} \quad (14)$$

Wartość parametru COI_p dla każdego p -tego typu produktu, na podstawie którego produkty przydzielane są do odpowiednich k -tych klas szacowana jest na podstawie zależności:

$$\forall p \in \mathbf{P} \quad COI_p = s \cdot \frac{\max_{t \in \mathbf{T}} \{Z_p^t\}}{W_p} \quad (15)$$

4. PODSUMOWANIE

Opracowany i przedstawiony w artykule model matematyczny ma za zadanie minimalizację kosztów utrzymania powierzchni składowania i kosztów operacyjnych procesu komisjonowania w wyniku odpowiedniego rozmieszczenia artykułów w strefie kompletacji. Sprowadza się to do odpowiedniego podziału dostępnego w obiekcie logistycznym asortymentu na klasy, a następnie przydzielenie im odpowiednich lokacji w strefie komisjonowania. Ograniczana w ten sposób powierzchnia niezbędna do składowania/oferowania asortymentu oraz sumaryczna długość dróg pokonywanych przez pracowników podczas kompletacji prowadzi do zmniejszania kosztów generowanych przez system komisjonowania, a tym samym i obiekt logistyczny.

We wprowadzeniu do problemu badawczego zwrócono także uwagę na zagadnienie doboru liczby klas, do których przydzielany jest asortyment. Przedstawiony w artykule przykład wskazuje, iż odpowiedni dobór liczby klas asortymentu może prowadzić do oszczędności zarówno powierzchni magazynowych jak również czasochłonności i kosztowności procesu komisjonowania. W prezentowanym podejściu liczba klas asortymentu jest traktowana jako dana do modelu, wobec czego ustalana jest przez Badacza wcześniej i nie ulega zmianie podczas obliczeń optymalizacyjnych. Wobec tego w celu odnalezienia najlepszego rozwiązania może wymagać wielokrotnego dokonywania obliczeń, dla różnych zakładanych wartości parametru K . Innym możliwym sposobem jest uzmiennienie parametru K (tj. mocy zbioru \mathbf{K}). Wówczas K traktowane byłoby jako jedna ze zmiennych decyzyjnych modelu, przyjmująca wartości całkowite dodatnie ($K \in \mathbf{C}^+$). Dodatkowo liczba klas musiałaby być niemniejsza niż 1 i nie przekraczać liczby rodzajów asortymentu analizowanego w modelu (tj. $1 \leq K \leq P$). Nie mniej jednak należy pamiętać, iż zastosowanie zmiennej decyzyjnej w granicach sumowania wykorzystywanego w ograniczeniach i funkcji kryterium modelu niesie ze sobą konieczność opracowania heurystyki umożliwiającej jego rozwiązanie. Złożoność problemu większa fakt, iż prezentowany model optymalizacji rozmieszczenia asortymentu w strefie kompletacji z wykorzystaniem metod opartych na klasach asortymentowych jest klasyfikowany jako model nieliniowy ze względu na postać zarówno funkcji kryterium jaki wybranych ograniczeń.

Streszczenie

W artykule podjęto problematykę zwiększania wydajności oraz ograniczania kosztów utrzymania i funkcjonowania obiektów logistycznych. Główną uwagę skupiono na zagadnieniu rozmieszczenia artykułów w strefie kompletacji. Na potrzeby analizowanego problemu badawczego opracowano model matematyczny rozmieszczenia artykułów w strefie kompletacji wg metody opartej na klasach asortymentu. Jako cel modelu uznano taki podział asortymentu na klasy i przydzielenie im

odpowiednich lokacji w strefie kompletacji, dla którego koszty utrzymania powierzchni składowania i oferowania artykułów, a także koszty operacyjne procesu komisjonowania będą najniższe.

Słowa kluczowe: rozmieszczenie asortymentu, metody klasowe rozmieszczenia asortymentu, minimalizacja kosztów obiektów logistycznych.

Storage assignment problem as a way to minimize logistics facilities' costs

Abstract

Paper presents problem of increasing efficiency and reducing operational and maintenance costs of logistics facilities. Main attention was paid to storage assignment problem in order picking area. Mathematical model of storage assignment in order picking area according to class-based method was developed. The main goal of the model was to group SKUs into classes and assign them to the appropriate storage location in the picking area for which the maintenance costs of storage space and operational costs of order picking process are minimized.

Key words: storage assignment problem, class based storage assignment, minimizing costs of logistics facilities.

LITERATURA

- [1] Brynzér, H., & Johansson, M. I., Storage location assignment: Using the product structure to reduce order picking times. *International Journal of Production Economics*, 46-47, 1996
- [2] De Koster, R., Le-Duc, T., Roodbergen, K. J., Design and control of warehouse order picking: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 182(2), 2007
- [3] Francis R.L., McGinnis L.F., White J.A., Facility layout and location: An analytical approach, second edition Prentice Hall International, Englewood Cliffs, USA, 1992
- [4] Frazelle E.H., World-class Warehousing and Material Handling., McGraw-Hill, New York, 2002
- [5] Geotschalckx M., Ratliff H.,D.: Shared storage policies based on the duration stay of unit loads, *Management Science* 34 (9), 1990, 1120-1132
- [6] Hausman W.H., Schwarz L.B., Graves S.C., Optimal storage assignment in automatic warehousing system, *Management Science* 22 (6), 1976, 629-638
- [7] Heskett, J. L., Cube-per-order index - a key to warehouse stock location. *Transportation and Distribution Management*, 3(1), 1963.
- [8] Jacyna M., Kłodawski M.: Matematyczny model kształtowania strefy komisjonowania, *AUTOMATYKA* 2011, z. 2, Tom 15, Wydawnictwo AGH Kraków, 2011
- [9] Kłodawski M., Jachimowski R.: Ant algorithms for designing order picking systems, *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej seria Transport* nr 97, 2013, pp. 259-269
- [10] Kłodawski M., Jacyna M: Wpływ układu strefy komisjonowania na długość drogi kompletowania. *Logistyka* 04/2010, 2010
- [11] Kłodawski M., Lewczuk K.: Some aspects of improving order picking process, *CLC 2013: Carpathian Logistics Congress – Congress Proceedings [CD-ROM]*, Novotel Krakow City West, Kraków, Polska., 2013
- [12] Kłodawski M., Żak J.: Order picking area layout and its impact on efficiency of order picking process, *Journal of Traffic and Logistics Engineering*, Vol. 1, No. 1, March 2013, 41-46, Engineering and Technology Publishing, 2013
- [13] Kłodawski M.: Klasowe metody rozmieszczenia asortymentu i ich wpływ na wydajność procesu kompletacji, *Logistyka* nr 4/2012, 2012
- [14] Lewczuk K., Żak J., Kłodawski M.: Model of dynamic allocation of resources to the tasks of warehousing process, *CLC 2013: Carpathian Logistics Congress – Congress Proceedings [CD-ROM]*, Novotel Krakow City West, Kraków, Polska., 2013
- [15] Mantel, R. J., Schuur, P. C., & Heragu, S. S.. Order oriented slotting: a new assignment strategy for warehouses. *European Journal of Industrial Engineering*, 1 (3), 2007
- [16] Muppani V. R., Adil G.K., A branch and bound algorithm for class based storage location assignment, *European Journal of Operational Research* 189, 2008, 492-507
- [17] Petersen C.G., Aase G., Heiser D.R., Improving order picking performance through the implementation of class-based storage, *International Journal of Physical Distribution & Logistic Management*, 34 (7), 2004