

Kamil Popiela¹, Mariusz Wasiak²
Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

Optymalizacja formowania jednostek ładunkowych

1. WPROWADZENIE

Zagadnienie rozmieszczenia jednostek opakowaniowych (opakowań jednostkowych, zbiorczych lub transportowych wraz z zawartością) w przestrzeniach ładunkowych jest jednym z istotnych uwarunkowań racjonalizacji procesów logistycznych. Z jednej strony właściwe rozmieszczenie jednostek opakowaniowych powinno gwarantować maksymalne wykorzystanie wymiarów oraz ładowności przestrzeni ładunkowych, zaś z drugiej nie może ono prowadzić do zniszczenia ładunku (np. w wyniku nacisku wywieranego przez inne jednostki opakowaniowe).

Maksymalizacja wykorzystania dostępnej przestrzeni jednostki ładunkowej ma bezpośredni wpływ na wydajność i redukcję kosztów transportu (lepsze wykorzystanie pojemności środków przewozowych, ograniczenie liczby cykli ładunkowych) oraz kosztów magazynowania (ograniczenie wymaganej do składowania przestrzeni). Z pracy [11] wynika, że optymalizacja jednostek ładunkowych pozwala uzyskać, w porównaniu z tzw. rozwiązaniami racjonalnymi, ponad 1% redukcję kosztów w łańcuchu dostaw. W przypadku formowania niejednorodnych jednostek ładunkowych skala osiągniętych korzyści może być znacznie większa.

Podjęty w artykule problem występuje we wszystkich przedsiębiorstwach produkcyjnych oraz logistycznych, choć w modelach optymalizacyjnych formułowanych dla tych systemów częstokroć przyjmuje się, że znana jest technologia formowania jednostek ładunkowych (por. m.in. z [7] lub z [16]). Powstające w zakładach przemysłowych wyroby są pakowane w opakowania jednostkowe, zbiorcze oraz transportowe. Częstokroć ostatnim etapem procesu produkcyjnego jest również formowanie jednostek ładunkowych z jednorodnych jednostek opakowaniowych. W tym przypadku jednorazowe rozwiązanie problemu może być stosowane przez długi okres, zatem można je uzyskać metodą ekspercką lub dokładnymi metodami optymalizacji. W przedsiębiorstwach logistycznych problem formowania jednostek ładunkowych jest znacznie bardziej złożony. Istnieje tu konieczność uzyskiwania rozwiązań w czasie rzeczywistym dla różnorodnych jednostek opakowaniowych tworzących niejednorodne jednostki ładunkowe.

Istniejące metody optymalizacyjne, które mogą wspomagać formowanie jednostek ładunkowych, w literaturze [4], [10], [12], [13] znane są jako dwuwymiarowy i trójwymiarowy problem załadunku. Jak wykazano w kolejnym rozdziale artykułu opracowane dotychczas zadania optymalizacyjne rozmieszczenia jednostek ładunku zostały uzyskane przy uwzględnieniu pewnych zwykle zbyt silnych założeń upraszczających. Założenia te sprawiają, że rozwiązania tych zadań optymalizacyjnych nie zawsze mogą mieć poprawną interpretację fizyczną. Mając to na względzie, podjęte zostały prace nad ogólnym sformułowaniem zadania optymalizacyjnego formowania jednostek ładunkowych.

2. STAN WIEDZY

W literaturze dość dużo miejsca poświęca się formowaniu jednostek ładunkowych. Podawane są zarówno sformułowania pewnych zadań optymalizacyjnych [12], [13], [14], [15], jak i dyskutowane są algorytmy rozwiązania podjętego w artykule problemu [1], [2], [6], [8], [10], [13]. Ponadto można spotkać propozycje rozwiązań problemu formowania konkretnych jednostek ładunkowych [3]. Uwzględniane są również różne ograniczenia formowania jednostek ładunkowych, jak np. ograniczenia wykluczające zachodzenie na siebie jednostek opakowaniowych, czy też ograniczenia dotyczące wytrzymałości opakowań.

¹ kamilpopiela@o2.pl

² mwa@wt.pw.edu.pl

Jednym z najprostszych modeli optymalizacyjnych formowania jednostek ładunkowych jest model zaproponowany przez A. Lodi, S. Martello i D. Vigo [10]. W modelu tym optymalizowane jest ułożenie w rzędy dwuwymiarowych jednostek opakowaniowych. Rzędy te, traktowane jako odseparowane od siebie warstwy ładunku (układane w koszu), stanowią w tym podejściu rozwiązanie problemu. Najważniejsze z założeń przyjętych w pracy [9] są następujące:

- na każdym z poziomów układania, począwszy od lewego rogu kosza znajduje się najwyższa jednostka opakowaniowa w danym poziomie,
- w każdym koszu poziom najniżej w nim ulokowany jest poziomem o największej wysokości,
- zbiór jednostek opakowaniowych jest posortowany od najwyższej do najmniejszej.

Przy uwzględnieniu podanych założeń model zaproponowany przez A. Lodi, S. Martello i D. Vigo może być stosowany jak narzędzie do szybkiego uzyskania rozwiązania bardzo specyficznego problemu. Mianowicie kolejne warstwy ładunku są tu traktowane jako odseparowane od siebie oraz spoczywające na jakichś dodatkowych powierzchniach. Ze względu na to, że, w uzyskanym za pomocą tego modelu rozwiązaniu, jednostki opakowaniowe nie spoczywają na sobie, model ten nie może być stosowany do formowania szerokiej klasy jednostek ładunkowych.

Podobny problem sformułowali R.P. Pargas i R. Jain [12] oraz T. Rolich, D. Domović i D. Grundler [14].

W literaturze [1] można spotkać również trójwymiarowy problem formowania jednostek ładunkowych opracowany dla optymalnego zapewnienia przestrzeni ładunkowej statków powietrznych. Kolejność załadunku oraz stabilność i bezpieczeństwo ładunku są tu równie istotne jak dla transportu lądowego. W. Alian, C. Baisong, Z. Jun i L. Liangfeng zaproponowali prosty model optymalizacji rozmieszczenia jednostek ładunkowych w statkach powietrznych. Założono w nim, że ładownie (przestrzenie ładunkowe) samolotu mają kształt prostopadłościenny. Ponadto przyjęto, że jednostki ładunkowe mają również kształt prostopadłościenny, a ich środki geometryczne są jednocześnie ich środkami masy. Założono również, że objętość rozmieszczanych jednostek ładunkowych nie może przekroczyć dostępnej przestrzeni ładunkowej samolotu. Ponadto uwzględniono, że jednostki ładunkowe muszą się ze sobą stykać tak, aby nie było między nimi wolnej przestrzeni. W modelu pominięto możliwość rotacji jednostek ładunkowych, co może mieć wpływ na nieoptymalne wykorzystanie przestrzeni ładunkowej samolotu.

Ciekawą propozycję rozwiązania problemu trójwymiarowego formowania jednostek ładunkowych przedstawił A. Ratkiewicz [13]. W modelu przyjął on, że dopuszczalna jest rotacja poszczególnych jednostek opakowaniowych wokół osi wysokości o 90° . Jednostki opakowaniowe mogą być dowolnie układane na paletach w przestrzeni o ograniczonych wymiarach. Ponadto założono, że wszystkie jednostki opakowaniowe zostaną umieszczone na odpowiedniej palecie. Jednak nie każda jednostka opakowaniowa może spełnić to założenie. W sformułowaniu matematycznym podanym np. w [1] lub w [13] brak jest ograniczenia na układanie jednostek opakowaniowych jednych na drugich, tak aby stykały się one powierzchniami nośnymi.

Zagadnieniem zbliżonym do rozpatrywanego w artykule problemu jest optymalizacja opakowań zbiorczych, ze względu na uwarunkowania formowania jednostek ładunkowych. Na przykład w pracy [3] została opisana optymalizacja liczby jednorodnych opakowań jednostkowych umieszczanych w jednorodnych opakowaniach zbiorczych, które są układane na paletach, przy uwzględnieniu wytrzymałości opakowań.

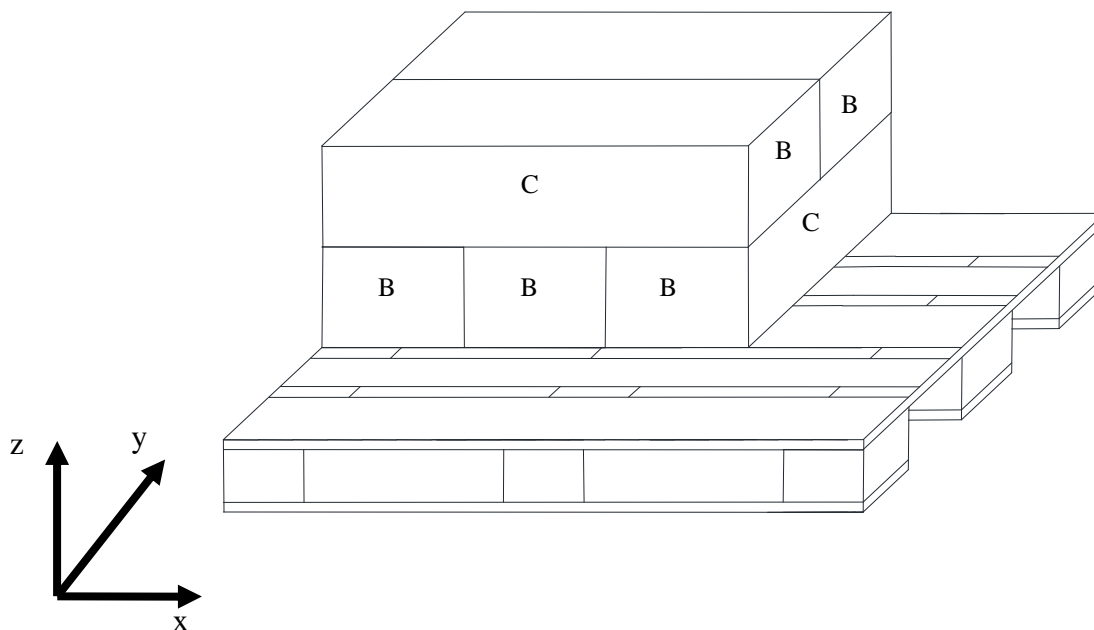
Wprawdzie wszystkie opisane modele mogą być użyte do rozwiązania problem formowania jednostek ładunkowych, jednak każdy z nich charakteryzuje się pewnymi niedoskonałościami. Nie opisano jak do tej pory modelu trójwymiarowej optymalizacji formowania jednostek ładunkowych, przy jednoczesnym uwzględnieniu: rotacji jednostek ładunku, wymogu stykania się jednostek ładunku powierzchniami nośnymi oraz ewentualnego braku możliwości ułożenia jednostek ładunku. Biorąc to pod uwagę, opracowano sformułowanie zadania optymalizacyjnego, w którym te elementy zostały ujęte.

3. PROPOZYCJA TRÓJWYMIAROWEGO MODELU FORMOWANIA JEDNOSTKI ŁADUNKOWEJ

3.1. Założenia do modelu

Na potrzeby sformułowania zadania optymalizacyjnego formowania jednostek ładunkowych przyjęto następujące założenia:

- jednostki opakowaniowe mają kształt prostopadłościenny,
- każda jednostka opakowaniowa ma możliwość obrotu wokół osi wysokości o 90° (rys. 1) oraz nie jest możliwe położenie jej na boku,
- wymiary poszczególnych jednostek opakowaniowych mogą być różne,
- masa jednostek opakowaniowych oraz wytrzymałość opakowań nie są istotne.



Rys. 1. Graficzna ilustracja ułożenia jednostek opakowaniowych z możliwością ich obrotu wokół osi wysokości

Źródło: opracowanie własne.

3.2. Sformułowanie zadania optymalizacyjnego

Dla danych obejmujących:

- zbiór numerów jednostek opakowaniowych $\mathbf{JO} = \{1, \dots, i, \dots, k, \dots, n\}$, gdzie: n to liczba jednostek opakowaniowych, zaś i oraz k to numery jednostek opakowaniowych,
- długości jednostek opakowaniowych $p_i, i \in \mathbf{JO}$,
- szerokości jednostek opakowaniowych $q_i, i \in \mathbf{JO}$,
- wysokości jednostek opakowaniowych $r_i, i \in \mathbf{JO}$,
- długość jednostki ładunkowej L ,
- szerokość jednostki ładunkowej W ,
- maksymalną wysokość jednostki ładunkowej Z ,
- wysokości urządzenia pomocniczego do formowania jednostki ładunkowej rp ,

należy wyznaczyć wartości następujących zmiennych decyzyjnych:

- $t_i \in \{0, 1\}$ dla $i \in \mathbf{JO}$, przy czym zmienna binarna t_i przyjmuje wartość 1, gdy i -ta jednostka opakowaniowa jest umieszczona w jednostce ładunkowej, w przeciwnym przypadku $t_i = 0$,
- $x_i \in \mathcal{R}^+$ dla $i \in \mathbf{JO}$ o interpretacji współrzędnej lewej ściany i -tej jednostki opakowaniowej na osi X,
- $y_i \in \mathcal{R}^+$ dla $i \in \mathbf{JO}$ o interpretacji współrzędnej przedniej ściany i -tej jednostki opakowaniowej na osi Y,
- $z_i \in \mathcal{R}^+$ dla $i \in \mathbf{JO}$ o interpretacji współrzędnej dolnej ściany i -tej jednostki opakowaniowej na osi Z,

- $s_i \in \{0, 1\}$ dla $i \in \mathbf{JO}$, przy czym zmienna binarna s_i przyjmuje wartość 1, gdy i -ta jednostka opakowaniowa jest umieszczona w jednostce ładunkowej wzdłuż, w przeciwnym przypadku $s_i = 0$,
- $lx_i \in \mathcal{R}^+$ dla $i \in \mathbf{JO}$ o interpretacji wymiaru i -tej jednostki opakowaniowej wzdłuż osi X,
- $ly_i \in \mathcal{R}^+$ dla $i \in \mathbf{JO}$ o interpretacji wymiaru i -tej jednostki opakowaniowej wzdłuż osi Y,
- $tt_{ik} \in \{0, 1\}$ dla $i \in \mathbf{JO}$, przy czym zmienna binarna tt_{ik} przyjmuje wartość 1, gdy i -ta oraz k -ta jednostka opakowaniowa jest umieszczona w jednostce ładunkowej, w przeciwnym przypadku $tt_{ik} = 0$,
- $a_{ik}^{lp} \in \{0, 1\}$ dla $i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k$, przy czym zmienna binarna a_{ik}^{lp} przyjmuje wartość 1, gdy i -ta jednostka opakowaniowa znajduje się po lewej stronie k -tej jednostki opakowaniowej, w przeciwnym przypadku $a_{ik}^{lp} = 0$,
- $a_{ik}^{pz} \in \{0, 1\}$ dla $i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k$, przy czym zmienna binarna a_{ik}^{pz} przyjmuje wartość 1, gdy i -ta jednostka opakowaniowa znajduje się przed k -tą jednostką opakowaniową, w przeciwnym przypadku $a_{ik}^{pz} = 0$,
- $a_{ik}^{wn} \in \{0, 1\}$ dla $i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k$, przy czym zmienna binarna a_{ik}^{wn} przyjmuje wartość 1, gdy i -ta jednostka opakowaniowa znajduje się poniżej k -tej jednostki opakowaniowej, w przeciwnym przypadku $a_{ik}^{wn} = 0$,
- $a_{ik}^s \in \{0, 1\}$ dla $i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k$, przy czym zmienna binarna a_{ik}^s przyjmuje wartość 1, gdy i -ta jednostka opakowaniowa jest umieszczona pod k -tą jednostką opakowaniową, w przeciwnym przypadku $a_{ik}^s = 0$,
- $a_k^{stp} \in \{0, 1\}$ dla $k \in \mathbf{JO}$, przy czym zmienna binarna a_k^{stp} przyjmuje wartość 1, gdy k -ta jednostka opakowaniowa jest położona bezpośrednio na palecie, w przeciwnym przypadku $a_k^{stp} = 0$,
- $a_{ik}^{st} \in \{0, 1\}$ dla $i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k$, przy czym zmienna binarna a_{ik}^{st} przyjmuje wartość 1, gdy i -ta jednostka opakowaniowa jest położona na k -tej jednostce opakowaniowej, w przeciwnym przypadku $a_{ik}^{st} = 0$,

tak, aby spełnione zostały ograniczenia:

- na wymiar jednostek opakowaniowych wzdłuż osi X:

$$\forall i \in \mathbf{JO} \quad lx_i = p_i \cdot s_i + q_i(1 - s_i) \quad (1)$$

- na wymiar jednostek opakowaniowych wzdłuż osi Y:

$$\forall i \in \mathbf{JO} \quad ly_i = q_i + p_i - lx_i \quad (2)$$

- na względne rozmieszczenie jednostek opakowaniowych wzdłuż osi X:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k \quad x_k \geq (x_i + lx_i) \cdot a_{ik}^{lp} \quad (3)$$

- na względne rozmieszczenie jednostek opakowaniowych wzdłuż osi Y:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k \quad y_k \geq (y_i + ly_i) \cdot a_{ik}^{pz} \quad (4)$$

- na względne rozmieszczenie jednostek opakowaniowych wzdłuż osi Z:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k \quad z_k \geq (z_i + r_i) \cdot a_{ik}^{wn} \quad (5)$$

- na występowanie w jednostce ładunkowej poszczególnych par jednostek opakowaniowych:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k \quad tt_{ik} = t_i \cdot t_k \quad (6)$$

- na nienachodzenie na siebie jednostek opakowaniowych umieszczonych w jednostce ładunkowej:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO}: i \neq k \quad a_{ik}^{lp} + a_{ki}^{lp} + a_{ik}^{pz} + a_{ki}^{pz} + a_{ik}^{wn} + a_{ki}^{wn} \geq tt_{ik} \quad (7)$$

- na możliwość umieszczenia jednostek opakowaniowych względem siebie:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad a_{ik}^{lp} + a_{ik}^{pz} + a_{ik}^{wn} + a_{ik}^s \leq 4 \cdot tt_{ik} \quad (8)$$

- na możliwość stykania się powierzchniami nośnymi poszczególnych par jednostek opakowaniowych:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad a_{ik}^{st} \leq a_{ik}^s \quad (9)$$

- na możliwość stykania się jednostki opakowaniowej z powierzchnią nośną urządzenia pomocniczego do formowania jednostki ładunkowej:

$$\forall k \in \mathbf{JO} \quad a_k^{stp} \leq t_k \quad (10)$$

- na zapewnienie stykania się powierzchniami nośnymi poszczególnych par jednostek opakowaniowych:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad a_{ik}^{st} \cdot (z_i + r_i - z_k) = 0 \quad (11)$$

- na zapewnienie stykania się powierzchni nośnej jednostki opakowaniowej z powierzchnią nośną urządzenia pomocniczego do formowania jednostki ładunkowej:

$$\forall k \in \mathbf{JO} \quad a_k^{stp} \cdot (rp - z_k) = 0 \quad (12)$$

- na zapewnienie układania poszczególnych par jednostek opakowaniowych na sobie lub bezpośrednio na powierzchni nośnej urządzenia pomocniczego do formowania jednostki ładunkowej:

$$\forall k \in \mathbf{JO} \quad a_k^{stp} + \sum_{i \in \mathbf{JO} : i \neq k} a_{ik}^{st} \geq t_k \quad (13)$$

- na usytuowanie jednostek opakowaniowych nad innymi wzdłuż osi X (współczynnik 0,5 określa środek geometryczny krawędzi jednostki opakowaniowej):

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad x_i \cdot a_{ik}^s \leq x_k + 0,5 \cdot lx_k \quad (14)$$

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad (x_k + 0,5 \cdot lx_k) \cdot a_{ik}^s \leq x_i + lx_i \quad (15)$$

- na usytuowanie jednostek opakowaniowych nad innymi wzdłuż osi Y (współczynnik 0,5 określa środek geometryczny krawędzi jednostki opakowaniowej):

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad y_i \cdot a_{ik}^s \leq y_k + 0,5 \cdot ly_k \quad (16)$$

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad (y_k + 0,5 \cdot ly_k) \cdot a_{ik}^s \leq y_i + ly_i \quad (17)$$

- na usytuowanie jednostek opakowaniowych nad innymi wzdłuż osi Z:

$$\forall i, k \in \mathbf{JO} : i \neq k \quad a_{ik}^s \cdot (z_i + r_i) \leq z_k \quad (18)$$

- na zapewnienie niewystawania jednostki opakowaniowej poza obrys urządzenia pomocniczego do formowania jednostki ładunkowej wzdłuż osi X:

$$\forall i \in \mathbf{JO} \quad x_i + lx_i \leq L \quad (19)$$

$$\forall i \in \mathbf{JO} \quad x_i \geq 0 \quad (20)$$

- na zapewnienie niewystawania jednostki opakowaniowej poza obrys urządzenia pomocniczego do formowania jednostki ładunkowej wzdłuż osi Y:

$$\forall i \in JO \quad y_i + ly_i \leq W \quad (21)$$

$$\forall i \in JO \quad y_i \geq 0 \quad (22)$$

– na nieprzekroczenie maksymalnej wysokości jednostki ładunkowej:

$$\forall i \in JO \quad z_i + r_i \leq H \quad (23)$$

– na zapewnienie usytuowania jednostek opakowaniowych nad powierzchnią urządzenia pomocniczego do formowania jednostki ładunkowej:

$$\forall i \in JO \quad z_i \geq rp \quad (24)$$

oraz aby funkcja kryterium o interpretacji wypełnienia jednostki ładunkowej postaci:

$$\sum_{i \in JO} p_i \cdot q_i \cdot r_i \cdot t_i \longrightarrow \text{maksimum} \quad (25)$$

przyjęła wartość ekstremalną.

3.3. Przykład obliczeniowy

Model trójwymiarowego formowania jednostek ładunkowych opisany w poprzednim podrozdziale został zaimplementowany w środowisku LINGO. Następnie, celem oceny jego przydatności oraz weryfikacji poprawności zdefiniowano oraz rozwiązano wiele przykładów obliczeniowych. Uzyskane wyniki odnoszono do rozwiązań analitycznych problemu. W artykule opisano jeden z tych przykładów. Rozważono w nim problem rozmieszczenia 6 jednostek opakowaniowych na palecie typu euro o wymiarach: $L = 1200$ mm, $W = 800$ mm, $rp = 144$ mm. Maksymalna wysokość jednostki ładunkowej paletowej H została przyjęta jako równa 1344 mm. Parametry układanych na palecie jednostek opakowaniowych zamieszczono w tab. 1.

Tab. 1. Wymiary jednostek opakowaniowych

Numer jednostki opakowaniowej (i)	Długość jednostki opakowaniowej w mm (p_i)	Szerokość jednostki opakowaniowej w mm (q_i)	Wysokość jednostki opakowaniowej w mm (r_i)
1	900	400	400
2	900	400	600
3	900	400	560
4	500	500	500
5	900	400	500
6	1100	800	100

Źródło: opracowanie własne.

Wartości zmiennych decyzyjnych uzyskane w wyniku rozwiązania opisanego problemu za pomocą zaimplementowanego w środowisku LINGO sformułowania zadania optymalizacyjnego formowania jednostek ładunkowych zestawiono w tab. 2 (część zmiennych decyzyjnych, przyjmujących wartość zero pominięto).

Funkcja kryterium dla wyznaczonego rozwiązania ma następującą wartość:

$$900 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 1 + 900 \cdot 400 \cdot 600 \cdot 1 + 900 \cdot 400 \cdot 560 \cdot 1 + 500 \cdot 500 \cdot 500 \cdot 0 + 900 \cdot 400 \cdot 500 \cdot 1 + 1100 \cdot 800 \cdot 1 = \\ = 0,8296 \cdot 10^9 \text{ mm}^3$$

W rozwiązaniem przykładzie obliczeniowym formowania jednostki ładunkowej na palecie rozmieszczono 5 z 6 jednostek opakowaniowych (rys. 2). Analizując otrzymane rozwiązanie stwierdzono, że ułożenie jednostki opakowaniowej nr 4 odbyłoby się kosztem co najmniej dwóch innych jednostek opakowaniowych.

Spowodowałoby to zmniejszenie wartości funkcji kryterium (oczywiście jest to niepożądane ze względu, że funkcja ta dąży do wartości maksymalnej).

Tab. 2. Wyniki rozwiązania zadania optymalizacyjnego formowania jednostki ładunkowej paletowej.

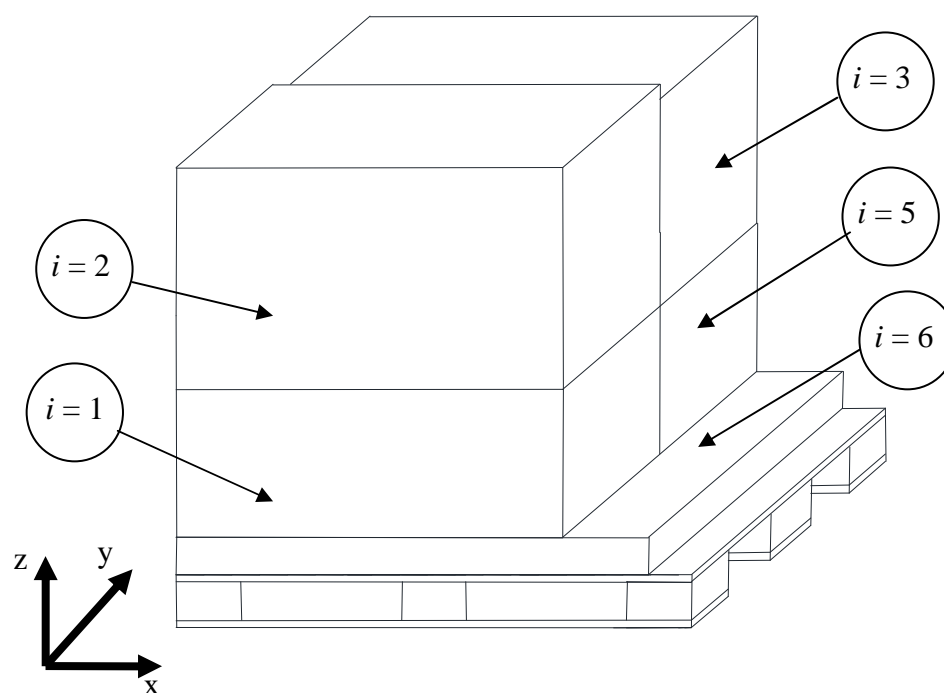
Zmienna	Wartość	Zmienna	Wartość	Zmienna	Wartość
x_1	0 mm	t_5	1	tt_{53}	1
x_2	0 mm	t_6	1	tt_{56}	1
x_3	0 mm	lx_1	900 mm	tt_{61}	1
x_4	0 mm	lx_2	900 mm	tt_{62}	1
x_5	0 mm	lx_3	900 mm	tt_{63}	1
x_6	0 mm	lx_4	500 mm	tt_{65}	1
y_1	0 mm	lx_5	900 mm	a_{15}^{pz}	1
y_2	0 mm	lx_6	1100 mm	a_{23}^{pz}	1
y_3	400 mm	ly_1	400 mm	a_{25}^{pz}	1
y_4	0 mm	ly_2	400 mm	a_{12}^{wn}	1
y_5	400 mm	ly_3	400 mm	a_{13}^{wn}	1
y_6	0 mm	ly_4	500 mm	a_{53}^{wn}	1
z_1	244 mm	ly_5	400 mm	a_{61}^{wn}	1
z_2	644 mm	ly_6	800 mm	a_{62}^{wn}	1
z_3	744 mm	tt_{12}	1	a_{63}^{wn}	1
z_4	0 mm	tt_{13}	1	a_{65}^{wn}	1
z_5	244 mm	tt_{15}	1	a_{12}^{st}	1
z_6	144 mm	tt_{16}	1	a_{53}^{st}	1
s_1	1	tt_{21}	1	a_{61}^{st}	1
s_2	1	tt_{23}	1	a_{65}^{st}	1
s_3	1	tt_{25}	1	a_6^{stp}	1
s_4	0	tt_{26}	1	a_{12}^s	1
s_5	1	tt_{31}	1	a_{53}^s	1
s_6	1	tt_{32}	1	a_{61}^s	1
t_1	1	tt_{35}	1	a_{63}^s	1
t_2	1	tt_{36}	1	a_{65}^s	1
t_3	1	tt_{51}	1	-	-
t_4	0	tt_{52}	1	-	-

Źródło: opracowanie własne.

W opracowanym modelu wprowadzono ograniczenia warunkujące stykanie się jednostek opakowaniowych powierzchniami nośnymi przy ich piętrzeniu oraz możliwość obrotu jednostek opakowaniowych. Poza urealnieniem rozwiązania problemu (możliwa jest logiczna interpretacja fizyczna rozwiązania) pozwala to odzwierciedlić rzeczywisty wygląd jednostki ładunkowej. W uzyskanym rozwiązaniu, osiągnięto zakładany cel i wszystkie rozmieszczone na plecach jednostki opakowaniowe wraz z samą paletą tworzą integralną całość. Na podstawie uzyskanych wyników rozwiązania przykładu obliczeniowego można wnioskować, że

zaproponowany model matematyczny jest poprawny. Żadna z jednostek opakowaniowych nie wystaje poza obrys palety oraz nie jest przekroczona założona maksymalna wysokość jednostki ładunkowej.

Korzystając z opracowanej w środowisku LINGO implementacji opisanego w artykule modelu dla innych przykładów obliczeniowych uzyskano równie zadowalające wyniki co opisane w artykule.



Rys. 2. Graficzna ilustracja rozwiązania przykładu obliczeniowego

Źródło: opracowanie własne.

4. PODSUMOWANIE

Opisane w literaturze modele matematyczne układania jednostek opakowaniowych w przestrzeniach ładunkowych mają pewne niedoskonałości. Do tych niedoskonałości zaliczono m.in. brak możliwości obrotu jednostek opakowaniowych względem osi wysokości oraz brak zapewniania stykania się powierzchniami nośnymi jednostek opakowaniowych. Zaadoptowanie tych modeli do rzeczywistych warunków pracy jako narzędzi wspomagających pracę magazynierów, nie zawsze pozwoli uzyskać optymalne ułożenie jednostek opakowaniowych w jednostce ładunkowej. Mając to na uwadze, w modelu optymalizacyjnym zaproponowanym w artykule uwzględniono wskazane braki. Jednak ze względu na fakt, że przyjęte założenie o nieistotności mas i wytrzymałości jednostek opakowaniowych, w praktyce częstokroć nie jest spełnione, opracowany model należy rozszerzyć o dodatkowe ograniczenia na dopuszczalne obciążenie urządzeń pomocniczych do formowania jednostek ładunkowych oraz samych jednostek opakowaniowych. Wprowadzenie tych ograniczeń umożliwi uzyskanie narzędzia o szerszym zakresie zastosowania do wspomagania procesu formowania jednostek ładunkowych.

Rozwiązane zadanie optymalizacyjne formowania jednostki ładunkowej przy uwzględnieniu 6-ciu jednostek opakowaniowych, które zostało opisane w artykule charakteryzuje się dużą złożonością obliczeniową. Jest to zadanie nieliniowe zawierające 439 ograniczeń, z których ponad połowa nie jest liniowa. Uzyskane wyniki rozwiązania określają optymalne rozmieszczenie jednostek opakowaniowych na paletce. Pozwalają również dokładnie odwzorować ułożenie jednostek opakowaniowych na paletce. Jakość otrzymanego rozwiązania zadania optymalizacyjnego oraz badania przeprowadzone dla innych przykładów obliczeniowych, pozwalają ocenić opracowane sformułowanie matematyczne zagadnienia formowania jednostek ładunkowych oraz wykonaną jego implementację jako poprawne. Zatem w przypadku spełnienia przyjętych założeń upraszczających mogą być one stosowane do formowania jednostek ładunkowych.

Streszczenie

W artykule przedstawiono sformułowanie matematyczne zadania optymalizacyjnego formowania jednostek ładunkowych. Opracowany model może być stosowany do optymalizacji rozmieszczenia w przestrzeniach ładunkowych niejednorodnych prostopadłościennych jednostek opakowaniowych. W modelu zapewniono możliwość definiowania różnych wymiarów poszczególnych jednostek opakowaniowych oraz ich obrotu wokół pionowej osi symetrii. Ponadto poprzez wprowadzenie do zadania optymalizacyjnego dodatkowych ograniczeń zapewniono styk jednostek opakowaniowych z powierzchnią ładunkową lub z innymi jednostkami opakowaniowymi, przy czym powierzchnia styku gwarantuje stabilność jednostek opakowaniowych ułożonych w kolejnych warstwach. Opracowany model matematyczny został zweryfikowany. W artykule zamieszczono przykład obliczeniowy.

Słowa kluczowe: optymalizacja, prostopadłościenny problem pakowania, formowanie jednostek ładunkowych, rozmieszczanie jednostek opakowaniowych.

Abstract

Article presents mathematical formulation of the optimization problem of loading unit formation. Proposed model can be applied to optimize the arrangement of non-uniform cubical loading units in loading spaces. The model ensures possibility of defining various dimensions of particular packaging units and their vertical axis rotation. Furthermore, implementation of additional constraints ensures that all packaging units will rest on the pallet or on other packaging units, and the surface of contact between loading units guarantees stability of units arranged in subsequent layers. Mathematical model was verified. The paper provides an appropriate calculation example.

Key words: optimization, an orthogonal packing problem, a formulation of loading units, arrangement of packaging units.

LITERATURA

- [1] Alian W., Baisong Ch., Zhang J., Liangfeng L., Three-dimensional Packing by Tabu Search Algorithm in Military Airlift Loading, 2010 International Conference on Optoelectronics and Image Processing, IEEE, 2010.
- [2] Bischoff E., Ratcliff M., Issues in the Development of Approaches to Container Loading, Omega. Int. J. Mgmt Sci., No. 4/Vol. 23, pp. 377-390, Elsevier Science Ltd. 1995.
- [3] Bomba I., Woźniak G., Kwiecień K.: Wykorzystanie programowania liniowego w projektowaniu paletowej jednostki ładunkowej, Czasopismo Logistyka 3/2012, s. 157-162.
- [4] Chang Ch., He Ch., Wu J-W., Zang Y-B., Research of Three-Dimensional Container-packing Problems Based on Discrete Particle Swarm Optimization Algorithm, ICTM , IEEE, 2009.
- [5] Furuholm M., Glette K, Hovin M., Torrensen J., Coevolving Heuristics for Distributor's Pallet Packing Problem, IEEE, 2009.
- [6] Gehring H., Borfeldt A., A Genetic Algorithm for Solving the Container Loading Problem, Int. Trans. Opl. Res., No. 5/6 /Vol. 4, pp. 401- 418, Elsevier Science Ltd, 1997 IFORS.
- [7] Jacyna M., Uwarunkowania techniczne projektowania systemów logistycznych, W: Kochan E. (red.), Zastosowania teorii systemów, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków 2007, s. 227-235.
- [8] Liu W. Lin Ch., Yu Ch., On the three-dimensional container packing problem under home delivery service, Asian-Pacific Journal of Operational Research, No. 5/Vol. 28, pp. 601-621, World Scientific Publishing Co. & Operational Research Society of Singapore, 2011.
- [9] Lodi A., Martello S., Monaci M., Two-dimensional packing problems: A survey, European Journal of Operational Research, No. 141, pp. 241-252, Elsevier Science Ltd., 2002.
- [10] Lodi A., Martello S., Vigo D., Models and Bounds for Two-dimensional Level Packing Problems, Journal of Combinatorial Optimization, No.8, pp. 363-379, Kluwer Academic Publishers, 2004 the Netherlands.
- [11] Piekarska M., Mrozek-Kantak J., Lewandowska J., Rozwiązania najważniejszych problemów współczesnych łańcuchów dostaw FMCG w Polsce, w: Najlepsze praktyki w logistyce, Polski kongres Logistyczny Instytut Logistyki. Materiały konferencyjne, Poznań 2006, s. 177-126.
- [12] Pargas R.P., Jain R., A Parallel Stochastic Optimization Algorithm for Solving 2D Bin Packing Problems, AIA, IEEE, 1993 Orlando Florida United States.
- [13] Ratkiewicz A., Rozprawa doktorska – Optymalizacja procesu komisjonowania w ustalonej klasie łańcuchów transportowo-magazynowych, Wydział Transportu Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2002.
- [14] Rolich T., Domović D., Grundler D., Testing of several overlapping optimization methods for bin-packing problem, MIPRO, 2013, Opatija Croatia.

- [15] Saito T., Morianga T., Yano N., Packing Optimization for Cargo Containers, SICE Annual Conference 2008, The University Electro-Communications, 2008 Japan.
- [16] Wasiak M.: Modelowanie przepływu ładunków w zastosowaniu do wyznaczania potencjału systemów logistycznych, Prace Naukowe Transport, z. 79, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2011.