

Renata ROGOWSKA¹
Andrzej ROGOWSKI²

ZGODNOŚĆ WYNIKÓW TESTOWANIA HIPOTEZY O ROZKŁADZIE NORMALNYM DLA WYBRANYCH TESTÓW STATYSTYCZNYCH

W pracy, na podstawie rzeczywistych danych pomiarowych i symulacji komputerowej, oszacowano zgodność wyników testowania hipotezy o rozkładzie normalnym podstawowymi testami statystycznymi do weryfikacji nieparametrycznych hipotez złożonych.

COMPLIANCE OF THE RESULTS OF HYPOTHESIS TESTING WITH NORMAL DISTRIBUTION FOR SELECTED STATISTICAL TESTS

The aim of this paper was to estimate (on the basis of real measurement data and computer simulations) compliance of the results of hypothesis testing with normal distribution using basic statistical tests for verification nonparametric composite hypothesis.

1. WSTĘP

Konieczność weryfikacji hipotez o normalności rozkładu badanej cechy jest „na porządku dziennym” zarówno w badaniach naukowych, badaniach kontroli jakości, analizie bezpieczeństwa, walidacji, badaniach marketingowych, prognostycznych, miernictwie itp. Wynika to z roli jaką pełni rozkład normalny zarówno jako rozkład graniczny dla innych rozkładów, jak i warunek stosowalności (lub efektywnej stosowalności) aparatu statystyki matematycznej oraz jako narzędzie weryfikacji poprawności metody – np. w teorii błędu pomiaru, gdzie przyjmuje się, iż odstępstwa wartości zmierzonej od rzeczywistej wartości mają rozkład normalny³ (charakter „czysto losowy”). Dlatego też teoria statystyki wypracowała szereg testów do weryfikacji hipotezy o zgodności rozkładu empirycznego z rozkładem hipotetycznym nazywanych testami zgodności, a w przypadku, gdy test konstruowany jest wyłącznie do weryfikacji hipotezy, że badana populacja ma rozkład

¹ mgr, Instytut Technologii Eksploatacji Państwowy Instytut Badawczy, Zakład Inżynierii Powierzchni; 26-600 Radom; ul. Pułaskiego 6/10, tel. 48 364 42 41 w. 274; e-mail: renata.rogowska@itee.radom.pl.

² dr inż., Politechnika Radomska, Wydział Transportu i Elektrotechniki; 26-600 Radom; ul. Malczewskiego 29, tel. 48 361-77-85, 48 361-77-40, fax 48 361-77-39; e-mail: a.rogowski@pr.radom.pl.

³ Dokładniej, że wartość pomiaru (przy założeniu braku błędów systematycznych) jest sumą rzeczywistej wartości a mierzonej wielkości + wartość zmiennej losowej o rozkładzie normalnym $N(0, \sigma)$, co wobec niezmienniczości rozkładu normalnego na przesunięcia pozwala założyć, że wartość zmierzona jest realizacją zmiennej losowej o rozkładzie $N(a, \sigma)$.

normalny – testami normalności. Jest oczywistym, że oprócz testów normalności wykorzystuje się ogólne testy zgodności (na ogół specjalizowane dla rozkładów ciągłych).

Mnogość testów może jednak stanowić istotne utrudnienie w odpowiedzi na pytanie, czy należy odrzucić hipotezę o normalności rozkładu, czy też nie ma podstaw do jej odrzucenia⁴, co w praktyce oznacza jej przyjęcie (np. taką procedurę – niestety niepoprawną – zastosowano w normie PN-ISO 5479 [5]). Sytuacja komplikuje się, gdy różne testy prowadzą do różnych wniosków. Statystycy zalecają wtedy korzystanie z testów mocniejszych dla danej hipotezy alternatywnej (tzn. takich, dla których błąd II rodzaju jest mniejszy⁵) bądź przyjęcie rozstrzygnięcia najczęściej się powtarzającego. W pracy podjęto próbę zobrazowania tego problemu.

2. APARAT STATYSTYCZNY

W normie PN-ISO 5479 [5] zaleca się kilka metod weryfikacji hipotezy o normalności rozkładu: metody graficzne⁶, testy kierunkowe kurtozy i asymetrii wykorzystujące specyficzne własności rozkładu normalnego⁷, testy uniwersalne Shapiro – Wilka i Eppsa – Pulleya (test normalności) oraz testy wykorzystujące wiele prób⁸ (z tej samej populacji).

Do analizy wybrano testy Shapiro – Wilka (S-W) Eppsa – Pulleya (E-P), Kołmogorowa – Lillieforsa (K-L), Cramera – von Misesa (C-M), Watsona (W), kurtozy (Ku) i asymetrii (As). Ponadto dwie wersje testu Andersona – Darlinga (D_4 , D_5) i klasyczny test Kołmogorowa⁹ (K). Przy wyznaczaniu wartości krytycznych korzystano z rozkładów granicznych w przypadku testów Cramera – von Misesa, Watsona, Andersona – Darlinga, dla pozostałych testów z rozkładów dokładnych zależnych od liczebności próby. Ponadto dla ogólnych testów zgodności (poza testem Kołmogorowa) stosowano modyfikacje dla przypadków testowania hipotezy o normalności rozkładu i hipotezy złożonej (tzn. estymowano na podstawie próby parametry rozkładu normalnego). Szczegółowy opis stosowanych statystyk przedstawiono w [4].

Próby proste wykorzystywane w analizie są dwojakiego rodzaju: część (o liczebnościach 10, 26, 34 i 44¹⁰) to wyniki rzeczywistych pomiarów omówionych w [4] (tutaj wpływ autorów na liczebność prób i ich liczbę był istotnie ograniczony), pozostałe to próby 100

⁴ W teorii weryfikacji hipotez, ze względu na to, że testy nie kontrolują (na ogół) błędów II rodzaju (przyjęcia hipotezy, gdy jest ona fałszywa) – tzw. testy istotności, procedura weryfikacji kończy się odrzuceniem hipotezy sprawdzanej (test istotności kontroluje błąd I rodzaju – odrzucenie hipotezy, gdy jest ona prawdziwa) bądź stwierdzeniem braku podstaw do jej odrzucenia (co nie jest równoznaczne z jej przyjęciem).

⁵ Z faktu, że nie znamy błędów II rodzaju nie wynika, że nie można ustalić, dla którego testu jest on mniejszy, choć nie jest to zadanie łatwe i wynik zależy od wielu czynników, w szczególności od liczebności próby i postaci hipotezy alternatywnej.

⁶ Tymi metodami nie zajmowano się w niniejszej pracy.

⁷ Niestety „posiadanie” tych cech nie jest jednoznaczne z tym, że rozkład jest rozkładem normalnym, brak tych cech wyklucza normalność rozkładu.

⁸ Tymi testami nie zajmowano się w niniejszej pracy.

⁹ Pierwotnie weryfikowano hipotezę o normalności wyników pomiaru kąta zwilżania metodą osadzonej kropli i metodą Wilhelmięgo [4]. Ponieważ dla metody Wilhelmięgo dysponowano próbkami o liczebności 10, wybrano tylko testy dopuszczające próby o tak małej liczebności – testy Andersona – Darlinga dla hipotez złożonych wymagają prób o liczebności większej niż 20. Dopiero w dalszej części, gdy rozszerzono analizę na zagadnienia omawiane w niniejszej pracy, uwzględniono również pozostałe testy.

¹⁰ W normie PN-ISO 5479 przyjmuje się, że minimalna liczebność próby do weryfikowania hipotezy o normalności rozkładu wynosi 8 (dla prób mniejszych „(...) testy (...) są bardzo nieefektywne (...)”).

elementowe generowane w sposób losowy w arkuszu kalkulacyjny Excel¹¹. Wykorzystano generatory rozkładów: normalnego, t-Studenta, chi-kwadrat, gamma i wykładniczego generując w sposób losowy parametry rozkładów¹². Dla każdego rozkładu wygenerowano 100 prób. Ostatecznie w analizie, w zależności od rozpatrywanych testów, przeprowadzono testowanie na 633, 772 lub 886 próbach losowych.

3. WYNIKI ANALIZY

Choć celem analizy jest porównanie zgodności wyników poszczególnych testów dla tych samych dowolnych prób prostych, to analiza byłaby niepełna, gdyby nie przeanalizowano „skuteczności” testów na próbach znanych – pochodzących ze znanych rozkładów¹³. Wyniki zawiera tab. 1. Należy zwrócić uwagę, że wszystkie testy, z wyjątkiem testu kurtozy (92%), ze 100% dokładnością „rozpoznały”, że próba nie pochodzi z populacji o rozkładzie normalnym, gdy pochodziła z populacji o rozkładzie wykładniczym¹⁴. Testy te wyraźnie odróżniają rozkład normalny od rozkładu wykładniczego. Niestety w przypadku pozostałych typów rozkładów wyniki nie są tak jednoznaczne.

Tab. 1. Wyniki testowania hipotezy o normalności rozkładu wybranymi testami dla prób pochodzących z populacji o różnych rozkładach

| test \ rozkład | S-W | K-L | K | A ₄ | A ₅ | E-P | C-M | W | Ku | As |
|--------------------------|--------|--------|--------|----------------|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| normalny | 91 | 91 | 91 | 91 | 90 | 90 | 91 | 90 | 87 | 88 |
| t-Studenta | 77 | 71 | 72 | 68 | 63 | 61 | 99 | 98 | 48 | 63 |
| chi-kwadrat | 30 | 47 | 47 | 36 | 33 | 29 | 38 | 48 | 55 | 13 |
| gamma | 31 | 36 | 37 | 35 | 33 | 32 | 37 | 39 | 51 | 25 |
| wykładniczy | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 |
| liczba trafnych decyzji | 353 | 337 | 335 | 352 | 361 | 368 | 317 | 305 | 325 | 387 |
| procent trafnych decyzji | 70,60% | 67,40% | 67,00% | 70,40% | 72,20% | 73,60% | 63,40% | 61,00% | 65,00% | 77,40% |

¹¹ Wybór liczności prób był wynikiem kompromisu pomiędzy dostępnością dokładnych rozkładów statystyk testowych i wymaganiami liczności prób dla rozkładów granicznych z uwzględnieniem postaci hipotezy (hipoteza złożona).

¹² Dokładniej wykorzystano funkcje Excela podające wartości zmiennej losowej o określonym rozkładzie (przy ustalonych parametrach), gdy znana jest (lub można obliczyć przez odpowiednie przekształcenia – np. dla rozkładu wykładniczego) wartość dystrybuanty oraz wbudowany generator liczb losowych z przedziału [0,1] o rozkładzie jednostajnym i twierdzenie, mówiące, że jeśli F jest dystrybuantą zmiennej losowej X, to zmienna losowa F(X) ma rozkład jednostajny na odcinku [0,1].

¹³ Dokładniej rozkładów znanego typu ale bez znajomości parametrów rozkładów. Zarówno wygenerowane wartości parametrów jak i wartości wygenerowanych prób, po przeprowadzeniu testowania, nie były zapamiętywane (zajmowano się hipotezami złożonymi).

¹⁴ Można by powiedzieć, że przy takiej konstrukcji hipotezy zerowej i alternatywnej moc testów wynosi 1.

Wartość w tabeli oznacza ile razy (na 100 prób) wynik testu nie dawał podstaw do odrzucenia hipotezy, że próba pochodzi z populacji o rozkładzie normalnym

Źródło: opracowanie własne.

Dla prób pochodzących z populacji o rozkładzie normalnym testy 9-10 razy, a dla testów kierunkowych 12-13 razy zdyskwalifikowały próbę jako nie pochodzącą z rozkładu normalnego. Ponieważ przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$ oznacza to, że popełniono błąd dwukrotnie przekraczający założony błąd pierwszego rodzaju. Powstaje pytanie, czy przyczyna tkwi w samych testach, czy w generatorach losowych, czy też jest to wynik statystycznie dopuszczalny¹⁵. Szczególnie niekorzystnie wypadły testy kurtozy i asymetrii, czyli testy sprawdzające charakterystyczne własności rozkładu normalnego¹⁶. W przypadku pozostałych rozkładów należało się spodziewać, że testy normalności w wielu przypadkach nie będą w stanie odróżnić rzeczywistego rozkładu od rozkładu normalnego. Wynika to stąd, że wraz ze wzrostem odpowiednich parametrów rozkładów dążą one do rozkładu normalnego. Zbieżność ta jest szczególnie szybka dla rozkładu t-Studenta¹⁷. Jednak zaskoczeniem jest fakt, że testy Cramera – von Misesa i Watsona (przy próbie 100 elementowej) w ogóle nie rozróżniają rozkładu t-Studenta od rozkładu normalnego. Zaskoczeniem jest również fakt, że test asymetrii aż w 37% dał wynik negatywny – a rozkład t-Studenta jest rozkładem symetrycznym, więc teoretycznie nie powinien być rozróżnialny dla testu asymetrii. Test asymetrii powinien być szczególnie przydatny dla „odróżnienia” rozkładu gamma i chi-kwadrat, które nie są symetryczne (a dla odpowiednio małych parametrów „bardzo” niesymetryczne). I rzeczywiście testy te „zanotowały” największy odsetek trafnych decyzji – dla rozkładu chi-kwadrat wręcz zaskakująco dobry.

Pomijając test asymetrii najlepiej radziły sobie testy: Eppsa – Pulleya i modyfikacje testu Andersona – Darlinga (szczególnie A_5) oraz Shapiro – Wilka¹⁸, a zdecydowanie najgorzej Watsona i Cramera – von Misesa¹⁹.

W tab. 2 przedstawiono wyniki zgodności decyzji (w procentach) dla poszczególnych par testów z uwzględnieniem wszystkich możliwych prób – nad główną przekątną i z pominięciem prób pochodzących z rozkładu wykładniczego – pod główną przekątną²⁰. W przypadku testów kurtozy i asymetrii podano procent sytuacji, w których z testu kurtozy (asymetrii) wynika odrzucenie hipotezy o normalności, a test niekierunkowy nie daje

¹⁵ W przypadku korzystania z granicznych wartości krytycznych może to mniej dziwić niż w sytuacji, gdy korzysta się z wartości dokładnych. W przypadku generatorów chodzi przede wszystkim o jakość wbudowanego w Excelu generatora rozkładu jednostajnego na odcinku [0,1]. Aby odpowiedzieć na ostatnie pytanie należałoby, przy założeniu dysponowania idealnym generatorem, przeprowadzić badania na próbie o liczności co najmniej kilku tysięcy.

¹⁶ Warunki konieczne ale nie wystarczające.

¹⁷ Powszechnie przyjmuje się, że dla 30 stopni swobody rozkład normalny można utożsamiać z rozkładem normalnym $N(0,1)$. Na temat zbieżności rozkładu t-Studenta i chi-kwadrat do rozkładu normalnego zob. M. Dębowska-Mróż, A. Rogowski, *Aproksymacja niektórych rozkładów prawdopodobieństwa*, Logistyka nr 2/2010 (Logistyka – nauka, materiały VII Konferencji Naukowo-Technicznej „Logitrans” – Logistyka, Systemy Transportowe, Bezpieczeństwo w Transporcie).

¹⁸ Powszechnie uważany za najlepszy test przy małych próbach.

¹⁹ Co może dziwić, zważywszy że oba te testy i testy Andersona – Darlinga oparte są na tej samej statystyce testowej.

²⁰ Na ogół test normalności wykonujemy w sytuacji, gdy mamy uzasadnione przypuszczenie, że populacja ma rozkład normalny. Rozkład wykładniczy na tyle różni się od rozkładu normalnego (również zakres zastosowań tych rozkładów jest zdecydowanie różny), że rzadko zachodzi sytuacja, w której testujemy normalność rozkładu pobierając próbę z rozkładu wykładniczego (lub zbliżonego do wykładniczego).

podstaw do odrzucenia hipotezy. Testy uznaje się za zgodne wtedy, gdy jednocześnie wskazują na odrzucenie hipotezy albo na brak podstaw do jej odrzucenia. Inne traktowanie par, w której występuje test kurtozy bądź asymetrii wynika z faktu, że testy te nie bazują na dystrybuancie bądź rozkładach pozycyjnych rozkładu normalnego, lecz jedynie na symetrii i współczynniku skupienia rozkładu normalnego. Własności te nie są wystarczającymi do uznania rozkładu za rozkład normalny (choć są warunkami koniecznymi), inne rozkłady mogą również być symetryczne i (lub) mieć współczynnik skupienia bliski 3. Szczegółowe wyniki zgodności testów wraz z podaniem liczby badanych prób zawiera tab. 3, a tab. 4 wyniki testów dla poszczególnych prób²¹.

Tab. 2. Zgodność wyników testowania hipotezy o normalności rozkładu dla wybranych par testów statystycznych (w %)

| Test | S-W | K-L | K | A4 | A5 | E-P | C-M | W | Ku | As |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| S-W | | 84,99% | 80,57% | 90,68% | 90,52% | 90,80% | 88,99% | 87,82% | 10,62% | 8,55% |
| K-L | 83,08% | | 94,47% | 88,47% | 86,41% | 83,42% | 89,77% | 89,64% | 16,45% | 12,56% |
| K | 76,92% | 93,43% | | 84,20% | 81,83% | 82,94% | 86,73% | 86,57% | 18,80% | 15,32% |
| A ₄ | 88,93% | 86,30% | 81,24% | | 96,68% | 94,00% | 95,58% | 93,52% | 11,22% | 10,27% |
| A ₅ | 88,74% | 83,86% | 78,42% | 96,06% | | 94,15% | 93,21% | 90,84% | 9,16% | 9,16% |
| E-P | 89,43% | 80,95% | 79,74% | 92,87% | 93,06% | | 92,23% | 89,51% | 10,88% | 6,74% |
| C-M | 87,35% | 88,24% | 84,24% | 94,75% | 91,93% | 91,07% | | 97,02% | 13,47% | 10,75% |
| W | 86,01% | 88,10% | 84,05% | 92,31% | 89,12% | 87,95% | 96,58% | | 13,99% | 12,82% |
| Ku | 12,20% | 18,90% | 22,33% | 13,32% | 10,88% | 12,50% | 15,48% | 16,07% | | 65,54% |
| As | 9,82% | 14,43% | 18,20% | 12,20% | 10,88% | 7,74% | 12,35% | 14,73% | 61,61% | |

Wartość w tabeli oznacza procent zgodności wyników testów: w części powyżej przekątnej dla wszystkich dostępnych dla danych testów prób losowych, w części poniżej przekątnej dla prób z wyłączeniem prób pochodzących z populacji o rozkładzie wykładniczym. Szczegółowe wyniki testów wraz z podaniem liczby badanych prób zawiera tab. 3

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki z tab. 2 są dosyć interesujące. Zwraca uwagę, że tylko w około 66% (62%²²) przypadków jednocześnie spełnione są warunki symetryczności rozkładu i skupienia (36% (41%); 30% (21%)) albo jednocześnie nie są spełnione – gdyby przyjąć, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, gdy jednocześnie oba testy (kurtozy i asymetrii) nie dają podstaw do odrzucenia hipotezy, to należałoby odrzucić 64% (59%) badanych prób. Jednocześnie największe rozbieżności występują w przypadku prób z populacji rzeczywistych o licznosciach $n = 44$ i $n = 26$. Najwyższe zgodności uzyskuje się dla testów Cramera – von Misesa (C-M) i Watsona (W), Andersona – Darlinga (A₄ i A₅) oraz A₄ i A₅ z testami Eppsa – Pulleya (E-P), C-M i W – przy czym dla testów A₄ wyższą niż dla A₅ oraz dla testów Kołmogorowa (K) i Kołmogorowa – Lilliefors (K-L). W przypadku testów K i K-L oraz A₄ i A₅ zgodność wydaje się oczywistą (można by raczej zastanawiać się dlaczego tak niska),

²¹ Ze względu na rozmiar tabel zamieszczone zostały na końcu artykułu.

²² W nawiasie wartości z pominięciem prób pochodzących z populacji o rozkładzie wykładniczym.

również A_4 i A_5 w stosunku do C-M i W. Należy jednak przypomnieć (tab. 1), że testy C-M i W miały najniższą trafność decyzji, a test A_4 i A_5 najwyższą. Jednocześnie testy A_5 i A_4 wykazują wysoką zgodność z testami kurtozy i asymetrii. Można powiedzieć, że są szczególnie „wrażliwe” na odstępstwa od symetrii i skupienia badanych prób – bardziej „wrażliwe” niż same testy asymetrii i kurtozy – tab. 3 próby danych rzeczywistych. Również interesujące są relacje zgodności testu E-P (wykorzystującego funkcje charakterystyczne) z testami opartymi na statystyce ω^2 Smirnowa. Wysoka zgodność z testami A_5 , A_4 i C-M i stosunkowo niska z testem Watsona. Jednocześnie bardzo duża zgodność z testem asymetrii (najwyższa z rozpatrywanych testów) i wysoka z testem S-W i zaskakująco niska z testami K-L i K. Uwzględniając wysoką trafność decyzji (tab. 1), test Eppsa-Pulleya wydaje się być najlepszym testem do testowania hipotez o normalności rozkładu dla hipotez złożonych.

Test Shapiro-Wilka jest zgodny w stopniu wysokim lub dużym ze wszystkimi pozostałymi testami z wyjątkiem testu K – ok. 81% (77%) i K-L – 85% (83%). Szczególnie dobra zgodność występuje z testem asymetrii i kurtozy (zajmując drugie miejsce w rankingu odpowiednio za testem E-P i A_5). Jednak na ogół zgodność jest niższa niż dla testu E-P.

Testy K-L i K (szczególnie) wykazują małą zgodność z pozostałymi testami (ok. 15-20% niezgodności), przy czym w stosunku do testów asymetrii i kurtozy najwyższą niezgodność spośród wszystkich testów. Z tab. 3 wynika, że testy te słabo reagują na odstępstwa od symetrii i skupienia. Uwzględniając stosunkowo niską trafność decyzji (tab. 1) testy K-L i K nie powinny być wykorzystywane samodzielnie do weryfikacji hipotez o normalności rozkładu. Jest to dość istotne spostrzeżenie, zważywszy na to, że testy oparte na statystyce Kołmogorowa uważane są za podstawowe testy zgodności dla rozkładów ciągłych i najczęściej (oprócz testu chi-kwadrat²³) omawiane w podręcznikach do statystyki.

Zauważmy, że (tab. 3) wszystkie 8 testów niekierunkowych dało jednakowy wynik (braku podstaw do odrzucenia hipotezy albo odrzucenia hipotezy dla 633 badanych prób) w ok. 74% (58%), 7 i 6 (bez wskazywania które) w ok. 9%, 5 w ok. 5%, a 4 w ok. 2% (4 oznacza, że połowa testów daje wynik „pozytywny” – brak podstaw do odrzucenia hipotezy, a połowa „negatywny”). Zgodność wszystkich 8 testów jest niewiele gorsza od zgodności układu 3 podstawowych testów: S-W + K-L + E-P – 80% (67%), S-W + K-L + A_4 – 82% (66%), S-W + K-L + A_5 – 81% (65%).

4. WNIOSKI

Wnioski wynikające z analizy nie są (i raczej nie mogą być) jednoznaczne. Dobór testów zależy od rzeczywistych celów testowania. W przypadku, gdy szczególnie istotna jest wiarygodność potwierdzenia normalności rozkładu, należy użyć testów Shapiro – Wilka, Kołmogorowa – Lillieforsa i Eppsa – Pulleya przyjmując hipotezę, gdy wszystkie trzy nie dają podstaw do odrzucenia (jako testów o niskiej zgodności – łącznie i wysokiej skuteczności – S-W i E-P, tab. 1; ok. 42% tab. 3) i odrzucając, gdy wszystkie trzy dają

²³ Test chi-kwadrat jest testem uniwersalnym, weryfikującym zgodność dla dowolnego typu rozkładu. Jednak jego efektywne stosowanie wymaga bardzo dużych prób (przyjmuje się, że minimalna próba to 100, im bardziej rozkład hipotetyczny różni się od rozkładu normalnego, tym próba liczniejsza). Ponadto test ten uważa się za bardzo słaby (tzn. istnieje duże prawdopodobieństwo przyjęcia hipotezy zerowej za prawdziwą, gdy jest ona fałszywa). Z tych powodów test ten nie był rozpatrywany.

podstawę do odrzucenia (38% (25%), tab. 3; łącznie 80% (67%) zgodności wszystkich trzech testów) lub S-W, K-L i A_4 (lub A_5), gdy licznosc próby powyżej 20.

Testy K-L i K nie powinny być wykorzystywane samodzielnie do weryfikacji hipotez o normalności rozkładu²⁴. Natomiast w przypadku, gdy zachodzi konieczność wyboru tylko jednego testu należałoby korzystać z testu Eppsa – Pulleya lub Shapiro – Wilka. Należy jednak podkreślić, że wyniki analizy oparte są na jednak stosunkowo małej próbie i wymagają potwierdzenia na większej próbie – szczególnie na próbach pochodzących z populacji o rozkładzie normalnym (weryfikacja błędu I rodzaju) i zbliżonych do normalnego (zdolność odróżnienia innych rozkładów – błąd II rodzaju).

Oprócz uwzględniania ogólnych wskaźników (łącznych dla wszystkich prób) należy również, przy wyborze testów, uwzględnić postać hipotezy alternatywnej. Zwróćmy uwagę, że na ogół wynik testu *nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy* należy rozumieć jako *nie ma istotnych przeciwwskazań, by traktować badany rozkład jak rozkład normalny – dostatecznie bliski rozkładowi normalnemu*. Bardzo często wiadomo, że rozkład w populacji nie jest rozkładem normalnym (bo np. jest rozkładem nieujemnym) i znany jest (lub podejrzewamy) typ rozkładu. Jednak chcemy (lub musimy) traktować go jak rozkład normalny. Wynik testu mówi nam jak „grube” jest to założenie. Z tab. 1 widać, że w zależności od rozkładu rzeczywistego można wybrać test (grupę testów) o większej trafności decyzji (statystycznie) niż inne.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Domański Cz., *Statystyczne testy nieparametryczne*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1979.
- [2] Greń J., *Statystyka matematyczna. Modele i zadania*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978.
- [3] Krysicki W., Bartos J. i in., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach*, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- [4] Rogowska R., Rogowski A., *Analiza statystyczna wyników badań kąta zwilżania metodą osadzanej kropli*, Logistyka nr 3/2011 (Logistyka – nauka, materiały VIII Konferencji Naukowo-Technicznej „Logitrans” – Logistyka, Systemy Transportowe, Bezpieczeństwo w Transportcie).
- [5] *Statystyczna interpretacja danych. Testy odstępstw od rozkładu normalnego*. PN-ISO 5479.

²⁴ Ale w przypadku, gdy „zależy nam” na nieodrżuceniu hipotezy, może to być „korzystne”.

Tab. 3. Zgodność wyników testowania hipotezy o normalności rozkładu dla wybranych układów testów statystycznych dla prób rzeczywistych o różnych licznosciach i prób o licznosci 100 uzyskanych metodą symulacyjną z populacji o wybranych rozkładach prawdopodobieństwa

| układ | normalny | wykładniczy | t-Studenta | chi-kwadrat | gamma | n=10 | n=44 | n=26 | n=34 | razem | razem % | razem % bez roz. wykł. |
|------------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|-----------|------------|---------------|------------------------|
| S-W + K-L | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 85 | 0 | 66 | 27 | 29 | 120 | 50 | 59 | 5 | 441 | 49,77% | 56,11% |
| 1=0 | 6 | 0 | 11 | 3 | 2 | 5 | 4 | 4 | 0 | 35 | 3,95% | 4,45% |
| 0=1 | 6 | 0 | 5 | 20 | 7 | 5 | 19 | 28 | 8 | 98 | 11,06% | 12,47% |
| 0=0 | 3 | 100 | 18 | 50 | 62 | 9 | 41 | 23 | 6 | 312 | 35,21% | 26,97% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 139 | 114 | 114 | 19 | 886 | 84,99% | 83,08% |
| S-W + K | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 85 | 0 | 67 | 27 | 30 | | | 63 | 5 | 277 | 43,76% | 51,97% |
| 1=0 | 6 | 0 | 10 | 3 | 1 | | | 0 | 0 | 20 | 3,16% | 3,75% |
| 0=1 | 6 | 0 | 5 | 20 | 7 | | | 51 | 14 | 103 | 16,27% | 19,32% |
| 0=0 | 3 | 100 | 18 | 50 | 62 | | | 0 | 0 | 233 | 36,81% | 24,95% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 80,57% | 76,92% |
| S-W + A4 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 85 | 0 | 66 | 25 | 29 | | | 60 | 5 | 270 | 42,65% | 50,66% |
| 1=0 | 6 | 0 | 11 | 5 | 2 | | | 3 | 0 | 27 | 4,27% | 5,07% |
| 0=1 | 6 | 0 | 2 | 11 | 6 | | | 7 | 0 | 32 | 5,06% | 6,00% |
| 0=0 | 3 | 100 | 21 | 59 | 63 | | | 44 | 14 | 304 | 48,03% | 38,27% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 90,68% | 88,93% |
| S-W + A5 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 85 | 0 | 61 | 25 | 28 | | | 55 | 5 | 259 | 40,92% | 48,59% |
| 1=0 | 6 | 0 | 16 | 5 | 3 | | | 8 | 0 | 38 | 6,00% | 7,13% |
| 0=1 | 5 | 0 | 2 | 8 | 5 | | | 2 | 0 | 22 | 3,48% | 4,13% |
| 0=0 | 4 | 100 | 21 | 62 | 64 | | | 49 | 14 | 314 | 49,61% | 40,15% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 90,52% | 88,74% |
| S-W + E-P | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 86 | 0 | 60 | 24 | 28 | 25 | 49 | 61 | 5 | 338 | 43,78% | 50,30% |
| 1=0 | 5 | 0 | 17 | 6 | 3 | 0 | 5 | 2 | 0 | 38 | 4,92% | 5,65% |
| 0=1 | 4 | 0 | 1 | 5 | 4 | 0 | 5 | 11 | 3 | 33 | 4,27% | 4,91% |
| 0=0 | 5 | 100 | 22 | 65 | 65 | 0 | 55 | 40 | 11 | 363 | 47,02% | 39,14% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 90,80% | 89,43% |
| S-W + C-M | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 85 | 0 | 68 | 26 | 29 | 25 | 48 | 61 | 5 | 347 | 44,95% | 51,64% |
| 1=0 | 6 | 0 | 9 | 4 | 2 | 0 | 6 | 2 | 0 | 29 | 3,76% | 4,32% |
| 0=1 | 6 | 0 | 2 | 12 | 8 | 0 | 8 | 15 | 5 | 56 | 7,25% | 8,33% |
| 0=0 | 3 | 100 | 21 | 58 | 61 | 0 | 52 | 36 | 9 | 340 | 44,04% | 35,71% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 88,99% | 87,35% |
| S-W + W | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 85 | 0 | 68 | 29 | 29 | 25 | 46 | 61 | 5 | 348 | 45,08% | 51,79% |
| 1=0 | 6 | 0 | 9 | 1 | 2 | 0 | 8 | 2 | 0 | 28 | 3,63% | 4,17% |
| 0=1 | 5 | 0 | 2 | 19 | 10 | 0 | 10 | 15 | 5 | 66 | 8,55% | 9,82% |
| 0=0 | 4 | 100 | 21 | 51 | 59 | 0 | 50 | 36 | 9 | 330 | 42,75% | 34,23% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 87,82% | 86,01% |
| S-W + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 83 | 0 | 48 | 24 | 30 | 22 | 41 | 44 | 2 | 294 | 38,08% | 43,75% |
| 1=0 | 8 | 0 | 29 | 6 | 1 | 3 | 13 | 19 | 3 | 82 | 10,62% | 12,20% |
| 0=1 | 4 | 8 | 0 | 31 | 21 | 0 | 22 | 18 | 5 | 109 | 14,12% | 15,03% |
| 0=0 | 5 | 92 | 23 | 39 | 48 | 0 | 38 | 33 | 9 | 287 | 37,18% | 29,02% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 75,26% | 72,77% |
| S-W + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 83 | 0 | 59 | 11 | 19 | 25 | 48 | 60 | 5 | 310 | 40,16% | 46,13% |
| 1=0 | 8 | 0 | 18 | 19 | 12 | 0 | 6 | 3 | 0 | 66 | 8,55% | 9,82% |
| 0=1 | 5 | 0 | 4 | 2 | 6 | 0 | 36 | 40 | 10 | 103 | 13,34% | 15,33% |
| 0=0 | 4 | 100 | 19 | 68 | 63 | 0 | 24 | 11 | 4 | 293 | 37,95% | 28,72% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 78,11% | 74,85% |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|---------------|---------------|
| KL + K | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 91 | 0 | 71 | 47 | 36 | | | 87 | 13 | 345 | 54,50% | 64,73% |
| 1=0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | 0 | 0 | 0 | 0,00% | 0,00% |
| 0=1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | 27 | 6 | 35 | 5,53% | 6,57% |
| 0=0 | 9 | 100 | 28 | 53 | 63 | | | 0 | 0 | 253 | 39,97% | 28,71% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 94,47% | 93,43% |
| KL + A4 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 62 | 35 | 32 | | | 65 | 5 | 287 | 45,34% | 53,85% |
| 1=0 | 3 | 0 | 9 | 12 | 4 | | | 22 | 8 | 58 | 9,16% | 10,88% |
| 0=1 | 3 | 0 | 6 | 1 | 3 | | | 2 | 0 | 15 | 2,37% | 2,81% |
| 0=0 | 6 | 100 | 23 | 52 | 61 | | | 25 | 6 | 273 | 43,13% | 32,46% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 88,47% | 86,30% |
| KL + A5 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 58 | 32 | 31 | | | 56 | 5 | 270 | 42,65% | 50,66% |
| 1=0 | 3 | 0 | 13 | 15 | 5 | | | 31 | 8 | 75 | 11,85% | 14,07% |
| 0=1 | 2 | 0 | 5 | 1 | 2 | | | 1 | 0 | 11 | 1,74% | 2,06% |
| 0=0 | 7 | 100 | 24 | 52 | 62 | | | 26 | 6 | 277 | 43,76% | 33,21% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 86,41% | 83,86% |
| KL + E-P | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 87 | 0 | 57 | 29 | 28 | 25 | 48 | 66 | 8 | 348 | 45,08% | 51,79% |
| 1=0 | 4 | 0 | 14 | 18 | 8 | 0 | 6 | 21 | 5 | 76 | 9,84% | 11,31% |
| 0=1 | 3 | 0 | 4 | 0 | 4 | 0 | 35 | 6 | 0 | 52 | 6,74% | 7,74% |
| 0=0 | 6 | 100 | 25 | 53 | 60 | 0 | 25 | 21 | 6 | 296 | 38,34% | 29,17% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 83,42% | 80,95% |
| KL + C-R | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 89 | 0 | 64 | 36 | 32 | 24 | 54 | 72 | 10 | 381 | 49,35% | 56,70% |
| 1=0 | 2 | 0 | 7 | 11 | 4 | 0 | 15 | 15 | 3 | 57 | 7,38% | 8,48% |
| 0=1 | 2 | 0 | 6 | 2 | 5 | 1 | 2 | 4 | 0 | 22 | 2,85% | 3,27% |
| 0=0 | 7 | 100 | 23 | 51 | 59 | 0 | 43 | 23 | 6 | 312 | 40,41% | 31,55% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 89,77% | 88,24% |
| KL + W | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 63 | 42 | 33 | 24 | 53 | 73 | 10 | 386 | 50,00% | 57,44% |
| 1=0 | 3 | 0 | 8 | 5 | 3 | 0 | 16 | 14 | 3 | 52 | 6,74% | 7,74% |
| 0=1 | 2 | 0 | 7 | 6 | 6 | 1 | 3 | 3 | 0 | 28 | 3,63% | 4,17% |
| 0=0 | 7 | 100 | 22 | 47 | 58 | 0 | 42 | 24 | 6 | 306 | 39,64% | 30,65% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 89,64% | 88,10% |
| KL + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 80 | 0 | 46 | 33 | 32 | 21 | 45 | 50 | 4 | 311 | 40,28% | 46,28% |
| 1=0 | 11 | 0 | 25 | 14 | 4 | 3 | 24 | 37 | 9 | 127 | 16,45% | 18,90% |
| 0=1 | 7 | 8 | 2 | 22 | 19 | 1 | 18 | 12 | 3 | 92 | 11,92% | 12,50% |
| 0=0 | 2 | 92 | 27 | 31 | 45 | 0 | 27 | 15 | 3 | 242 | 31,35% | 22,32% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 71,63% | 68,60% |
| KL + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 82 | 0 | 54 | 12 | 19 | 24 | 57 | 81 | 12 | 341 | 44,17% | 50,74% |
| 1=0 | 9 | 0 | 17 | 35 | 17 | 0 | 12 | 6 | 1 | 97 | 12,56% | 14,43% |
| 0=1 | 6 | 0 | 9 | 1 | 6 | 1 | 27 | 19 | 3 | 72 | 9,33% | 10,71% |
| 0=0 | 3 | 100 | 20 | 52 | 58 | 0 | 18 | 8 | 3 | 262 | 33,94% | 24,11% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 78,11% | 74,85% |

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|--|-----|----|-----|---------------|---------------|--|
| K + A4 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 63 | 35 | 33 | | 67 | 5 | 291 | 45,97% | 54,60% | |
| 1=0 | 3 | 0 | 9 | 12 | 4 | | 47 | 14 | 89 | 14,06% | 16,70% | |
| 0=1 | 3 | 0 | 5 | 1 | 2 | | 0 | 0 | 11 | 1,74% | 2,06% | |
| 0=0 | 6 | 100 | 23 | 52 | 61 | | 0 | 0 | 242 | 38,23% | 26,64% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 84,20% | 81,24% | |
| K + A5 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 59 | 32 | 32 | | 57 | 5 | 273 | 43,13% | 51,22% | |
| 1=0 | 3 | 0 | 13 | 15 | 5 | | 57 | 14 | 107 | 16,90% | 20,08% | |
| 0=1 | 2 | 0 | 4 | 1 | 1 | | 0 | 0 | 8 | 1,26% | 1,50% | |
| 0=0 | 7 | 100 | 24 | 52 | 62 | | 0 | 0 | 245 | 38,70% | 27,20% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 81,83% | 78,42% | |
| K + E-P | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 87 | 0 | 58 | 29 | 28 | | 72 | 8 | 282 | 44,55% | 52,91% | |
| 1=0 | 4 | 0 | 14 | 18 | 9 | | 42 | 11 | 98 | 15,48% | 18,39% | |
| 0=1 | 3 | 0 | 3 | 0 | 4 | | 0 | 0 | 10 | 1,58% | 1,88% | |
| 0=0 | 6 | 100 | 25 | 53 | 59 | | 0 | 0 | 243 | 38,39% | 26,83% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 82,94% | 79,74% | |
| K + C-M | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 89 | 0 | 65 | 36 | 33 | | 76 | 10 | 309 | 48,82% | 57,97% | |
| 1=0 | 2 | 0 | 7 | 11 | 4 | | 38 | 9 | 71 | 11,22% | 13,32% | |
| 0=1 | 2 | 0 | 5 | 2 | 4 | | 0 | 0 | 13 | 2,05% | 2,44% | |
| 0=0 | 7 | 100 | 23 | 51 | 59 | | 0 | 0 | 240 | 37,91% | 26,27% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 86,73% | 84,24% | |
| K + W | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 64 | 42 | 34 | | 76 | 10 | 314 | 49,61% | 58,91% | |
| 1=0 | 3 | 0 | 8 | 5 | 3 | | 38 | 9 | 66 | 10,43% | 12,38% | |
| 0=1 | 2 | 0 | 6 | 6 | 5 | | 0 | 0 | 19 | 3,00% | 3,56% | |
| 0=0 | 7 | 100 | 22 | 47 | 58 | | 0 | 0 | 234 | 36,97% | 25,14% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 86,57% | 84,05% | |
| K + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 80 | 0 | 46 | 33 | 33 | | 62 | 7 | 261 | 41,23% | 48,97% | |
| 1=0 | 11 | 0 | 26 | 14 | 4 | | 52 | 12 | 119 | 18,80% | 22,33% | |
| 0=1 | 7 | 8 | 2 | 22 | 18 | | 0 | 0 | 57 | 9,00% | 9,19% | |
| 0=0 | 2 | 92 | 26 | 31 | 45 | | 0 | 0 | 196 | 30,96% | 19,51% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 72,20% | 68,48% | |
| K + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 82 | 0 | 55 | 12 | 19 | | 100 | 15 | 283 | 44,71% | 53,10% | |
| 1=0 | 9 | 0 | 17 | 35 | 18 | | 14 | 4 | 97 | 15,32% | 18,20% | |
| 0=1 | 6 | 0 | 8 | 1 | 6 | | 0 | 0 | 21 | 3,32% | 3,94% | |
| 0=0 | 3 | 100 | 20 | 52 | 57 | | 0 | 0 | 232 | 36,65% | 24,77% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 81,36% | 77,86% | |
| A4 + A5 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 90 | 0 | 63 | 33 | 33 | | 57 | 5 | 281 | 44,39% | 52,72% | |
| 1=0 | 1 | 0 | 5 | 3 | 2 | | 10 | 0 | 21 | 3,32% | 3,94% | |
| 0=1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0,00% | 0,00% | |
| 0=0 | 9 | 100 | 32 | 64 | 65 | | 47 | 14 | 331 | 52,29% | 43,34% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 96,68% | 96,06% | |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|--|-----|----|-----|---------------|---------------|--|
| A4 + E-P | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 89 | 0 | 60 | 29 | 30 | | 65 | 5 | 278 | 43,92% | 52,16% | |
| 1=0 | 2 | 0 | 8 | 7 | 5 | | 2 | 0 | 24 | 3,79% | 4,50% | |
| 0=1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | | 7 | 3 | 14 | 2,21% | 2,63% | |
| 0=0 | 8 | 100 | 31 | 64 | 63 | | 40 | 11 | 317 | 50,08% | 40,71% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 94,00% | 92,87% | |
| A4 + C-M | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 90 | 0 | 68 | 35 | 33 | | 67 | 5 | 298 | 47,08% | 55,91% | |
| 1=0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | | 0 | 0 | 4 | 0,63% | 0,75% | |
| 0=1 | 1 | 0 | 2 | 3 | 4 | | 9 | 5 | 24 | 3,79% | 4,50% | |
| 0=0 | 8 | 100 | 30 | 61 | 61 | | 38 | 9 | 307 | 48,50% | 38,84% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 95,58% | 94,75% | |
| A4 + W | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 89 | 0 | 67 | 36 | 33 | | 67 | 5 | 297 | 46,92% | 55,72% | |
| 1=0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 2 | | 0 | 0 | 5 | 0,79% | 0,94% | |
| 0=1 | 1 | 0 | 3 | 12 | 6 | | 9 | 5 | 36 | 5,69% | 6,75% | |
| 0=0 | 8 | 100 | 29 | 52 | 59 | | 38 | 9 | 295 | 46,60% | 36,59% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 93,52% | 92,31% | |
| A4 + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 80 | 0 | 48 | 28 | 31 | | 42 | 2 | 231 | 36,49% | 43,34% | |
| 1=0 | 11 | 0 | 20 | 8 | 4 | | 25 | 3 | 71 | 11,22% | 13,32% | |
| 0=1 | 7 | 8 | 0 | 27 | 20 | | 20 | 5 | 87 | 13,74% | 14,82% | |
| 0=0 | 2 | 92 | 32 | 37 | 45 | | 27 | 9 | 244 | 38,55% | 28,52% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 75,04% | 71,86% | |
| A4 + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 82 | 0 | 54 | 12 | 21 | | 63 | 5 | 237 | 37,44% | 44,47% | |
| 1=0 | 9 | 0 | 14 | 24 | 14 | | 4 | 0 | 65 | 10,27% | 12,20% | |
| 0=1 | 6 | 0 | 9 | 1 | 4 | | 37 | 10 | 67 | 10,58% | 12,57% | |
| 0=0 | 3 | 100 | 23 | 63 | 61 | | 10 | 4 | 264 | 41,71% | 30,77% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 79,15% | 75,23% | |
| A5 + E-P | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 89 | 0 | 60 | 29 | 28 | | 57 | 5 | 268 | 42,34% | 50,28% | |
| 1=0 | 1 | 0 | 3 | 4 | 5 | | 0 | 0 | 13 | 2,05% | 2,44% | |
| 0=1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 4 | | 15 | 3 | 24 | 3,79% | 4,50% | |
| 0=0 | 9 | 100 | 36 | 67 | 63 | | 42 | 11 | 328 | 51,82% | 42,78% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 94,15% | 93,06% | |
| A5 + C-M | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 89 | 0 | 63 | 33 | 33 | | 57 | 5 | 280 | 44,23% | 52,53% | |
| 1=0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 0,16% | 0,19% | |
| 0=1 | 2 | 0 | 7 | 5 | 4 | | 19 | 5 | 42 | 6,64% | 7,88% | |
| 0=0 | 8 | 100 | 30 | 62 | 63 | | 38 | 9 | 310 | 48,97% | 39,40% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 93,21% | 91,93% | |
| A5 + W | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 62 | 33 | 33 | | 57 | 5 | 278 | 43,92% | 52,16% | |
| 1=0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 3 | 0,47% | 0,56% | |
| 0=1 | 2 | 0 | 8 | 15 | 6 | | 19 | 5 | 55 | 8,69% | 10,32% | |
| 0=0 | 8 | 100 | 29 | 52 | 61 | | 38 | 9 | 297 | 46,92% | 36,96% | |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | 114 | 19 | 633 | 90,84% | 89,12% | |

| | | | | | | | | | | | | |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|---------------|---------------|
| A5 + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 79 | 0 | 48 | 27 | 29 | | | 38 | 2 | 223 | 35,23% | 41,84% |
| 1=0 | 11 | 0 | 15 | 6 | 4 | | | 19 | 3 | 58 | 9,16% | 10,88% |
| 0=1 | 8 | 8 | 0 | 28 | 22 | | | 24 | 5 | 95 | 15,01% | 16,32% |
| 0=0 | 2 | 92 | 37 | 39 | 45 | | | 33 | 9 | 257 | 40,60% | 30,96% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 75,83% | 72,80% |
| A5 + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 82 | 0 | 51 | 12 | 19 | | | 54 | 5 | 223 | 35,23% | 41,84% |
| 1=0 | 8 | 0 | 12 | 21 | 14 | | | 3 | 0 | 58 | 9,16% | 10,88% |
| 0=1 | 6 | 0 | 12 | 1 | 6 | | | 46 | 10 | 81 | 12,80% | 15,20% |
| 0=0 | 4 | 100 | 25 | 66 | 61 | | | 11 | 4 | 271 | 42,81% | 32,08% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | 78,04% | 73,92% |
| E-P + C-M | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 88 | 0 | 61 | 29 | 29 | 25 | 47 | 70 | 8 | 357 | 46,24% | 53,13% |
| 1=0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 7 | 2 | 0 | 14 | 1,81% | 2,08% |
| 0=1 | 3 | 0 | 9 | 9 | 8 | 0 | 9 | 6 | 2 | 46 | 5,96% | 6,85% |
| 0=0 | 7 | 100 | 30 | 62 | 60 | 0 | 51 | 36 | 9 | 355 | 45,98% | 37,95% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 92,23% | 91,07% |
| E-P + W | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 87 | 0 | 60 | 29 | 29 | 25 | 46 | 68 | 8 | 352 | 45,60% | 52,38% |
| 1=0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 8 | 4 | 0 | 19 | 2,46% | 2,83% |
| 0=1 | 3 | 0 | 10 | 19 | 10 | 0 | 10 | 8 | 2 | 62 | 8,03% | 9,23% |
| 0=0 | 7 | 100 | 29 | 52 | 58 | 0 | 50 | 34 | 9 | 339 | 43,91% | 35,57% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 89,51% | 87,95% |
| E-P + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 79 | 0 | 47 | 24 | 29 | 22 | 40 | 44 | 2 | 287 | 37,18% | 42,71% |
| 1=0 | 11 | 0 | 14 | 5 | 3 | 3 | 14 | 28 | 6 | 84 | 10,88% | 12,50% |
| 0=1 | 8 | 8 | 1 | 31 | 22 | 0 | 23 | 18 | 5 | 116 | 15,03% | 16,07% |
| 0=0 | 2 | 92 | 38 | 40 | 46 | 0 | 37 | 24 | 6 | 285 | 36,92% | 28,72% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 74,09% | 71,43% |
| E-P + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 83 | 0 | 51 | 12 | 23 | 25 | 48 | 69 | 8 | 319 | 41,32% | 47,47% |
| 1=0 | 7 | 0 | 10 | 17 | 9 | 0 | 6 | 3 | 0 | 52 | 6,74% | 7,74% |
| 0=1 | 5 | 0 | 12 | 1 | 2 | 0 | 36 | 31 | 7 | 94 | 12,18% | 13,99% |
| 0=0 | 5 | 100 | 27 | 70 | 66 | 0 | 24 | 11 | 4 | 307 | 39,77% | 30,80% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 81,09% | 78,27% |
| C-M + W | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 90 | 0 | 69 | 38 | 37 | 25 | 54 | 74 | 10 | 397 | 51,42% | 59,08% |
| 1=0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 6 | 0,78% | 0,89% |
| 0=1 | 0 | 0 | 1 | 10 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | 17 | 2,20% | 2,53% |
| 0=0 | 9 | 100 | 29 | 52 | 61 | 0 | 56 | 36 | 9 | 352 | 45,60% | 37,50% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 97,02% | 96,58% |
| C-M + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 81 | 0 | 48 | 29 | 32 | 22 | 38 | 47 | 2 | 299 | 38,73% | 44,49% |
| 1=0 | 10 | 0 | 22 | 9 | 5 | 3 | 18 | 29 | 8 | 104 | 13,47% | 15,48% |
| 0=1 | 6 | 8 | 0 | 26 | 19 | 0 | 25 | 15 | 5 | 104 | 13,47% | 14,29% |
| 0=0 | 3 | 92 | 30 | 36 | 44 | 0 | 33 | 23 | 4 | 265 | 34,33% | 25,74% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 73,06% | 70,24% |

| | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|---------------|---------------|
| C-M + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 81 | 0 | 54 | 12 | 20 | 25 | 47 | 71 | 10 | 320 | 41,45% | 47,62% |
| 1=0 | 10 | 0 | 16 | 26 | 17 | 0 | 9 | 5 | 0 | 83 | 10,75% | 12,35% |
| 0=1 | 7 | 0 | 9 | 1 | 5 | 0 | 37 | 29 | 5 | 93 | 12,05% | 13,84% |
| 0=0 | 2 | 100 | 21 | 61 | 58 | 0 | 21 | 9 | 4 | 276 | 35,75% | 26,19% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 77,20% | 73,81% |
| W + Ku | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 81 | 0 | 47 | 34 | 33 | 22 | 38 | 49 | 2 | 306 | 39,64% | 45,54% |
| 1=0 | 9 | 0 | 23 | 14 | 6 | 3 | 18 | 27 | 8 | 108 | 13,99% | 16,07% |
| 0=1 | 6 | 8 | 1 | 21 | 18 | 0 | 25 | 13 | 5 | 97 | 12,56% | 13,24% |
| 0=0 | 4 | 92 | 29 | 31 | 43 | 0 | 33 | 25 | 4 | 261 | 33,81% | 25,15% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 73,45% | 70,68% |
| W + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 80 | 0 | 53 | 12 | 20 | 25 | 46 | 69 | 10 | 315 | 40,80% | 46,88% |
| 1=0 | 10 | 0 | 17 | 36 | 19 | 0 | 10 | 7 | 0 | 99 | 12,82% | 14,73% |
| 0=1 | 8 | 0 | 10 | 1 | 5 | 0 | 38 | 31 | 5 | 98 | 12,69% | 14,58% |
| 0=0 | 2 | 100 | 20 | 51 | 56 | 0 | 20 | 7 | 4 | 260 | 33,68% | 23,81% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 74,48% | 70,68% |
| Ku + As | | | | | | | | | | | | |
| 1=1 | 77 | 0 | 46 | 11 | 21 | 22 | 45 | 50 | 3 | 275 | 35,62% | 40,92% |
| 1=0 | 10 | 8 | 2 | 44 | 30 | 0 | 18 | 12 | 4 | 128 | 16,58% | 17,86% |
| 0=1 | 11 | 0 | 17 | 2 | 4 | 3 | 39 | 50 | 12 | 138 | 17,88% | 20,54% |
| 0=0 | 2 | 92 | 35 | 43 | 45 | 0 | 12 | 2 | 0 | 231 | 29,92% | 20,68% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 25 | 114 | 114 | 19 | 772 | 65,54% | 61,61% |
| 8 testów | | | | | | | | | | | | |
| 8x1 | 84 | 0 | 54 | 24 | 26 | | | 54 | 5 | 247 | 39,02% | 39,02% |
| 8x0 | 1 | 100 | 18 | 46 | 56 | | | 0 | 0 | 221 | 34,91% | 19,12% |
| Σ | 85 | 100 | 72 | 70 | 82 | | | 54 | 5 | 468 | 73,93% | 58,14% |
| 8 testów | | | | | | | | | | | | |
| 7x1 | 2 | 0 | 4 | 5 | 2 | | | 6 | 0 | 19 | 3,00% | 3,00% |
| 7x0 | 4 | 0 | 4 | 4 | 1 | | | 21 | 6 | 40 | 6,32% | 6,32% |
| Σ | 6 | 0 | 8 | 9 | 3 | | | 27 | 6 | 59 | 9,32% | 9,32% |
| 8 testów | | | | | | | | | | | | |
| 6x1 | 3 | 0 | 9 | 3 | 4 | | | 6 | 0 | 25 | 3,95% | 3,95% |
| 6x0 | 2 | 0 | 4 | 7 | 6 | | | 13 | 3 | 35 | 5,53% | 5,53% |
| Σ | 5 | 0 | 13 | 10 | 10 | | | 19 | 3 | 60 | 9,48% | 9,48% |
| 8 testów | | | | | | | | | | | | |
| 5x1 | 0 | 0 | 2 | 4 | 3 | | | 4 | 3 | 16 | 2,53% | 2,53% |
| 5x0 | 3 | 0 | 4 | 3 | 2 | | | 5 | 0 | 17 | 2,69% | 2,69% |
| Σ | 3 | 0 | 6 | 7 | 5 | | | 9 | 3 | 33 | 5,21% | 5,21% |
| 8 testów | | | | | | | | | | | | |
| 4x1 | 1 | 0 | 1 | 4 | 0 | | | 5 | 2 | 13 | 2,05% | 2,05% |
| Σ | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | | | 114 | 19 | 633 | | |
| S-W + K-L + E-P | | | | | | | | | | | | |
| 1=1=1 | 84 | 0 | 56 | 24 | 27 | 24 | 46 | 57 | 5 | 323 | 41,84% | 41,84% |
| 0=0=0 | 2 | 100 | 18 | 50 | 59 | 0 | 38 | 21 | 6 | 294 | 38,08% | 25,13% |
| Σ | 86 | 100 | 74 | 74 | 86 | 24 | 84 | 78 | 11 | 617 | 79,92% | 66,97% |
| S-W + K-L + A5 | | | | | | | | | | | | |
| 1=1=1 | 84 | 0 | 56 | 24 | 27 | | | 54 | 5 | 250 | 39,49% | 39,49% |
| 0=0=0 | 2 | 100 | 18 | 50 | 61 | | | 23 | 6 | 260 | 41,07% | 25,28% |
| Σ | 86 | 100 | 74 | 74 | 88 | | | 77 | 11 | 510 | 80,57% | 64,77% |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,9663 | 0,0684 | 0,0683 | 0,6948 | 0,7154 | 0,4317 | 0,0968 | 0,0761 | 3,4903 | -0,5814 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,9696 | 0,1078 | 0,1072 | 1,2837 | 1,3217 | 0,7846 | 0,2259 | 0,2145 | 4,9898 | -0,4672 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9079 | 0,1472 | 0,1465 | 3,6024 | 3,7088 | 2,3553 | 0,6558 | 0,6541 | 8,9169 | 0,0598 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9758 | 0,0870 | 0,0859 | 0,7085 | 0,7295 | 0,3014 | 0,1161 | 0,1134 | 4,1324 | -0,3240 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,9714 | 0,0814 | 0,0805 | 0,7395 | 0,7614 | 0,4756 | 0,1118 | 0,1099 | 5,4443 | -0,2007 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0,9843 | 0,0539 | 0,0531 | 0,2825 | 0,2908 | 0,0574 | 0,0432 | 0,0424 | 2,9901 | 0,0410 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9743 | 0,0802 | 0,0793 | 0,8535 | 0,8788 | 0,4743 | 0,1346 | 0,1301 | 4,2791 | -0,3586 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9726 | 0,0712 | 0,0707 | 0,5132 | 0,5284 | 0,3048 | 0,0654 | 0,0653 | 6,2702 | 0,5071 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,9523 | 0,0894 | 0,0888 | 1,3211 | 1,3601 | 0,8672 | 0,2133 | 0,2061 | 6,2858 | 0,7272 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9797 | 0,0647 | 0,0649 | 0,5030 | 0,5179 | 0,1439 | 0,0829 | 0,0816 | 3,1585 | -0,0353 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9665 | 0,1132 | 0,1124 | 1,3348 | 1,3742 | 0,9102 | 0,2231 | 0,2158 | 5,3564 | 0,3067 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9829 | 0,0781 | 0,0773 | 0,5307 | 0,5464 | 0,1384 | 0,0746 | 0,0700 | 3,2410 | 0,2759 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9829 | 0,0781 | 0,0773 | 0,5307 | 0,5464 | 0,1384 | 0,0746 | 0,0700 | 3,2410 | 0,2759 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9701 | 0,0620 | 0,0608 | 0,5892 | 0,6066 | 0,3618 | 0,0817 | 0,0705 | 4,5020 | -0,6286 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0,9601 | 0,0715 | 0,0705 | 1,0821 | 1,1141 | 0,7245 | 0,1608 | 0,1559 | 6,3363 | -0,5588 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9003 | 0,1233 | 0,1225 | 2,2950 | 2,3628 | 1,6141 | 0,3449 | 0,3213 | 8,3495 | -1,3905 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9896 | 0,0573 | 0,0565 | 0,3109 | 0,3201 | 0,1418 | 0,0529 | 0,0520 | 3,6803 | 0,1553 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9764 | 0,0718 | 0,0722 | 0,3641 | 0,3749 | 0,0651 | 0,0623 | 0,0619 | 2,8297 | -0,0193 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9313 | 0,1174 | 0,1166 | 1,6865 | 1,7364 | 1,1753 | 0,2639 | 0,2417 | 6,9741 | 1,1338 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9400 | 0,0990 | 0,0980 | 1,2735 | 1,3111 | 0,8491 | 0,1784 | 0,1446 | 4,9488 | 0,9878 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9854 | 0,0722 | 0,0712 | 0,3927 | 0,4043 | 0,0826 | 0,0690 | 0,0690 | 3,3299 | -0,1312 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9864 | 0,0739 | 0,0727 | 0,3984 | 0,4101 | 0,1623 | 0,0562 | 0,0559 | 3,8034 | -0,1067 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0,9746 | 0,0800 | 0,0799 | 0,5949 | 0,6125 | 0,3256 | 0,0783 | 0,0719 | 5,1792 | -0,5007 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,8580 | 0,1313 | 0,1306 | 2,6617 | 2,7404 | 1,7684 | 0,4647 | 0,4215 | 15,2838 | 2,3817 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9792 | 0,0930 | 0,0925 | 0,4717 | 0,4857 | 0,2298 | 0,0776 | 0,0746 | 3,6796 | -0,1867 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9471 | 0,0742 | 0,0739 | 0,8290 | 0,8535 | 0,4819 | 0,1262 | 0,1178 | 8,3784 | 1,1568 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9636 | 0,0881 | 0,0869 | 0,9711 | 0,9998 | 0,4725 | 0,1394 | 0,1392 | 4,6010 | -0,1939 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9790 | 0,0707 | 0,0698 | 0,5630 | 0,5797 | 0,2657 | 0,0948 | 0,0928 | 3,4126 | -0,0890 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9709 | 0,0913 | 0,0904 | 0,7468 | 0,7688 | 0,4778 | 0,1178 | 0,1078 | 4,6207 | 0,5511 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0,8263 | 0,1507 | 0,1496 | 4,3244 | 4,4522 | 2,9140 | 0,7584 | 0,7512 | 18,8856 | -2,1383 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9542 | 0,1160 | 0,1154 | 1,8276 | 1,8816 | 1,1713 | 0,3226 | 0,3109 | 4,7983 | 0,4555 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9403 | 0,0934 | 0,0922 | 1,2158 | 1,2517 | 0,7813 | 0,1884 | 0,1820 | 9,1161 | -1,1103 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9826 | 0,0665 | 0,0667 | 0,3627 | 0,3734 | 0,0833 | 0,0557 | 0,0535 | 3,2111 | -0,1414 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9447 | 0,1033 | 0,1021 | 1,6458 | 1,6944 | 1,1112 | 0,2201 | 0,2201 | 6,3632 | 0,0128 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9710 | 0,0942 | 0,0934 | 1,2264 | 1,2626 | 0,7601 | 0,2051 | 0,2047 | 5,0806 | -0,1610 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9735 | 0,0586 | 0,0595 | 0,4296 | 0,4422 | 0,1285 | 0,0600 | 0,0522 | 2,9279 | 0,3726 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9906 | 0,0701 | 0,0691 | 0,4921 | 0,5066 | 0,2252 | 0,0764 | 0,0753 | 4,2409 | -0,1270 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0,9764 | 0,0568 | 0,0568 | 0,2761 | 0,2843 | 0,0467 | 0,0438 | 0,0437 | 2,4883 | -0,0193 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9571 | 0,1019 | 0,1010 | 1,7534 | 1,8052 | 1,0087 | 0,3292 | 0,3264 | 6,6535 | 0,0071 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9825 | 0,0425 | 0,0436 | 0,1614 | 0,1661 | 0,0292 | 0,0173 | 0,0167 | 2,6883 | -0,0562 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9643 | 0,0898 | 0,0891 | 0,8935 | 0,9199 | 0,5954 | 0,1300 | 0,1154 | 4,4540 | -0,6366 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0,9658 | 0,0808 | 0,0796 | 0,7831 | 0,8063 | 0,4744 | 0,1056 | 0,0992 | 4,2969 | 0,5093 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0,9638 | 0,0739 | 0,0731 | 0,8197 | 0,8439 | 0,5081 | 0,1315 | 0,1302 | 7,5811 | -0,6953 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9807 | 0,0803 | 0,0791 | 0,7982 | 0,8218 | 0,4228 | 0,1313 | 0,1246 | 4,4890 | -0,3009 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0,9895 | 0,0617 | 0,0605 | 0,2890 | 0,2976 | 0,0924 | 0,0448 | 0,0429 | 3,4993 | 0,1655 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| próby losowe pochodzące z populacji o rozkładzie chi-kwadrat | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0,8336 | 0,1992 | 0,1993 | 4,6997 | 4,8386 | 3,1760 | 0,8526 | 0,7102 | 8,5681 | 1,9858 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9530 | 0,0678 | 0,0683 | 0,6640 | 0,6836 | 0,3939 | 0,0809 | 0,0581 | 3,2355 | 0,6140 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,9032 | 0,1058 | 0,1056 | 2,1492 | 2,2127 | 1,4255 | 0,3023 | 0,2340 | 3,1516 | 0,8889 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0,9505 | 0,0802 | 0,0803 | 0,7719 | 0,7947 | 0,4895 | 0,1083 | 0,0781 | 4,0106 | 0,8219 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0,9198 | 0,0972 | 0,0967 | 1,6217 | 1,6697 | 1,1750 | 0,2455 | 0,1818 | 6,3049 | 1,3744 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9745 | 0,0687 | 0,0688 | 0,5432 | 0,5592 | 0,3709 | 0,0857 | 0,0656 | 3,5402 | 0,5972 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,9875 | 0,0588 | 0,0592 | 0,2559 | 0,2635 | 0,0482 | 0,0366 | 0,0335 | 3,0565 | -0,2578 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,9657 | 0,0722 | 0,0728 | 0,7031 | 0,7239 | 0,1742 | 0,1029 | 0,1007 | 2,9747 | 0,3387 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0,7746 | 0,1827 | 0,1827 | 6,0526 | 6,2314 | 3,9203 | 1,0929 | 0,9293 | 11,8346 | 2,4909 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9143 | 0,1115 | 0,1122 | 1,9422 | 1,9995 | 1,1519 | 0,2952 | 0,2367 | 3,4797 | 0,9220 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0,9704 | 0,0744 | 0,0747 | 0,4287 | 0,4414 | 0,2593 | 0,0640 | 0,0519 | 2,6903 | 0,4006 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,9249 | 0,1125 | 0,1135 | 1,6828 | 1,7325 | 1,1195 | 0,2672 | 0,2077 | 3,8122 | 0,9706 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8968 | 0,0947 | 0,0945 | 1,8448 | 1,8993 | 1,0228 | 0,2595 | 0,2008 | 7,8413 | 1,5883 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9290 | 0,1180 | 0,1187 | 1,6066 | 1,6541 | 0,8952 | 0,2490 | 0,2102 | 2,8581 | 0,6952 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0,8992 | 0,1646 | 0,1642 | 2,8919 | 2,9774 | 2,0555 | 0,5028 | 0,4269 | 7,1255 | 1,5166 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9349 | 0,0858 | 0,0858 | 1,3108 | 1,3496 | 0,8339 | 0,1855 | 0,1402 | 3,3779 | 0,8226 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,8427 | 0,1485 | 0,1490 | 4,4053 | 4,5354 | 2,9362 | 0,7164 | 0,5794 | 4,4097 | 1,3724 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8520 | 0,1415 | 0,1403 | 3,6030 | 3,7095 | 2,3600 | 0,5850 | 0,4665 | 6,0503 | 1,5940 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7684 | 0,1821 | 0,1809 | 6,7515 | 6,9509 | 4,3668 | 1,1175 | 0,9257 | 6,1216 | 1,8396 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8289 | 0,1552 | 0,1555 | 4,7761 | 4,9173 | 3,0905 | 0,7995 | 0,6542 | 6,7877 | 1,7708 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8032 | 0,1708 | 0,1714 | 6,2399 | 6,4243 | 3,9877 | 1,0871 | 0,9101 | 5,2146 | 1,6157 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8682 | 0,1267 | 0,1268 | 3,2107 | 3,3055 | 2,0501 | 0,4526 | 0,3497 | 4,3352 | 1,2622 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8441 | 0,1477 | 0,1475 | 3,6689 | 3,7773 | 2,5973 | 0,5826 | 0,4581 | 7,1828 | 1,7868 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8196 | 0,1722 | 0,1716 | 4,8029 | 4,9448 | 2,5459 | 0,8051 | 0,6793 | 6,9383 | 1,7500 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8808 | 0,1270 | 0,1258 | 2,7234 | 2,8039 | 1,7025 | 0,4360 | 0,3460 | 5,9319 | 1,4537 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7895 | 0,1840 | 0,1828 | 6,0008 | 6,1781 | 3,7228 | 1,0371 | 0,8685 | 7,8536 | 2,0114 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8233 | 0,1847 | 0,1848 | 5,3733 | 5,5320 | 3,6158 | 0,9472 | 0,7837 | 5,4923 | 1,6236 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8370 | 0,1619 | 0,1607 | 4,4123 | 4,5426 | 2,5294 | 0,7333 | 0,6090 | 6,4610 | 1,6547 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8588 | 0,1842 | 0,1842 | 3,9456 | 4,0622 | 2,3462 | 0,6731 | 0,5591 | 4,6265 | 1,3334 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7651 | 0,1918 | 0,1915 | 6,1704 | 6,3528 | 3,9452 | 1,1173 | 0,9535 | 12,1579 | 2,5547 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8168 | 0,1720 | 0,1723 | 5,3203 | 5,4775 | 3,1750 | 0,8967 | 0,7462 | 5,6614 | 1,6314 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7002 | 0,2121 | 0,2117 | 7,4497 | 7,6698 | 4,9101 | 1,3540 | 1,1891 | 21,2986 | 3,5231 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8292 | 0,1842 | 0,1845 | 5,1755 | 5,3284 | 3,4363 | 0,8725 | 0,7165 | 4,6996 | 1,4743 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8738 | 0,1631 | 0,1630 | 3,3940 | 3,4943 | 2,3298 | 0,6016 | 0,4885 | 5,8324 | 1,5075 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7432 | 0,2037 | 0,2040 | 8,5694 | 8,8226 | 5,4348 | 1,5429 | 1,3176 | 7,0492 | 2,0375 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8531 | 0,1445 | 0,1450 | 3,9550 | 4,0718 | 2,6964 | 0,6156 | 0,4870 | 4,5586 | 1,3769 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7688 | 0,1862 | 0,1850 | 5,9046 | 6,0790 | 3,7781 | 1,0157 | 0,8576 | 12,4489 | 2,5547 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7980 | 0,1786 | 0,1783 | 5,6326 | 5,7991 | 3,7170 | 0,9632 | 0,7957 | 6,8528 | 1,8621 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8566 | 0,1456 | 0,1444 | 3,4955 | 3,5988 | 2,1442 | 0,5398 | 0,4297 | 6,0783 | 1,5631 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8270 | 0,1631 | 0,1630 | 5,1893 | 5,3426 | 3,5443 | 0,8958 | 0,7370 | 5,0914 | 1,5388 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8527 | 0,1437 | 0,1437 | 3,6892 | 3,7982 | 2,2100 | 0,6279 | 0,5177 | 6,7101 | 1,6454 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7909 | 0,1873 | 0,1861 | 5,2895 | 5,4457 | 3,1003 | 0,8830 | 0,7393 | 9,6031 | 2,1834 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7844 | 0,1752 | 0,1740 | 5,2379 | 5,3927 | 3,3219 | 0,8916 | 0,7438 | 10,5618 | 2,3395 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7849 | 0,1721 | 0,1721 | 5,0100 | 5,1581 | 3,4099 | 0,8460 | 0,6999 | 11,0291 | 2,4227 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8298 | 0,1653 | 0,1641 | 5,1670 | 5,3197 | 3,0510 | 0,8851 | 0,7439 | 5,5388 | 1,5514 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8182 | 0,1533 | 0,1535 | 4,8305 | 4,9732 | 3,5032 | 0,7645 | 0,6069 | 6,2608 | 1,7653 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8223 | 0,1842 | 0,1842 | 5,6283 | 5,7946 | 3,8378 | 0,9739 | 0,8065 | 5,1788 | 1,5641 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8380 | 0,1447 | 0,1435 | 4,4333 | 4,5642 | 2,6786 | 0,6839 | 0,5577 | 4,0080 | 1,2744 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7953 | 0,2020 | 0,2025 | 6,5007 | 6,6928 | 3,8353 | 1,1221 | 0,9494 | 5,1084 | 1,5915 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7919 | 0,1563 | 0,1551 | 3,8469 | 3,9605 | 2,5234 | 0,6188 | 0,5130 | 16,0453 | 2,7907 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8141 | 0,1670 | 0,1658 | 5,2709 | 5,4266 | 3,5250 | 0,8616 | 0,7008 | 5,9922 | 1,7107 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8041 | 0,1719 | 0,1725 | 5,8659 | 6,0392 | 3,8541 | 1,0046 | 0,8323 | 6,0335 | 1,7351 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8083 | 0,2108 | 0,2114 | 6,2695 | 6,4547 | 3,6769 | 1,1076 | 0,9415 | 5,0381 | 1,5569 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8482 | 0,1429 | 0,1427 | 3,9348 | 4,0511 | 2,7423 | 0,5977 | 0,4686 | 4,4565 | 1,3605 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8997 | 0,1542 | 0,1550 | 2,6759 | 2,7550 | 1,5284 | 0,4191 | 0,3508 | 3,0829 | 0,8884 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

S-W – test Shapiro – Wilka

K-L – test Kołmogorowa – Lilieforsa

K – test Kołmogorowa

E-P – test Eppsa – Pulleya

A4 – test Andersona – Darlinga modyfikowany dla hipotezy złożonej dla rozkładu normalnego

A5 – test Andersona – Darlinga modyfikowany dla hipotezy złożonej dla rozkładu normalnego

C-M – test Cramera – von Misesa modyfikowany dla hipotezy złożonej dla rozkładu normalnego

W – test Watsona modyfikowany dla hipotezy złożonej dla rozkładu normalnego

Ku – test kurtozy

As – test asymetrii

Źródło: opracowanie własne