

Aleksander JASTRIEBOW<sup>1</sup>  
Grzegorz SŁOŃ<sup>1</sup>

### **ZIARNISTOŚĆ INFORMACJI W DYNAMICZNYCH MODELACH ROZMYTYCH RELACYJNYCH MAP KOGNITYWNYCH**

*Pracę poświęcono analizie parametrów ziarnistości (przestrzennej i czasowej) informacji w dynamicznych modelach rozmytych map kognitywnych. Na podstawie analizy literaturowej określono pojęcie ziarnistości informacji. Wprowadzono pewne klasyfikacje oraz opisano sposoby realizacji obliczeń ziarnistych. Przestrzenną i czasową ziarnistość w postaci rozmywania i dyskretyzacji realizowano dla kognitywnych map relacyjnych, opisujących różne nieprecyzyjne obiekty statyczne i dynamiczne. Określono podstawowe parametry ziarnistości. Wprowadzono problem ich optymalnego wyboru. Przedstawiono wybrane wyniki symulacji*

### **INFORMATION GRANULARITY IN DYNAMIC MODELS OF FUZZY RELATIONAL COGNITIVE MAPS**

*This work is devoted to the analysis of the information granulation (spatial and temporal) parameters in dynamic models of fuzzy cognitive maps. On the base of reference analysis there were elaborated the concept of the information granularity. Also certain classifications were introduced and methods of the granular calculations implementation were described. Spatial and temporal granularity in the forms of fuzzyfication and discretization were implemented into cognitive relational maps that describe different imprecise static and dynamic objects. Fundamental parameters of the granularity were determined and the problem of their optimal selection was introduced. There were also presented selected results of the simulation research.*

#### **1. WSTĘP**

Przy stosowaniu dynamicznych modeli rozmytych relacyjnych map kognitywnych, w procesie obliczeniowym ważną rolę odgrywają następujące elementy [5-14]:

- forma i parametry rozmywania czynników (*concepts*),
- liczba przyjętych zmiennych lingwistycznych,
- wartości wzajemnych relacji pomiędzy odpowiednimi czynnikami.

---

<sup>1</sup> Politechnika Świętokrzyska, Katedra Zastosowań Informatyki; 25-314 Kielce; Al. Tysiąclecia P. P. 7.  
tel.: +48 41 34-24-333, fax: +48 41 34-24-331, e-mail: enegs@tu.kielce.pl

Głównym problemem podczas stosowania rozmytych rodzajów modeli dynamicznych, wpływającym znacząco na dokładność ich działania, jest ilość obliczeń koniecznych do wykonania z użyciem arytmetyki rozmytej.

W [6, 11, 12] przedstawiono wybrane wyniki analizy dokładności w zależności od parametrów rozmywania i liczby zmiennych lingwistycznych. Stwierdzono przy tym, że istnieją pewne optymalne wartości tych wielkości [12].

W niniejszej pracy skoncentrowano się na analizie tego złożonego problemu, przy tym na podstawie przeglądu literaturowego wprowadzono pojęcie „ziarnistości” w obliczeniach (*granular computing*) [1-3, 6-17, 20, 21]. Następnie podjęto próbę analizy dokładności modeli dynamicznych z punktu widzenia ich ziarnistości. Sformułowano problem optymalizacji w zależności od dwóch grup parametrów (liczbowych i funkcyjnych):

- rozmywania elementów map kognitywnych i liczb lingwistycznych ( $Q_1$ );
- relacji pomiędzy czynnikami mapy ( $Q_2$ ).

Przy tym dla analizy zależności procesu od  $Q_1$  przeprowadzono cykl symulacji działania konkretnego modelu, natomiast do wyznaczenia optymalnych parametrów  $Q_2$  zastosowano pewne typy algorytmów adaptacji (uczenia) nadzorowanego (metodą najmniejszych kwadratów) i nienadzorowanego (metodą Hebba) [15].

W rozdziale 2 krótko opisano różne pojęcia ziarnistości, a w szczególności oparte na zbiorach i logice rozmytej.

W rozdziale 3 wprowadzono granulację (ziarnistość) informacji w odniesieniu do dynamicznych relacyjnych rozmytych map kognitywnych. Wyodrębniono parametry ziarnistości oraz relacji. Sformułowano ogólne zadanie optymalizacji dla wyboru odpowiednich parametrów. Opisano ogólny algorytm adaptacji ich wartości.

Rozdział 4 poświęcono opisaniu pewnych wyników symulacyjnego rozwiązania zadania optymalizacji dla dwóch typów problemów:

- optymalizacja względem  $Q_1$  przy stałej wartości  $Q_2$ ;
- identyfikacja  $Q_2$  przy wyborze optymalnej wartości  $Q_1$ .

We wnioskach przedstawiono krótkie podsumowanie wyników dotychczasowych badań.

## 2. MODELE ZIARNISTOŚCI INFORMACJI

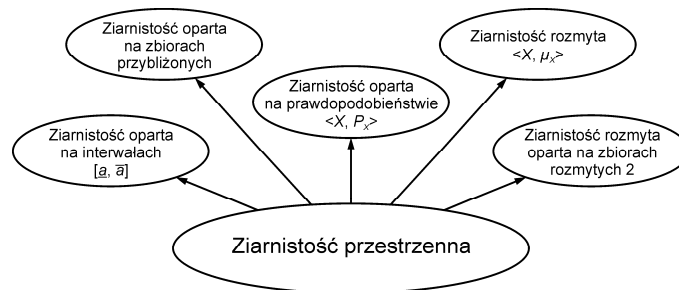
Obecnie rozróżnia się ziarnistość dwóch typów [1, 2 17]. Są to:

- ziarnistość przestrzenną (*spatial granulation*) oraz
- ziarnistość czasową (*temporal granulation*).

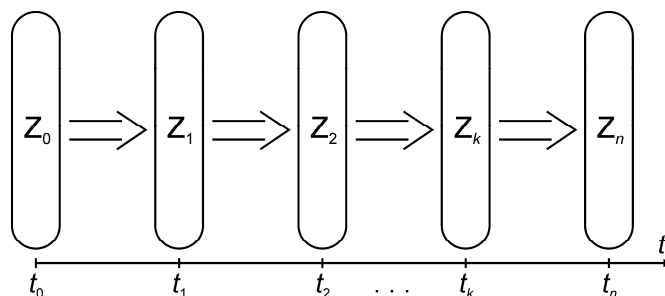
Istnieją różne modele ziarnistości przestrzennej, których główne rodzaje przedstawia rys. 1 [2, 17].

Ziarnistość czasowa uwzględnia podział informacji w czasie. Czas ciągły jest zastępowany dyskretnym (przekształcenie A/D).

Problemy ziarnistości czasowej są analizowane od dawna. Głównym zagadnieniem jest określenie kroku dyskretyzacji, który pozwoli na wystarczająco dokładne przekształcenie A/D i D/A (znane twierdzenie Shannona - Kotelnikowa). Graficznie ziarnistość czasowa może być przedstawiona jak na rys. 2.



Rys. 1. Klasyfikacja modeli ziarnistości przestrzennej.  $X$  – nośnik informacji,  $P_X$  – Prawdopodobieństwo,  $\mu_x$  – funkcja przynależności,  $\underline{a}, \bar{a}$  – lewa i prawa granice interwał



Rys. 2. Graficzne przedstawienie ziarnistości czasowej, gdzie:  $Z_i$  – ziarna informacji w chwili  $t_i$ ,  $t_i$  – dyskretny czas ( $i = 1, \dots, N$ )

Przy wprowadzeniu ziarnistości informacja może układać się w pewnej hierarchii poziomej [2, 17].

W literaturze istnieją formalne definicje ziarnistości informacji, jak np. następująca [2]:

$$G = \langle W, \mathcal{G}, A, C \rangle \tag{1}$$

gdzie:  $A = \{A_1, \dots, A_k\}$  – komponenty (words) ziarnistości,  $\mathcal{G}$  – opis ziarnistej informacji typu:

$$A_i : W \rightarrow \mathcal{G}(W) \quad (i = 1, \dots, k) \tag{2}$$

$C$  – rodzina ograniczeń na procedury komunikacji ziaren,  $W$  – nośnik informacji.

Przykładami  $\mathcal{G}(W)$  mogą być znane funkcje opisujące ziarnistość [2, 17]:

- $\mu(W)$  – funkcja przynależności zbiorów rozmytych,
- $R(W)$  – funkcja przynależności zbiorów przybliżonych,
- $S(W)$  – funkcja przynależności zbiorów zaciennych (shadow sets),
- interwał,
- inne.

Uwaga

Ważnymi elementami rodziny ograniczeń C są np. procedury kodowania (*encoding*) i dekodowania (*decoding*). Przy tym pomiędzy operatorami kodowania i dekodowania istnieją różne typy powiązań, np. [2, 17]:

$$\text{Dec}(\text{Euc}(x)) = x \quad (3)$$

lub

$$\| \text{Dec}(\text{Euc}(x)) - x \| \Rightarrow \min \quad (4)$$

Podsumowując powyższe można stwierdzić, że stosowanie ziarnistości jest istotnym elementem modelowania układów (w szczególności nieprecyzyjnych), pozwalającym zmniejszać nieokreśloność lub nieprecyzyjność, co może ułatwić analizę pewnej kategorii zjawisk. W dalszej części pracy wprowadzenie ziarnistości zarówno przestrzennej, jak i czasowej zostanie zastosowane przy syntezie i analizie rozmytych map kognitywnych.

### 3. ZIARNISTOŚĆ INFORMACJI W DYNAMICZNYCH ROZMYTYCH MAPACH KOGNITYWNYCH

W niniejszym rozdziale rozmyte relacyjne mapy kognitywne będą rozpatrywane jako dynamiczne modele przetwarzające informacje ziarniste. Wprowadzenie ziarnistości informacji pozwoli na wyznaczenie optymalnych parametrów map kognitywnych przy rozmywaniu oraz na wprowadzenie procedury adaptacji (uczenia) współczynników relacji pomiędzy czynnikami przy analizie działań obliczeniowych modeli dynamicznych. Faktycznie będą realizowane dwa typy ziarnistości: przestrzenna oraz czasowa.

#### 3.1 Przestrzenna ziarnistość informacji w rozmytych mapach kognitywnych

Niech będzie dana relacyjna mapa kognitywna w postaci:

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{r} \rangle \quad (5)$$

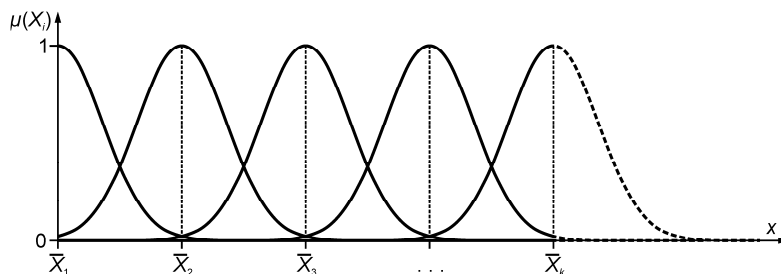
gdzie:  $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_k]^T$  – wartości czynników;  $\mathbf{r} = \{r_{ij}\}$  – macierz relacji pomiędzy czynnikami;  $i, j = 1, \dots, k$ ;  $k$  – liczba czynników.

Poniżej zostaną przedstawione kolejne kroki wprowadzania ziarnistości rozmytej dla map kognitywnych.

Przy rozmywaniu stosowano następującą funkcję przynależności [4, 18]:

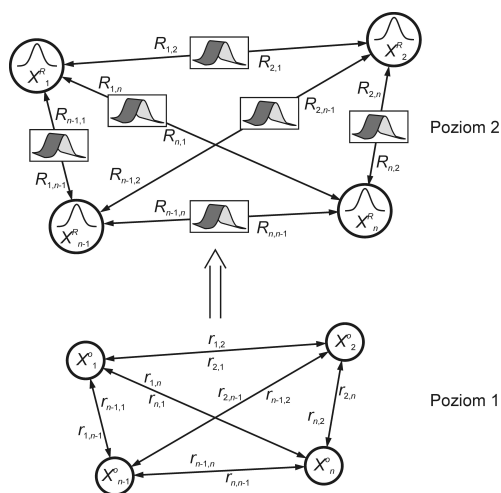
$$\mu_{x_i}(x) = e^{-\left(\frac{x - \bar{X}_i}{\sigma_i}\right)^2} \quad (6)$$

gdzie:  $\bar{X}_i$  – centrum funkcji przynależności  $i$ -tej zmiennej lingwistycznej,  $i = 1, \dots, K$ ,  $K$  – liczba zmiennych lingwistycznych,  $\sigma_i$  – współczynnik rozrzutu  $i$ -tej zmiennej lingwistycznej (możliwa jest sytuacja, w której  $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_K$  – rys. 3).



Rys. 3. Funkcje przynależności  $\mu_{X_i}(x)$  zmiennych lingwistycznych, gdzie:  $\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_k$  – centra gausoidalnych funkcji przynależności

Na rys. 4 przedstawiono graficznie krok wprowadzenia ziarnistości rozmytej dla mapy kognitywnej (5).



Rys. 4. Wizualizacja wprowadzenia ziarnistości rozmytej dla mapy kognitywnej (5), gdzie:  $X_i^o$  – wartość ostra  $i$ -tego czynnika,  $X_i^R$  – wartość rozmyta  $i$ -tego czynnika,  $r_{ij}$  – ostra relacja pomiędzy czynnikami  $i$ -tym i  $j$ -tym,  $R_{ij}$  – rozmyta relacja pomiędzy czynnikami  $i$ -tym i  $j$ -tym.

Po takim przekształceniu równanie (5) przybiera następującą postać:

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{R} \rangle \tag{7}$$

gdzie:  $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_k]^T$  – wartości rozmyte czynników;  $\mathbf{R} = \{R_{ij}\}$  – macierz relacji rozmytych pomiędzy czynnikami;  $i, j = 1, \dots, k$ ;  $k$  – liczba czynników.

W efekcie uzyskuje się zbiór ziarnistości typu (1).

Wybrano kryterium zgodności kodowania (rozmywania) i dekodowania (wyostrzenia) typu (4) w następującej symbolicznej postaci:

$$J(Q_1) = \|X^w - X^o\|^2 \Rightarrow \min_{Q_1} \quad (8)$$

gdzie:  $X^w(t)$  – wartość czynnika rozmytego (po wyostrzeniu);  $X^o(t)$  – wartość czynnika odniesienia (ostrego);  $t \in [0, T]$  – czas ciągły;  $Q_1 = [\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_K, \sigma_1, \dots, \sigma_K, K]^T$  – wektor parametrów ziarnistości przestrzennej;  $\| \cdot \|$  – odpowiednio wybrana norma.

### 3.2 Czasowa ziarnistość informacji w rozmytych mapach kognitywnych

Niech czas  $t \in [0, T]$  zostanie zdyskretyzowany z krokiem dyskretyzacji  $\Delta t$ , wprowadzając następujący czas dyskretny:

$$N = \frac{T}{\Delta t}, \quad N = 0 + \Delta t \cdot n = \frac{T}{\Delta t} \cdot n, \quad n = 0, \dots, N \quad (9)$$

Wtedy ziarnistość informacji (1) można przedstawić w postaci zbioru modeli dyskretnych:

$$\{G_0, \dots, G_N\} \quad (10)$$

gdzie:  $G_n = \langle W_n, G_n, C_n \rangle$ ;  $W_n$  – nośnik informacji w chwili  $n$ ;  $n = 0, \dots, N$ .

Dynamiczne powiązania pomiędzy  $X_n^i$  i  $X_{n+1}^i$  w obiekcie oraz adaptowanym modelu wybrano w postaci następujących równań [4]:

$$X_{n+1}^i = X_n^i \oplus \Delta t \odot \sum_{j \neq i} (X_n^j - X_{n-1}^j) \circ R^{ji} \quad i, j = 1, \dots, K \quad (11)$$

oraz

$$X_{n+1}^{i,M} = X_n^{i,M} \oplus \Delta t \odot \sum_{j \neq i} (X_n^{j,M} - X_{n-1}^{j,M}) \circ R_n^{ji} \quad i, j = 1, \dots, K \quad (11')$$

gdzie:  $\oplus$  – operator sumowania rozmytego;  $\odot$  – operator mnożenia rozmytego;  $X_n^i$  – wartość  $i$ -tego czynnika w  $n$ -tym kroku obiektu (11);  $R^{ij}$  – relacja rozmyta pomiędzy  $j$ -tym a  $i$ -tym czynnikiem mapy kognitywnej obiektu odniesienia;  $R_n^{ji}$  – relacja rozmyta pomiędzy  $j$ -tym a  $i$ -tym czynnikiem mapy kognitywnej (11') w  $n$ -tym kroku adaptacji;  $Q_2 = \{\{R^{ij}\}, \Delta t\}$  – macierz parametrów rozmywania czasowego składająca się z liczbowych relacji  $r_{ij}$  oraz funkcji przynależności typu (6);  $\Delta t$  – krok dyskretyzacji przy wprowadzeniu ziarnistości czasowej;  $X_n = [X_n^1, \dots, X_n^K]^T$ ;  $X_n^M = [X_n^{1,M}, \dots, X_n^{K,M}]^T$ ;  $X_0 = X_0^M$ ;  $n = 1, \dots, N-1$ .

Dla zmian  $R_n^{ji}$  formalnie można zastosować algorytm adaptacji typu:

$$R_{n+1}^{ji} = R_n^{ji} \oplus \Delta R_n^{ji} \quad (12)$$

gdzie:  $\Delta R_n^j$  – „przyrost” relacji rozmytej;  $R_0^j$  – zadane;  $n = 0, \dots, N-1$ ;  $i, j = 1, \dots, K$ .

Algorytm (12) może być zarówno nadzorowany, jak i nienadzorowany. Sam proces adaptacji (12) formalnie składa się z następujących kroków:

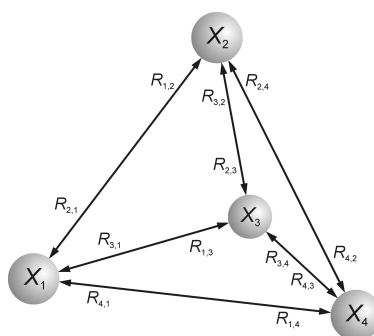
- adaptacja liczbowa,
- adaptacja funkcyjna.

W następnym rozdziale zostaną przedstawione wybrane wyniki symulacji realizującej proces optymalizacji parametrów  $Q_1$  i  $Q_2$ .

#### 4. WYBRANE WYNIKI SYMULACJI

Poniżej zostaną przedstawione niektóre wyniki symulacji opisanych w rozdziale 3 problemów ziarnistości z podziałem na optymalizację wg parametrów ziarnistości przestrzennej ( $Q_1$ ) i parametrów ziarnistości czasowej ( $Q_2$ ) dla mapy kognitywnej z rys. 5.

Budowę dynamicznej rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej z rys. 4 rozpoczęto od wprowadzenia tablicy mocy poszczególnych relacji, pokazanej w tab. 1.



Rys. 5. Badana relacyjna rozmyta mapa kognitywna.  $X_1, \dots, X_4$  – rozmyte wartości czynników;  $R_{ij}$  – relacja rozmyta pomiędzy czynnikami  $i$ -tym i  $j$ -tym.

Tab. 1. Tablica mocy relacji rozmytych (macierz relacji ostrych)

<b>r</b>	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
$X_1$	0	0	0,5	0,4
$X_2$	0,3	0	0,3	0
$X_3$	0	0	0	0,4
$X_4$	0	-0,6	0	0

W oparciu o wartości z tab. 1 oraz wzorec funkcji przynależności (6) tworzone relacje rozmyte dla różnych wartości współczynnika rozrzutu  $\sigma$ . Podobnie, w oparciu o ten sam wzorec funkcji przynależności, dokonywano rozmywania wartości czynników. Na tym etapie badań stosowano ujednoliconą, wspólną wartość współczynnika  $\sigma$  dla wszystkich elementów rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej. Działanie modelu polegało na jednorazowym pobudzeniu wybranych czynników sygnałami początkowymi, których

wartości przedstawiono w tab. 2, a następnie wykonaniu 30 obiegów sygnałów ( $N = 30$ ).

Tab. 2. Wartości zewnętrznych sygnałów pobudzających

Czynnik	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
Wartość pobudzenia	0,6	0,3	0	0

Do celów analizy posługiwano się wartościami znormalizowanymi z zakresu  $[-1, 1]$ . Rozmywania zarówno wartości czynników, jak i relacji dokonywano na nośniku o zakresie  $[-2, 2]$ .

Przyjęto, że rozmyta wartość  $k$ -tego czynnika po zakończeniu kolejnego obiegu sygnałów osiągnie poziom wyznaczony równaniem (13):

$$X_k(n+1) = X_k(n) \oplus \bigoplus_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^4 [X_i(n) \ominus X_i(n-1)] \circ R_{i,k} \quad (13)$$

gdzie:  $k$  - numer rozpatrywanego czynnika,  $n$  - czas dyskretny,  $\oplus$  - operacja sumowania rozmytego,  $\ominus$  - operacja odejmowania rozmytego,  $R_{i,k}$  - pojedyncza rozmyta relacja pomiędzy rozmytymi czynnikami o numerach  $i$  oraz  $k$ ,  $\circ$  - operacja maksymalnej kompozycji rozmytej;  $\Delta t = 1$ ;  $n = 1, \dots, 29$ ;  $X_k(0)$  - zadana;  $k = 1, \dots, 4$ .

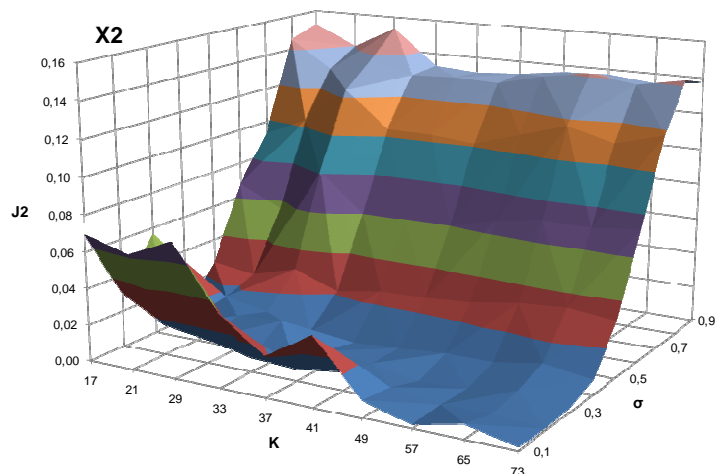
W związku z ograniczoną objętością pracy, przytoczono tylko niektóre wyniki optymalizacji parametrów ziarnistości przestrzennej. Jak opisano w rozdziale 3, ziarnistość przestrzenna polega na wprowadzeniu rozmywania (zmiennych lingwistycznych i ich współczynników rozrzutu). Optymalizacja parametrów modelu, z punktu widzenia ziarnistości przestrzennej, polega na znalezieniu liczby zmiennych lingwistycznych  $K$  (przy jak najmniejszej wartości) i współczynnika rozrzutu  $\sigma$ , które minimalizują kryterium (14):

$$J_i = \sqrt{\frac{1}{30} \sum_{n=1}^{30} (X_i^w(n) - X_i^o(n))^2} \quad (14)$$

gdzie:  $X_i^w(n)$  - wyostrzony przebieg  $i$ -tego czynnika mapy kognitywnej (13);  $X_i^o(n)$  - ostry przebieg  $i$ -tego czynnika mapy kognitywnej (w równaniu (13) operatory rozmyte zastąpiono operatorami arytmetycznymi);  $n$  - czas dyskretny;  $i = 1, \dots, 4$

Stosując powyższe założenia przeprowadzono szereg symulacji dla różnych kombinacji  $K$  oraz  $\sigma$ , wyznaczając dla każdej z nich wartość współczynnika  $J_2$  z równania (14). Wynik, w odniesieniu do  $X_2$ , przedstawiono graficznie na rys. 6. Jest oczywiste (i widać to również na rys. 6), że, po przekroczeniu pewnego progu, przy zwiększaniu wartości  $K$  dokładność modelu rozmytego rośnie. Jednakże to powoduje równoczesne znaczne wydłużanie czasu obliczeń (z uwagi na charakter działań arytmetyki rozmytej). Dlatego też celem optymalizacji modelu z punktu widzenia ziarnistości przestrzennej nie jest uzyskanie obiektywnie minimalnej wartości współczynnika bliskości  $J_2$ , a wyznaczenie takiego zestawienia wartości  $K$  oraz  $\sigma$ , przy którym wartość  $J_2$  osiąga poziom akceptowalny (założony wcześniej) przy jednoczesnym spełnieniu warunku możliwie niskiej wartości  $K$ .





Rys. 6. Wartości współczynnika bliskości  $J_2$  dla  $X_2$  (po wyostrzeniu) w zależności od liczby zmiennych lingwistycznych  $K$  oraz współczynnika rozrzutu  $\sigma$ .

Jak wynika z rys. 6, w badanym modelu optymalne wartości parametrów wynoszą:  $K = 33$ ,  $\sigma = 0,4$ . Wyniki optymalizacji parametrów ziarnistości czasowej opartej na algorytmie adaptacji przedstawiono w [19].

## 5. WNIOSKI

Opisano pojęcie ziarnistości informacji. Na podstawie analizy literaturowej przedstawiono klasy ziarnistości. Określono pojęcie przestrzennej oraz czasowej ziarnistości. Wprowadzone definicje zrealizowano dla dynamicznych modeli kognitywnych map relacyjnych. Opisano kroki postępowania przy wprowadzaniu ziarnistości rozmytej oraz czasowej. Wprowadzono problem optymalizacji wyboru parametrów ziarnistości dla konkretnej mapy kognitywnej. Przytoczono wyniki badań symulacyjnych służących do wyboru optymalnych parametrów ziarnistości przestrzennej.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Apolloni B., Pedrycz W., Bassis S., Malchiodi D.: *The Puzzle of Granular Computing*. Berlin, Springer 2008.
- [2] Bargiela A., Pedrycz W.: *Granular Computing. An Introduction*. Boston, London, Kluwer Academic Publishers 2002.
- [3] Bargiela A., Pedrycz W. (Eds.): *Human-Centric Information Processing Through Granular Modelling*, Berlin, Springer 2009.
- [4] Borisow W. W., Krugłow W. W., Fiedułow A. C.: *Rozmyte modele i sieci*, Moskwa, Wyd. „Telekom” 2004 (w j. rosyjskim).
- [5] Jastriebow A., Gad S., Słoń G., Intelligent system of diagnostic monitoring for motorcar's electrical equipment. *Poznan University of Technology Academic Journals*, No. 59, Electrical Engineering, Poznań 2009, str. 171-180.
- [6] Jastriebow A., Słoń G., Dokładność inteligentnych dynamicznych modeli rozmytych

- relacyjnych map kognitywnych. Mat. XV Konferencji Naukowej Zastosowania Komputerów w Elektrotechnice ZKwE'2010, Poznań 2010, str. 271-272.
- [7] Jastriebow A., Słoń G., Modelowanie słabostrukturalnych systemów logistycznych oparte na rozmytych relacyjnych mapach kognitywnych. Logistyka nr 2/2010, Poznań 2010 (wersja elektroniczna).
- [8] Jastriebow A., Słoń G., Relational Modelling in Monitoring Technical States of Objects. Logistyka nr 6/2009, Poznań 2009 (wersja elektroniczna).
- [9] Jastriebow A., Słoń G., Rozmyte mapy kognitywne w relacyjnym modelowaniu słabostrukturalnych systemów. W: Jastriebow A. (red.) Informatyka w dobie XXI wieku. Technologie informatyczne w nauce, technice i edukacji. Wyd. Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacyjnej – Państwowego Instytutu Badawczego, Radom 2009, str. 35-38.
- [10] Jastriebow A., Słoń G., Rozmyte mapy kognitywne w relacyjnym modelowaniu systemów monitorowania. W: Kowalczyk Z. (red.) Systemy wykrywające, analizujące i tolerujące usterki. PWNT, Gdańsk 2009, str. 217-224.
- [11] Jastriebow A., Słoń G., Synteza i analiza obliczeniowa modeli inteligentnych opartych na mapach kognitywnych – część I. Synteza. W: Jastriebow A. (red.) Informatyka w dobie XXI wieku. Technologie informatyczne i ich zastosowania. Wyd. Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacyjnej – Państwowego Instytutu Badawczego, Radom 2010, str. 77-86.
- [12] Jastriebow A., Słoń G., Synteza i analiza obliczeniowa modeli inteligentnych opartych na mapach kognitywnych – część II. Analiza. W: Jastriebow A. (red.) Informatyka w dobie XXI wieku. Technologie informatyczne i ich zastosowania. Wyd. Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacyjnej – Państwowego Instytutu Badawczego, Radom 2010, str. 77-86.
- [13] Kandasamy W. B. V., Smarandache F.: *Fuzzy Cognitive Maps and Neutrosophic Cognitive Maps*, Xiquan, Phoenix, AZ, USA 2003.
- [14] Kosko B.: *Fuzzy cognitive maps*, Int. Journal of man-Machine Studies, Vol. 24, pp. 65-75, 1986.
- [15] Papageorgiou E. I., Stylios C. D.: *Fuzzy Cognitive Maps*, In: Pedrycz W., Skowron A., Kreinovich V.: *Handbook of Granular Computing*, Chichester, England, John Wiley & Son Ltd, Publication Atrium 2008.
- [16] Pedrycz W., Skowron A., Kreinovich V.: *Handbook of Granular Computing*, Chichester, England, John Wiley & Son Ltd, Publication Atrium 2008.
- [17] Pedrycz W.: *Fuzzy Sets as a User-Centric Processing of Granular Computing*, In: Pedrycz W., Skowron A., Kreinovich V.: *Handbook of Granular Computing*, Chichester, England, John Wiley & Son Ltd, Publication Atrium 2008.
- [18] Piegat A.: *Fuzzy Modelling and Control*, Physica-Verlag, Springer-Verlag Company 2001.
- [19] Słoń G.: *Adaptacja relacji w dynamicznych rozmytych relacyjnych mapach kognitywnych*, Logistyka, 2010 (w niniejszym numerze).
- [20] Yao Y. Y.: *Perspective of Granular Computing*, Proc. of 2005 IEEE International Conference on Granular Computing, Vol. 1, pp. 85-90, 2005.
- [21] Yao Y. Y.: *Interpreting concept learning in cognitive informations and granular computing*, IEEE Transactions and Systems, Man and Cybernetics. Part B: Cybernetics, Vol. 39, Issue 4, pp. 855-865, 2009.