

Katarzyna RUTCZYŃSKA-WDOWIAK¹

ALGORYTM HYBRYDOWY W PROJEKTOWANIU FILTRÓW CYFROWYCH

W pracy przedstawiono rezultaty wykorzystania algorytmu hybrydowego w problemie projektowania filtru cyfrowego na przykładzie jego prototypu analogowego. W procesie wyznaczania parametrów można wyróżnić dwa zasadnicze etapy: pierwszy etap – zastosowanie algorytmu genetycznego z ustalonym stanem oraz drugi – wybranej metody optymalizacji statycznej, przy założeniu, że wyniki uzyskane w etapie pierwszym stanowią będą warunki startowe dla etapu drugiego. Takie połączenie zapewnia wykorzystanie zalet obu metod, a więc skuteczności algorytmu genetycznego w przeszukiwaniu znacznych przestrzeni jak również dobrej zbieżności metody klasycznej w otoczeniu punktu minimum globalnego.

THE HYBRID ALGORITHM IN DIGITAL FILTERS DESIGN

In this paper presents the results of the hybrid algorithm application in design of digital filter based on analog prototype. In the process of appointment of parameters one can display two basic stages: first stage – the genetic algorithm with steady state application and second – the chosen static optimization method. The results of first stage are the start conditions for second stage. Such approach allows to the use of quality of both methods, so global capabilities of the genetic algorithm and good convergence of the classical method in surroundings of the global minimum point.

1. WSTĘP

Filtry cyfrowe stanowią jeden z podstawowych elementów cyfrowego przetwarzania sygnałów. Biorąc pod uwagę charakter pasma przepustowego można je podzielić na: górnoprzepustowe, dolnoprzepustowe, pasmowozaporowe oraz pasmowoprzepustowe. Natomiast uwzględniając ich strukturę wyróżnia się filtry: o skończonej odpowiedzi impulsowej (SOI, ang. FIR), o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (NOI, ang. IIR), adaptacyjne, nieliniowe, itd. [6].

Filtry FIR (ang. *Finite Impulse Response*) znajdują obecnie częściej zastosowanie niż IIR, ze względu na następujące zalety: implementacja filtrów FIR może być łatwo zrównoleglona; ich projektowanie jest znacznie łatwiejsze niż filtrów IIR; są zawsze stabilne, gdyż w ich transmitancji występują wyłącznie zera; cechują się skończoną

¹ Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki; 25-314; Kielce;
al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7. Tel. +48 41 342-42-14, e-mail: K.Rutczynska@tu.kielce.pl

odpowiedzią impulsową; łatwo jest uzyskać liniową charakterystykę fazową. Do wad tego typu filtrów można zaliczyć: większą złożoność obliczeniową i większe zapotrzebowanie na pamięć operacyjną [6].

Filtry IIR (ang. *Infinite Impulse Response*) są jednym z rodzajów filtrów cyfrowych, które w odróżnieniu od filtrów FIR są układami rekursywnymi. Z teoretycznego ujęcia odpowiedź impulsowa zanika w nieskończoności. Jest to efektem występowania pętli sprzężenia zwrotnego. Transmitancja filtru IIR jest funkcją wymierną, dzięki czemu znacznie łatwiej jest uzyskać określoną charakterystykę częstotliwościową niż w przypadku filtru FIR. Wynikają z tego, takie zalety filtrów IIR jak: niska złożoność obliczeniowa i niewielkie zapotrzebowanie na pamięć operacyjną. Do wad filtrów IIR należy zaliczyć: możliwość niestabilności filtru; znacznie trudniejsze projektowanie (nie tylko ze względu na dodatkowy warunek zapewnienia stabilności); większa wrażliwość na błędy zaokrągleń (zaokrąglenia wartości współczynników mogą znacząco zmienić charakterystykę, zaokrąglenia wartości sygnału i wyników pośrednich wprowadzają szum, który może się akumulować); cechują się nieliniową charakterystyką fazową [6].

Znanych jest wiele metod projektowania filtrów cyfrowych. Jedną z nich jest wyznaczenie prototypu analogowego filtru, a następnie jego aproksymacji dyskretniej. Zastosowanie metod optymalizacji sprowadza się do minimalizacji błędu średniokwadratowego między zadanymi charakterystykami częstotliwościowymi (rzadko także czasowymi) a obliczonymi dla przyjętego modelu matematycznego filtru, przy czym minimalizowana funkcja jest funkcją wielu zmiennych [6, 7].

Zagadnienie minimalizacji funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami jest często analizowane w literaturze dotyczącej optymalizacji. Złożoność tego problemu zależy jednak w dużej mierze od postaci minimalizowanej funkcji oraz ograniczeń narzuconych na rozwiązywane zadanie. W celu wyznaczenia minimum globalnego najczęściej są stosowane powszechnie znane klasyczne metody, natomiast znacznie rzadziej nowoczesne metody komputerowe, wśród nich algorytmy genetyczne, czy hybrydowe bazujące na metodzie genetycznej i tradycyjnej [1, 2, 5, 6].

Niewątpliwą zaletą algorytmów genetycznych jest zapewnienie z dużym prawdopodobieństwem zlokalizowania minimum globalnego funkcji, nawet dla znacznej przestrzeni poszukiwań oraz liczby wyznaczanych parametrów. Natomiast stosowanie w takich przypadkach klasycznych metod numerycznych może okazać się ograniczone, głównie z uwagi na możliwość wyznaczenia ekstremum lokalnego, zamiast globalnego [5, 6].

Istnieją jednak cechy, które świadczą na niekorzyść algorytmów genetycznych, a mianowicie: ogromne zapotrzebowanie na moc obliczeniową oraz czasochłonność obliczeń. W niektórych przypadkach dotyczących projektowania filtru, w zależności od stosowanego algorytmu genetycznego i jego parametrów, proces może trwać kilkanaście, lub nawet kilkadziesiąt minut [7, 8].

Algorytmy hybrydowe do rozwiązania wielu różnych problemów z dziedziny optymalizacji były proponowane przez badaczy, takich jak np. Bethke, Bosworth, Foo i Zeigler oraz Goldberg. Aby to osiągnąć stosowano różne połączenia metod genetycznych i technik gradientowych lub bezgradientowych. Prace Lawer (1976 r.), Sysło, Deo i Kowalik (1983 r.) wskazują, że techniki hybrydowe mają zastosowania nawet w problemach, których nie udało się rozwiązać za pomocą metod analitycznych [1].

Specyfika algorytmów hybrydowych polega jednak na tym, że dla konkretnego zagadnienia należy opracować odrębny algorytm, co wymaga dużej wiedzy na temat danego zadania.

Z uwagi na powyższe w niniejszej pracy omówiono ww. problem przy zastosowaniu algorytmu hybrydowego, przy czym wyniki wytypowane w pierwszym etapie procesu minimalizacji przez algorytm genetyczny stanowią warunki początkowe dla etapu drugiego, realizowanego przy użyciu klasycznej metody Nelder-Mead'a. Tego typu połączenie zostało użyte dla poprawy efektywności końcowej procesu poszukiwań genetycznych, zapewniając skrócenie czasu analizowanego procesu.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU MINIMALIZACJI Z ZASTOSOWANIEM ALGORYTMU HYBRYDOWEGO

W literaturze opisanych jest wiele metod projektowania filtrów cyfrowych [6, 9, 10]. Zasadniczym celem niniejszej pracy nie jest analiza projektowania filtrów cyfrowych z zastosowaniem metod optymalizacyjnych, a ocena efektywności i skuteczności algorytmu hybrydowego na przykładzie projektowania prototypów analogowych filtru.

W badaniach założono transmitancję filtru w postaci funkcji wymiernej o postaci [6, 7]

$$G(s) = \frac{b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + 1} \quad (1)$$

gdzie: $n = 2, 3$ i 4 .

W procesie minimalizacji wyznaczano więc odpowiednio 5, 7 i 9 parametrów. Transmitancję (1) można zapisać w postaci widmowej [6]

$$G(j\omega) = \frac{a(\omega) + jb(\omega)}{c(\omega) + jd(\omega)} \quad (2)$$

oraz:

$$\begin{aligned} a(\omega) &= b_0 - b_2 \omega^2 + b_4 \omega^4 - b_6 \omega^6 + \dots \\ b(\omega) &= b_1 \omega - b_3 \omega^3 + b_5 \omega^5 - b_7 \omega^7 + \dots \\ c(\omega) &= a_0 - a_2 \omega^2 + a_4 \omega^4 - a_6 \omega^6 + \dots \\ d(\omega) &= a_1 \omega - a_3 \omega^3 + a_5 \omega^5 - a_7 \omega^7 + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

natomiast wzmocnienie i przesunięcie fazowe wyrażają się następującymi zależnościami [6]:

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{a^2(\omega) + b^2(\omega)}{c^2(\omega) + d^2(\omega)}} \quad (4)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{b(\omega)c(\omega) - a(\omega)d(\omega)}{a(\omega)c(\omega) + b(\omega)d(\omega)} \quad (5)$$

Błąd aproksymacji, stanowiący kryterium optymalizacji, sformułowano w następujący sposób [6, 7]:

– błąd częściowy dla pasma przepustowego, dla $\omega_p \leq 20, 40$ lub 60 rad/s i $e_1 = 0,2$ dB

$$f_i^p = 0 \quad \text{jeśli} \quad |\text{Lm} G(\omega_i)| = |20 \log |G(\omega_i)|| \leq e_1 / 2$$

$$f_i^p = (\text{Lm} G(\omega_i) - e_1 / 2)^2 \quad \text{jeśli} \quad |\text{Lm} G(\omega_i)| > e_1 / 2$$

– błąd częściowy dla pasma zaporowego, dla $\omega_z \geq 100$ rad/s i $e_2 = 60$ dB

$$f_i^z = 0 \quad \text{jeśli} \quad \text{Lm} G(\omega_i) \leq e_2$$

$$f_i^z = (\text{Lm} G(\omega_i) - e_2)^2 \quad \text{jeśli} \quad \text{Lm} G(\omega_i) > e_2$$

– błąd częściowy charakterystyki fazowej dla pasma przepustowego, dla $\omega_p \leq 20, 40$ lub 60 rad/s

$$f_i^\varphi = (\arg G_z(\omega_i) - \arg G(\omega_i))^2$$

gdzie $\arg G_z(\omega_i)$ jest zadaniem przebiegiem charakterystyki fazowej.

Minimalizowana funkcja F jest sumą błędów częściowych, wyznaczanych dla poszczególnych zakresów pulsacji, z odpowiednimi współczynnikami wagowymi określonymi eksperymentalnie, w celu uzyskania najlepszego odwzorowania zadanych charakterystyk częstotliwościowych przez charakterystyki modelu.

$$F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_p f_i^p + w_z f_i^z + w_\varphi f_i^\varphi) \quad (6)$$

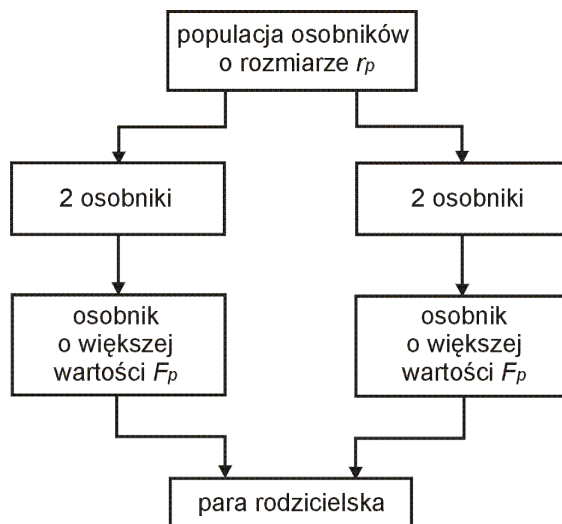
gdzie: w_p , w_z i w_φ – współczynniki wagowe. W symulacji przyjęto: $w_p = 100$, $w_z = 50$ i $w_\varphi = 1$ [6, 8].

W publikacji [6] porównywano skuteczność i efektywność algorytmu genetycznego oraz wybranych klasycznych metod optymalizacji statycznej, w problemie projektowania filtru. Przeprowadzone badania potwierdziły, że metoda klasyczna nie jest odporna w przypadku występowania minimów lokalnych, podczas gdy algorytm genetyczny prawidłowo wyznacza poszukiwane rozwiązanie, dla dowolnych warunków startowych

(przestrzeni poszukiwań). Z drugiej jednak strony algorytm genetyczny wymaga znacznego nakładu obliczeniowego, co powoduje znaczne wydłużenie czasu rozważanego procesu.

Dla zapewnienia wysokiej skuteczności i efektywności procesu minimalizacji funkcji w niniejszej pracy zastosowano podejście, bazujące na połączeniu wspomagającym dwóch metod, w tym przypadku wybranego algorytmu genetycznego oraz metody tradycyjnej, tworząc tzw. algorytm hybrydowy (nazewnictwo zgodne z literaturą [2, 4]). Algorytm genetyczny stosowany w pierwszym etapie procesu wyszukuje obszar, w którym znajduje się poszukiwane minimum globalne funkcji F , natomiast metoda klasyczna umożliwia dokładne wyznaczenie współrzędnych punktu. Takie podejście zostało zastosowane w celu poprawy efektywności w końcowej fazie algorytmu genetycznego.

Zastosowanie algorytmu genetycznego wymaga zmodyfikowania pierwotnego zadania do odpowiedniej postaci. Aby to osiągnąć należy dobrać odpowiedni sposób kodowania parametrów, określić funkcję przystosowania stanowiącą, zgodnie z definicją [1] nieujemne kryterium oceny jakości wszystkich osobników należących do danej populacji oraz zdefiniować operatory genetyczne, tj. selekcję, krzyżowanie i mutację. W pracy zastosowano algorytm genetyczny z ustalonym stanem (określany również mianem ang. the genetic algorithm with steady state), ponieważ przeprowadzone w tym zakresie badania wykazały, że spośród analizowanych algorytmów genetycznych wykazał on największą skuteczność i efektywność [8]. Biorąc pod uwagę specyficzny sposób działania ww. algorytmu, w którym różnica między bieżącą a następną populacją jest tylko w jednym osobniku, algorytm wymaga większej liczby iteracji w porównaniu do algorytmów genetycznych działających na pełnych populacjach [7]. W operacji krzyżowania użyto jednorodnego krzyżowania arytmetycznego tworząc zamiast dwóch tylko jednego potomka, który następnie jest poddawany operacji mutacji, zrealizowanej w oparciu o tzw. mutację równomierną. Ze względu na realizację procesu selekcji przedstawionej na rysunku 1, z uwzględnieniem określonych mechanizmów zastępowania osobników w danej populacji, empirycznie wybrano wartość prawdopodobieństwa mutacji. Algorytm genetyczny ochrania najlepszego osobnika w bieżącym pokoleniu, bez konieczności stosowania pomocniczych mechanizmów.



Rys.1. Schemat realizacji operacji selekcji realizowanej z uwagi na wartości funkcji przystosowania F_p [5]

W drugim etapie procedury minimalizacji funkcji F zastosowano powszechnie znaną i stosowaną klasyczną metodę Neldera-Mead'a.

Tabela 1 przedstawia zestawienie wyników minimalizacji funkcji (6) z zastosowaniem algorytmu hybrydowego, tj. I etap – algorytm genetyczny z ustalonym stanem, II etap – klasyczna metoda optymalizacji statycznej Neldera-Mead'a. Zastosowano następujące podejście: najlepszy osobnik (biorąc pod uwagę najmniejszą wartość funkcji F) wytypowany przez algorytm genetyczny w ostatnim pokoleniu (etap I), stanowi warunki startowe dla algorytmu klasycznego (etap II). W etapie I użyto populacji o rozmiarze 50 osobników. Dla odróżnienia oznaczono wykorzystany algorytm hybrydowy jako algorytm hybrydowy_1.

Tab. 1. Wyniki procesu minimalizacji funkcji F z zastosowaniem algorytmu hybrydowego_1

Rząd G(s)	Etap	Wyniki minimalizacji			
		Wartość funkcji F	Liczba iteracji	Czas etapu [s]	Sumaryczny czas procesu [s]
2	I	0,169	389	60	81
	II	0,025	105	21	
3	I	0,322	421	204	257
	II	0,039	115	53	
4	I	1,580	567	680	955
	II	0,046	143	275	

Analizując zamieszczone wyniki można zauważyć, że algorytm genetyczny stosunkowo szybko osiąga otoczenie minimum globalnego funkcji F (etap I), natomiast wyznaczenie współrzędnych ww. punktu minimum jest efektywnie realizowane przy pomocy metody klasycznej (etap II).

W tabeli 2 pokazano wyniki minimalizacji funkcji F z zastosowaniem algorytmu hybrydowego (algorytm hybrydowy_2), z taką różnicą, że procedura klasyczna (etap II) startuje z 5% najlepszych osobników wytypowanych przez algorytm genetyczny w ostatnim pokoleniu (czyli w etapie I). Są to wartości średnie uzyskane z kilku uruchomień procedury minimalizacji funkcji F . W I etapie procesu minimalizacji użyto populacji o rozmiarze 100.

Tab. 2. Wyniki procesu minimalizacji funkcji F przy użyciu algorytmu hybrydowego_2

Rząd G(s)	Etap	Wyniki minimalizacji			
		Wartość funkcji F	Liczba iteracji	Czas etapu [s]	Sumaryczny czas procesu [s]
2	I	0,532	532	289	313
	II	0,059	131	24	
3	I	0,999	789	570	629
	II	0,092	165	59	
4	I	1,853	934	865	1166
	II	0,187	180	301	

Zastosowanie w procesie minimalizacji funkcji F algorytmu hybrydowego zapewniło poprawne wyznaczenie współrzędnych punktu minimum globalnego ww. funkcji w stosunkowo krótkim czasie. Algorytm genetyczny zlokalizował otoczenie punktu minimum globalnego funkcji F , natomiast metoda optymalizacji statycznej wyznaczyła poszukiwane współrzędne tego punktu w każdym z analizowanych przypadków.

3. WNIOSKI

W pracy przedstawiono analizę efektywności i skuteczności wybranych algorytmów hybrydowych w problemie projektowania prototypów analogowych filtru. W procesie wyznaczania parametrów zastosowano podejście, w którym algorytm genetyczny z ustalonym stanem wyznacza zbiór danych wejściowych dla klasycznej metody optymalizacji statycznej Nelder-Mead'a. Algorytm genetyczny (I etap) jest stosowany do znalezienia punktu, który jest na tyle bliski minimum globalnemu minimalizowanej funkcji, aby metoda tradycyjna (II etap) szybko osiągnęła poszukiwane minimum globalne.

Na podstawie przeprowadzonych badań można wyciągnąć wniosek, że połączenie ww. metod zapewnia znaczne prawdopodobieństwo zlokalizowania minimum globalnego funkcji niezależnie od przyjętych warunków startowych i liczby wyznaczanych parametrów oraz znaczne skrócenie czasu analizowanego procesu, w porównaniu z zastosowaniem

wyłącznie algorytmu genetycznego. Tego typu podejście umożliwia uniknięcie zjawisk niepożądanych związanych z metodyką działania algorytmu genetycznego, czyli czasochłonności obliczeń, natomiast w przypadku metody optymalizacji statycznej - utkania na minimach lokalnych.

4. BIBLIOGRAFIA

- [1] Goldberg D. E.: *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*. WNT, Warszawa 1995.
- [2] Michalewicz Zb.: *Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne*, Warszawa, WNT 1996.
- [3] Michalewicz Zb.: *How to Solve It: Modern Heuristics*. Springer Verlag, 2000.
- [4] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L.: *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.
- [5] Ruczyńska-Wdowiak K.: *Zastosowanie algorytmów genetycznych w identyfikacji parametrycznej obiektu dynamicznego na przykładzie silnika indukcyjnego*, Rozprawa doktorska, Kielce, Politechnika Świętokrzyska 2005.
- [6] Ruczyńska-Wdowiak K., Stefański T.: *Analiza porównawcza klasycznych metod optymalizacji i algorytmu genetycznego na przykładzie projektowania filtrów*, PAK 6/2010.
- [7] Ruczyńska-Wdowiak K.: *Dobór wybranych parametrów algorytmu genetycznego na przykładzie projektowania filtrów*, TRANSCOMP – XIV International Conference Computer Systems Aided Science, Industry and Transport, Logistyka
- [8] Ruczyńska-Wdowiak K.: *Porównanie algorytmów genetycznych w problemie projektowania filtrów*, Wyd. Uczelniane Politechniki Koszalińskiej Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania Tom IX, Koszalin 2011, str. 48-53.
- [9] Słowik A., Biało M.: *Ewolucyjne projektowanie filtrów cyfrowych FIR (z gwarantowaną liniowością fazy)*, Kołobrzeg, Krajowa Konferencja Elektroniki 2004.
- [10] Słowik A., Biało M.: *Ewolucyjne projektowanie filtrów cyfrowych IIR o nietypowych charakterystykach amplitudowych*, Kołobrzeg, Krajowa Konferencja Elektroniki 2003.