

*lampa wyładowcza,  
lampa rtęciowa,  
model matematyczny*

Antoni RÓŻOWICZ<sup>1</sup>  
Mariusz DELĄG<sup>2</sup>  
Sebastian RÓŻOWICZ<sup>3</sup>

### **DOKŁADNOŚĆ MODELU MATEMATYCZNEGO NISKOCIŚNIENIOWEJ RTECIOWEJ LAMPY WYŁADOWCZEJ**

*Dla prawidłowego projektowania układów pracy niskoprężnych rtęciowych lamp wyładowczych (lampa, układ stabilizacyjno zapłonowy) konieczna jest dobra znajomość charakterystyk prądowo napięciowych lampy oraz ich opis matematyczny. Opracowany model matematyczny o dużej wiarygodności odwzorowania jak pokazano wyżej pozwoli na optymalne projektowanie układu pracy lampy, jest to bardzo ważne w aspekcie zwiększenia efektywności energetycznej układu. Do opracowania modelu wykorzystano wyniki pomiarów na grupie lamp wyładowczych oraz wyniki symulacji komputerowych. Weryfikacja wyników symulacji potwierdziła wysoką zgodność z danymi pomiarowymi. Oznacza to, że przedstawiony model może zostać użyty w trakcie projektowania układów zasilania lamp.*

### **GOODNESS OF LOW PRESSURE MERCURY DISCHARGE LAMP MATHEMATICAL MODEL**

*Knowledge of voltage-current characteristics and their mathematical model description is needed to correct design of low pressure mercury discharge lamp systems (lamp, stabilizing and ignition system). Mathematical model showed in this paper causes possibility to optimal design of work lamp systems. It is very important in aspect of increasing system energy efficiency. Measurements on group of discharge lamps together with computer simulations are used to preparation of mathematical model. Conformity with measurements data is confirmed by verification of simulation results. It indicate that mathematical model showed in this paper can be used during design of low pressure mercury discharge lamp systems.*

---

<sup>1</sup> dr hab. inż. Antoni Różowicz prof. PŚk – Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Techniki Świetlnej, Aleja Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

<sup>2</sup> mgr inż. Mariusz Deląg – Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Techniki Świetlnej, Aleja Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

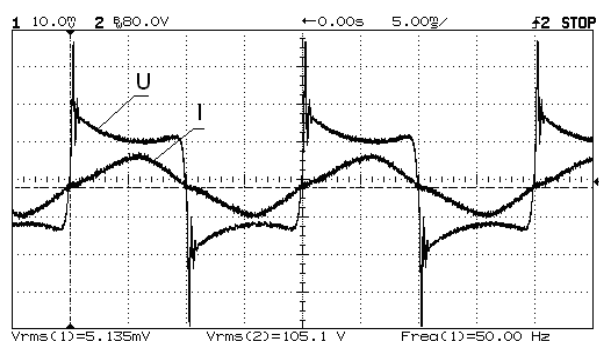
<sup>3</sup> mgr inż. Sebastian Różowicz – Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Techniki Świetlnej, Aleja Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

## 1. WSTĘP

Najbardziej rozpowszechnioną niskociśnieniową rtęciową lampą wyładowczą jest lampa fluorescencyjna. Zasada jej działania opiera się na wyładowaniu elektrycznym w parach rtęci o małym ciśnieniu. Lampa fluorescencyjna ma ujemną nieliniową charakterystykę napięciowo-prądową. Cecha ta nie pozwala na pracę tych lamp w obwodzie elektrycznym bez dodatkowego urządzenia, służącego do ograniczenia prądu lampy do określonej wartości. Najczęściej w tym celu stosuje układy pracy lamp ze statecznikami elektromagnetycznymi lub układy pracy lamp ze statecznikami elektronicznymi.

Konfiguracja w/w układów zasilania lamp w sposób istotny wpływa na parametry świetlne, jak i na poziom oraz rodzaj generowanych zakłóceń do sieci [7].

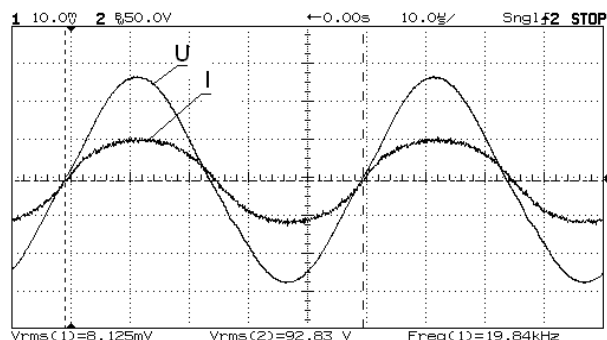
Układy pracy niskociśnieniowych rtęciowych lamp wyładowczych ze statecznikiem magnetycznym a więc zasilanych częstotliwością 50 Hz nie są najodpowiedniejsze ze względu na parametry energetyczno-optyczne [9]. Przy częstotliwości 50 Hz elektrony i zjonizowane atomy mają wystarczający czas, by rekombinować, przy każdej zmianie kierunku prądu, z tego powodu, wyładowanie jest zapalane dwa razy w każdym okresie. Efektem tego jest występowanie pików napięcia ponownego zapalenia, które są nawet kilkadziesiąt procent wyższe od normalnego napięcia wyładowania, które jest praktycznie stałe w półokresie, co zostało przedstawione na rys. 1.



Rys. 1. Przebiegi czasowe prądu i napięcia lampy zasilanej częstotliwością sieciową

Praca lamp zasilanych prądem o podwyższonej częstotliwości dość znacznie różni się od pracy lamp zasilanych prądem o częstotliwości 50 Hz. Różnica ta wynika z faktu, iż przy wzroście częstotliwości prądu w obwodzie lampy powyżej 1 kHz [7] skraca się czas dejonizacji plazmy wyładowania, a więc zwiększa się gęstość elektronów – w konsekwencji zmniejszają się modulacje charakterystyk wyładowania a więc wyładowanie w lampie dąży do równowagi dynamicznej. Oznacza to, iż przy wzroście częstotliwości prądu w obwodzie lampy proces ponownego zapłonu lampy trwa coraz krócej. Krótszy czas ponownego zapłonu lampy prowadzi do zmniejszenia, a następnie zaników pików zapłonowych w krzywej napięcia lampy rys. 2. Zanik pików napięcia ponownego zapalenia oznacza że lampę można traktować niemal jako element o linowej rezystancji. Większość

producentów lamp dostarcza dane lampy tylko dla pracy przy niskiej częstotliwości, gdzie lampa zachowuje się jako kwadrat - fali napięcia źródła.



Rys. 2. Przebiegi czasowe prądu i napięcia lampy zasilanej częstotliwością 20 kHz

Jak widać z powyższego przykładu przy projektowaniu układu stabilizacyjno zapłonowego lampy zasilanej wyższą częstotliwością lampę można modelować jako rezystor, założenie takie nie jest możliwe dla lamp zasilanych częstotliwością poniżej 1 kHz. Dlatego dla prawidłowego projektowania układów pracy niskoprężnych rtęciowych lamp wyładowczych (lampa, układ stabilizacyjno zapłonowy) konieczna jest dobra znajomość charakterystyk teoretycznych i eksperymentalnych pracy lampy oraz ich opisu matematycznego.

W spotykanych rozwiązaniach przyjmuje się, że częstotliwość prądu lampy powinna wynosić nie więcej niż 50 kHz [3], choć istnieją także poglądy iż można ją zwiększyć do 100 kHz [7]. Wykorzystywanie tak szerokiego zakresu częstotliwości prądu w obwodzie lampy wydaje się niecelowe z kilku powodów. Po pierwsze trzecia harmoniczna prądu powinna być mniejsza od 150 kHz (najniższa częstotliwość radiofonii) [3], po drugie zwiększanie wartości częstotliwości prądu może nie wpływać na poprawę wielkości parametrów eksploatacyjnych lampy [8]. Badaniami objęto typoszereg niskociśnieniowych rtęciowych lamp wyładowczych różnych klas o mocy od 36 W zasilanych częstotliwością od 50 Hz do 50 kHz. Badania przeprowadzono przy zasilaniu napięciem nieodkształconym (odkształcenie nie przekraczało 2%).

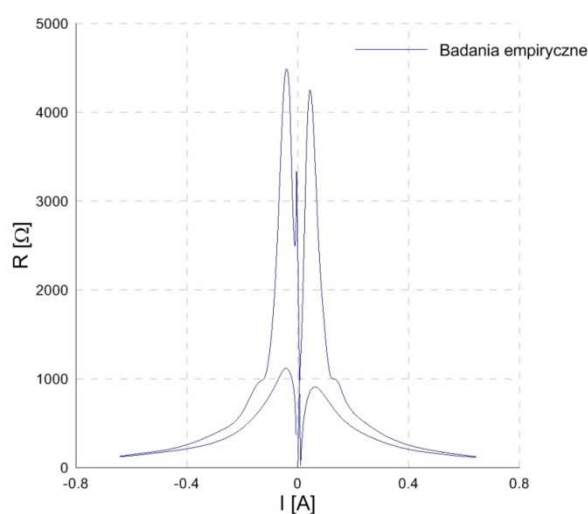
## 2. MODEL MATEMATYCZNY NISKOCIŚNIENIOWEJ RTĘCIOWEJ LAMPY WYŁADOWCZEJ

W literaturze [1, 2, 5, 6, 10, 11] prezentowanych jest wiele wariantów i koncepcji modeli. Cechują się one jednak zróżnicowaną dokładnością odwzorowania charakterystyki napięciowo prądowej lampy (rozbieżności sięgają niekiedy nawet 75%). Szczególnie niewystarczająco odzwierciedlają charakterystyki lamp dla pracy przy niskich częstotliwościach. Niedokładności opisanych w literaturze modeli lamp zasilanych napięciem o częstotliwości sieciowej powodują, iż w dalszym ciągu należy poszukiwać modelu, który pozbawiony byłby tych wad. Opracowanie modelu matematycznego o dużej

wiarygodności odwzorowania jak pokazano wyżej pozwoli na optymalne projektowanie układu pracy lampy, jest to bardzo ważne w aspekcie zwiększenia efektywności energetycznej układu.

Mając na uwadze powyższe wskazania podjęto próby poszukiwania opisu matematycznego lampy, który dobrze odwzoruje charakterystyki lampy zarówno przy niskich jak i podwyższonych częstotliwościach zasilania.

Dla potrzeb konstrukcji modelu matematycznego przyjęto charakterystyki impedancji lampy w funkcji prądu lampy. Przykładową charakterystykę impedancji lampy w zależności od prądu płynącego przez lampę zasilaną częstotliwością sieciową przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Rzeczywista zależność rezystancji lampy od prądu lampy, dla  $f=50\text{Hz}$

Korzystając z analizy przebiegów eksperymentalnych oraz oprogramowania MATLAB [4] dokonano opisu matematycznego zmian napięcia lampy w funkcji częstotliwości i prądu lampy. Jako model matematyczny opisujący zależności napięcia na lampie a częstotliwością i prądem w obwodzie lampy wybrano opis równaniami:

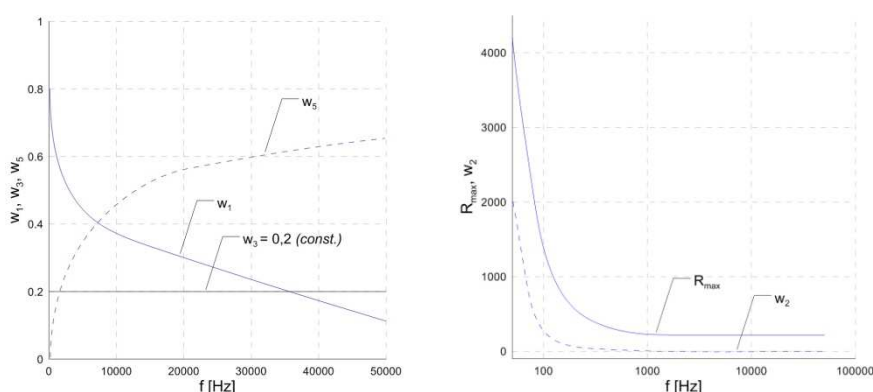
$$\left\{ \begin{array}{l} i(t) = A * \sin(\omega t) \\ \dot{i}_1(t) = i(t) - \frac{1}{a_1} * \frac{di}{dt} \\ R_L = R_{\max} * \left( \frac{w_1}{w_2 * i_1^2 + 1} + \frac{w_3}{w_4 * i_1^2 + 1} + w_5 \right) \\ U_L = i(t) * R_L \end{array} \right. \quad (1)$$

gdzie:  $\omega$  – pulsacja prądu,

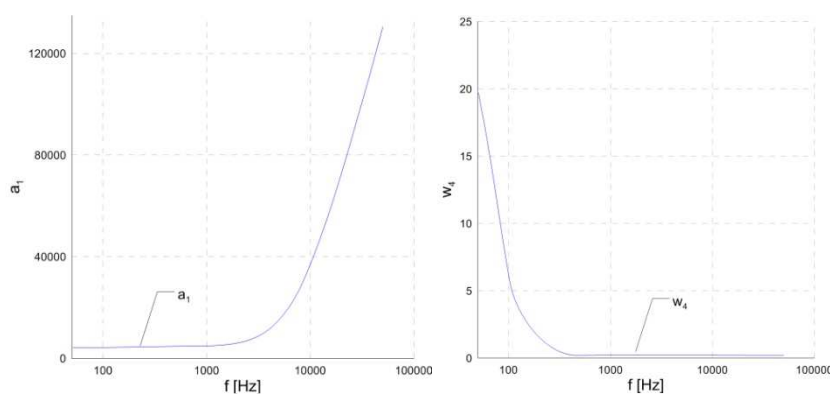
$i(t)$  – wartość prądu chwilowego płynącego przez lampę,

$R_L$  – rezystancja chwilowa lampy,  
 $U_L$  – wartość chwilowa napięcia na lampie,  
 $a_1, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, R_{max}$  – parametry równania zależne od częstotliwości

Wartości parametrów przedstawiono na rys. 5, 6. Zostały one wyznaczone w sposób analityczny dla różnych częstotliwości prądu w obwodzie lampy.



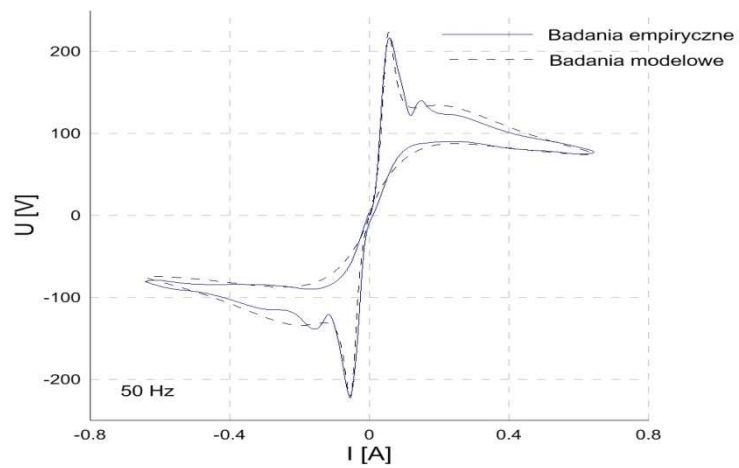
Rys. 5. Zmiany parametrów  $w_1, w_2, w_3, w_5, R_{max}$  w funkcji zmian częstotliwości prądu w obwodzie lampy



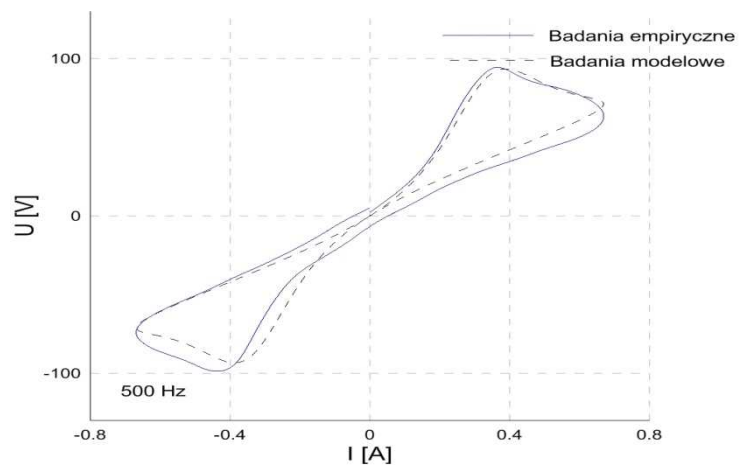
Rys. 6. Zmiany parametrów  $a_1, w_4$  w funkcji zmian częstotliwości prądu w obwodzie lampy

### 3. WERYFIKACJA MODELU Z WYNIKAMI BADAŃ EMPIRYCZNYCH.

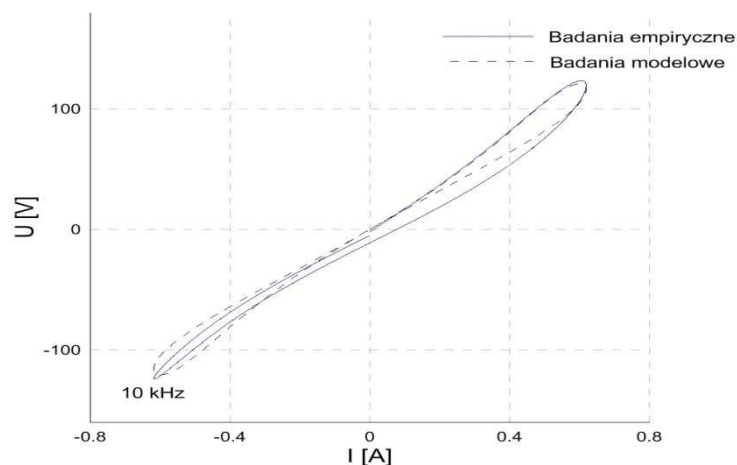
Weryfikacji przyjętego modelu lampy dokonano poprzez ocenę zgodności obliczeń modelowych z wynikami badań empirycznych różnych grup lamp o mocy 36W zasilanych różną częstotliwością. Przykładowe wyniki badań przedstawiono na rys. 7, 8, 9.



Rys. 7. Napięcie  $u(t)$  na lampie dla częstotliwości 50Hz dla badań modelowych oraz badań empirycznych



Rys. 8. Napięcie  $u(t)$  na lampie dla częstotliwości 500Hz dla badań modelowych oraz badań empirycznych



Rys. 9. Napięcie  $u(t)$  na lampie dla częstotliwości 10kHz dla badań modelowych oraz badań empirycznych

Jakość dopasowania mierzono wartością współczynnika determinacji  $R^2$  ( $R^2$  informuje, jaki procent całkowitej zmienności danych wyjaśnia rozważana funkcja regresji). Dla wszystkich wyników badań modelowych i empirycznych w zakresie zmian częstotliwości od 50 Hz do 50 kHz wartość współczynnika  $R^2$  wynosiła od 0,97 (dla częstotliwości 50 kHz) do 0,99 (dla częstotliwości 50 Hz).

Dalsza analiza umożliwiła określenie wpływu zmian poszczególnych parametrów równania (1) na wartość współczynnika  $R^2$ . Założeniem było utrzymanie współczynnika  $R^2$  na poziomie minimum 0,95 po zmianie jednego parametru. Maksymalne dopuszczalne zmiany parametrów równania zostały przedstawione w tab. 1.

Tab. 1. Maksymalne dopuszczalne zmiany parametrów równania niskociśnieniowej rtęciowej lampy wyładowczej

Parametr	Maksymalna dopuszczalna zmiana wartości parametru gwarantująca utrzymanie współczynnika determinacji $R^2$ na poziomie 0,95 dla dowolnej częstotliwości prądu zasilającego
$a_1$	$\pm 55 \%$
$w_1$	$\pm 31 \%$
$w_2$	$\pm 85 \%$
$w_4$	$\pm 37 \%$
$w_5$	$\pm 40 \%$
$R_{\max}$	$\pm 19 \%$

#### 4. WNIOSKI

Opracowany model matematyczny niskoprężnej rtęciowej lampy wyładowczej wykazuje dużą zgodność z wynikami eksperymentalnymi, świadczy o tym bardzo wysoka wartość współczynnika determinacji.

Zweryfikowany w zakresie współczynników równań model może znaleźć praktyczne zastosowanie przy projektowaniu układów pracy niskoprężnych rtęciowych lamp wyładowczych. Projektowanie układów pracy lamp w oparciu o poprawny model matematyczny będzie bardziej efektywne i mniej czasochłonne od projektowania tradycyjnego opierającego się na wynikach pomiarów na rzeczywistych obiektach.

Przedstawiony model matematyczny będzie dalej wnikłany nie tylko w funkcji parametrów elektrycznych ale także i świetlnych, a charakterystyki będą odzwierciedlane z wymaganą dokładnością.

#### 5. LITERATURA

- [1] Herrick P.R.: *Mathematical Models for High-Intensity Discharge Lamps*. IEEE Transactions on Industry Applications, 1980.
- [2] Mader U., Horn P.: *A dynamic model for the electric al characteristics of luorescent lamps*. IEEE Industry Applications Society Meeting, Conf. Records, pp.1928-1934, 1992.
- [3] Mayer Ch., Nienhuis H.: *Discharge lamps*, Philips Technical Library, 1988
- [4] Osowski S., Cichocki A., Siwek K.: *Matlab w zastosowaniu do obliczeń obwodowych i przetwarzania sygnałów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006.
- [5] Peek S.C., Spencer D.E.: *A Differential Equation for the Fluorescent Lamp*. Illum. Eng., 1968.
- [6] Różowicz A., Deląg M., Różowicz S.: *Model matematyczny niskociśnieniowej rtęciowej lampy wyładowczej zasilanej częstotliwością sieciową*. Logistyka 2009
- [7] Różowicz A.: *Wpływ częstotliwości prądu zasilającego lampy fluorescencyjne na ich wybrane parametry eksploatacyjne*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2004.
- [8] Różowicz A.: *Vmist garmonik i koeficient potużnosti – parametri jakosti energii v ustawach žiwlenia ljuminescentnych lamp z elektromagnitnymi ta elektronnimi stabilizatorami*, Elektroinform 2, Lviv 2003
- [9] Różowicz A.: *Tętnienie niskoprężnych lamp wyładowczych zasilanych napięciem przemiennym o różnych częstotliwościach*, JiUEE, 2005
- [10] Różowicz A., Deląg M., Różowicz S.: *Model matematyczny niskociśnieniowej rtęciowej lampy wyładowczej zasilanej różną częstotliwością*, Prace Instytutu Elektrotechniki Zeszyt 245/10, Warszawa 2010, s. 57-67.
- [11] Zissis G., Damelin court J.-J.: *Modelling dis charge lamps for electronic circuit designers: a review of the existing methods*. In the 29th IEEE International Conrefence on Plasma Sciences (ICOPS2002), Canada 2002.