

Magdalena NAGÓRSKA¹
Roman NAGÓRSKI²

**ANALIZA STATYCZNA KONSTRUKCJI NAWIERZCHNI DROGOWEJ
ZA POMOCĄ MES I PROGRAMU ABAQUS**

W pracy zastosowano MES (model trójwymiarowy) do analizy statycznej konstrukcji podatnej nawierzchni drogowej w postaci układu warstw sprężystych o skończonej szerokości i nieograniczonego podłoża sprężystego, obciążonego równomiernie na powierzchni kołowej odzwierciedlającej oddziaływanie koła (w dwóch miejscach w stosunku do krawędzi jezdni) pojazdu ciężarowego o standardowym nacisku dopuszczalnym na oś. W odniesieniu do obszaru prostopadłościennego modelowanego elementami skończonymi, wyciętego z nawierzchni drogi założono warunki brzegowe, odzwierciedlające skończoną szerokość nawierzchni oraz oddziaływanie (w postaci reakcji) pozostałych odcinków drogi i położonego poniżej podłoża gruntowego.

**STATIC ANALYSIS OF ROAD PAVEMENT USING FEM
AND ABAQUS PROGRAM**

In the paper FEM (3D model) was applied to the static analysis of the flexible pavement structure of road composed with the elastic construction layers of finite width and infinite elastic soil subgrade, charged on the circular upper surface by uniform load resulting from the contact of standard single wheel (in two places in relation to edge of road) of truck with admissible pressure on the axis. To the cuboid domain cut from the pavement, modeled by finite elements, the boundary conditions were assumed with the influence of finite width of road and the remaining pavement and soil base as well.

1. WSTĘP

Podstawowym modelem mechanicznym konstrukcji podatnej nawierzchni drogowej, zalecanym przy projektowaniu indywidualnym tego rodzaju konstrukcji w [1] (Załącznik 5, p. 3 do Rozporządzenia MTiGM w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie), jest model oparty na teorii wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej lub lepkosprężystej [2], [3]. Potwierdza to praktyka obliczeniowa i projektowa – zwłaszcza przy wymiarowaniu konstrukcji. Model taki może być analizo-

¹ Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Ładowej; 00-637 Warszawa, Al. Armii Ludowej 16; Fax: + 48 22 825 55 60; E-mail: M.Nagorska@il.pw.edu.pl

² Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Ładowej; 00-637 Warszawa, Al. Armii Ludowej 16; Tel/Fax: + 48 22 825 55 60; E-mail: R.Nagorski@il.pw.edu.pl

wany metodami analitycznymi, wykorzystującymi metodę szeregów Fouriera i metodę transformacji całkowej Hankela (we współrzędnych walcowych) [4] – szczególnie, jeśli działanie standardowego koła pojazdu ciężarowego na nawierzchnię jest opisane za pomocą obciążenia równomiernie rozłożonego na powierzchni kołowej [5], [6]. Metody te wykorzystane są w powszechnie stosowanych programach BISAR [7] i VEROAD [8].

Z drugiej strony, w analizie konstrukcji nawierzchni drogowych (wg różnych teorii) szeroko stosowana jest również metoda elementu skończonego (MES) [9]-[11] i wykorzystywane są rozmaite, oparte na tej metodzie programy obliczeń naukowych i inżynierskich, jak ABAQUS, LS-DYNA, ANSYS i inne [12].

W przeciwieństwie do wspomnianych metod analitycznych i wykorzystujących je programów, MES umożliwia analizowanie także innych modeli mechanicznych niż lepkosprężyste oraz innych zagadnień niż stacjonarne i quasi-stacjonarne dotyczące półprzestrzeni warstwowej, przy założeniu ciągłości przemieszczeń na granicach warstw i obciążenia rozłożonego na kole.

W szczególności MES umożliwia (przy braku takiej możliwości za pomocą wymienionych metod analitycznych) analizowanie wpływu warunków brzegowych na pobocznicach konstrukcji nawierzchni – realnie zawsze o skończonej szerokości (często mniejszej niż rekomendowany rozmiar obszaru modelowanego elementami skończonymi, wyciętego z analizowanej półprzestrzeni).

W niniejszym artykule zaprezentowano próbę (będącą częścią pracy dyplomowej [13]) uwzględnienia i pokazania wpływu warunków brzegowych na deformację i wyężenie konstrukcji nawierzchni – przy wykorzystaniu MES i programu ABAQUS [14] – w związku z tym przy dwu różnych położeniach obciążenia kołem w stosunku do krawędzi nawierzchni.

2. PRZEDMIOT, CEL I ZAKRES PRACY

Przedmiotem pracy jest standardowy układ konstrukcyjny warstw podatnej nawierzchni (jeden z wymienionych wg Katalogu typowych nawierzchni podatnych [15]), przedstawiony schematycznie na rys. 1.

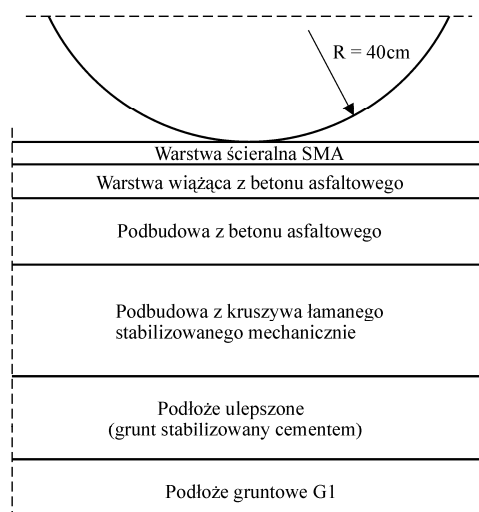
Jako model mechaniczny (matematyczno-fizyczny, mechanistyczny³) nawierzchni drogowej przyjęto trójwymiarowe warstwowe kontinuum materialne, złożone z warstw liniowo-sprężystych, jednorodnych i izotropowych, w stanie małych deformacji stacjonarnych (w rozumieniu liniowej mechaniki ośrodków odkształcanych), odzwierciedlających układ warstw konstrukcyjnych nawierzchni na rys. 1. Kontakt pomiędzy warstwami określają warunki ciągłości przemieszczeń, które oznaczają pełną szepność warstw. Na rys. 2 zaznaczono stałe materiałowe poszczególnych warstw – moduły Younga E_i i współczynniki Poissona ν_i – a także grubości warstw h_i .

Powyższy model konstrukcji nawierzchni podatnej⁴ dominuje w praktyce projektowej opartej na podejściu mechanistycznym. Przykładem zastosowania tego podejścia jest dość powszechnie stosowany program komputerowy BISAR [7], przeznaczony do wspomagania projektowania (głównie wymiarowania) nawierzchni podatnych. W projektowaniu i badaniach konstrukcji nawierzchni stosuje się już co prawda modele reologiczne

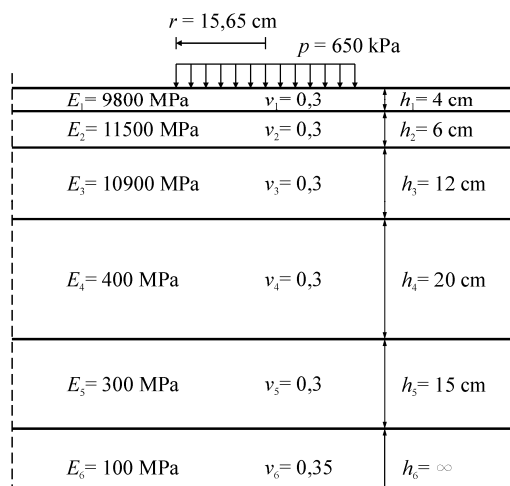
³ w terminologii powszechnie stosowanej w drogownictwie używa się określenia „mechanistyczny”

⁴ a także tzw. nawierzchni półsztywnej, w której warstwa podbudowy mineralnej jest związana spoiwem hydraulicznym (cementowym)

(sprężysto-lepkie) do warstw asfaltowych, np. w programie VEROAD [8], a nawet modele sprężysto-lepko-plastyczne (vide np. [3]), ale model liniowo-sprężysty uważa się za podstawowy (jako rozszerzenie klasycznego podejścia Burmistera [2] – np. w [4]).



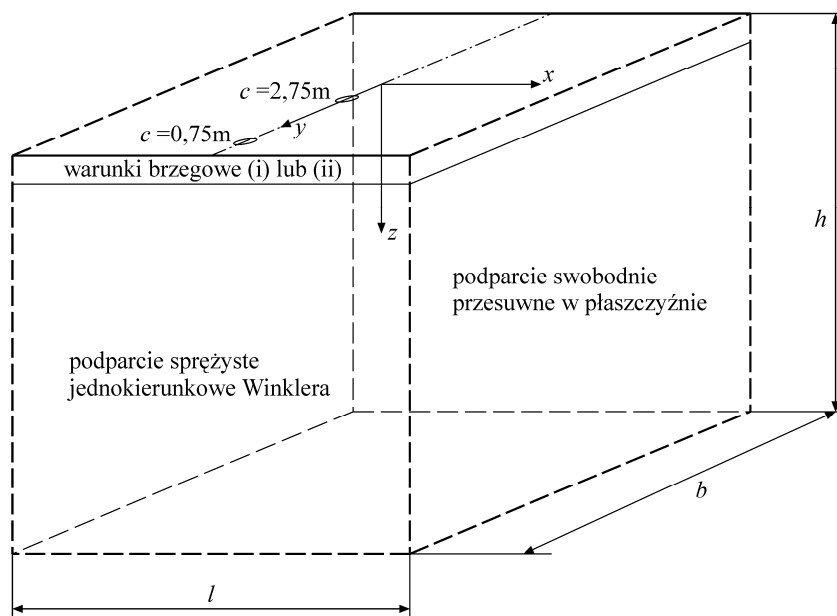
Rys.1. Schemat układu warstw konstrukcji nawierzchni drogowej



Rys. 2. Oznaczenia parametrów geometrycznych i materiałowych modelu mechanicznego nawierzchni drogowej

Bardzo często w podstawowym analizowanym modelu mechanicznym zakłada się, że nawierzchnia drogowa wraz z podłożem zajmuje obszar półprzestrzeni – jest warstwą półprzestrzeni materiałną. W niniejszej pracy założymy, że obszar \mathcal{V} analizowanego

ośrodka, modelowany elementami skończonymi, jest prostopadłościaniem o rozmiarach $l \times b \times h$, będącym wycinkiem z nawierzchni o szerokości $b = 7$ m (rys.3).



Rys. 3. Obszar prostopadłościenny będący modelem wycinka konstrukcji nawierzchni

Jako obciążenie zewnętrzne nawierzchni przyjęto podstawowe w procesie projektowania działanie standardowego koła samochodu równe połowie dopuszczalnego nacisku osi o wartości $P = 100$ kN przenieszonego przez koło (rys. 1). Obciążenie to zamodelowano siłami prostopadłymi do powierzchni jezdni, rozłożonymi równomiernie o intensywności $p = 650$ kPa, na powierzchni kołistej o promieniu $r = \sqrt{100/2/650/\pi} \times 100 \text{ cm} \approx 15,65 \text{ cm}$ (rys 2 i rys. 3). Intensywność 650 kPa wynika z ciśnienia w oponie, chociaż współcześnie stosuje się już koła z oponami z ciśnieniem 700 kPa i więcej (np. wg [6]). W obliczeniach założono dwa usytuowania koła obciążenia – w odległości $c = 0,75$ m i $c = 2,75$ m od krawędzi jezdni, rys. 3 (kierunek jazdy zgodnie z osią x – przy parametryzacji obszaru \mathcal{V} współrzędnymi kartezjańskimi x, y, z , o początku w centralnym punkcie powierzchni górnej).

Przyjmowanie, że powierzchnia kontaktu opony z nawierzchnią jest kołem, jest pewnym przybliżeniem – podobnie jak to, że działanie opony jest równomiernie rozłożone. W rzeczywistości jest inaczej (vide np. [5]), ale założenie obciążenia równoważnego realnemu skutkuje, zgodnie z zasadą Saint-Venanta, różnicami w stanie stacjonarnym odkształcenia i naprężenia jedynie w strefie bliskiej powierzchni działania obciążenia.

Przyjęto następujące warunki podparcia obszaru \mathcal{V} konstrukcji nawierzchni (rys. 3):

- a) na podstawie dolnej – brak przemieszczenia pionowego (przy swobodzie przemieszczeń w kierunkach poziomych),

- b) w przekrojach prostokątnych do osi jezdni ($x = \pm l/2$) – brak przemieszczenia poziomego, prostopadłego do ścian obszaru V (przy swobodzie przemieszczeń w kierunkach stycznych do tych ścian),
- c) na pobocznicach obszaru V ($y = \pm b/2$) na głębokości odpowiadającej warstwowi konstrukcyjnym ($z \in [0, h_1 + h_2 + h_3] = [0, 42 \text{ cm}]$) – brak przemieszczeń we wszystkich kierunkach w wariancie (i) oraz swoboda przemieszczeń we wszystkich kierunkach w wariancie (ii)
- d) na pobocznicach obszaru V ($y = \pm b/2$) na głębokości odpowiadającej podłożu ulepszonemu i podłożu gruntowemu ($z \in [h_1 + h_2 + h_3, h]$) – podparcie sprężyste jednokierunkowe Winklera o współczynniku sztywności $k_y = E_6 / b_z = 21583 \text{ kN/m}^3$ (b_z – grubość zastępcza warstwy podłoża), przy swobodzie przemieszczeń w kierunkach wzdłuż pobocznicy .

Warunki podparcia a) i b) lub alternatywnie warunki całkowitej nieprzesuwności na powierzchni dolnej obszaru V są standardowo przyjmowane w zastosowaniach MES w analizie nawierzchni (por. np. [9]). Natomiast warunki brzegowe c) i d) są propozycją na użytek tej pracy. Podstawowym jej celem jest bowiem określenie wpływu tych warunków w realnej nawierzchni na jej deformację i wyteżenie.

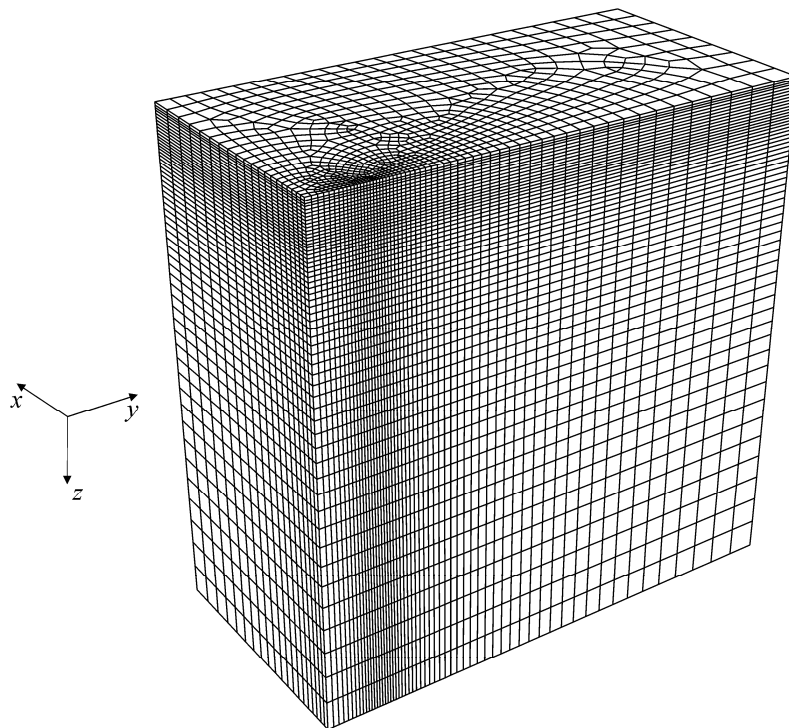
3. MODEL SKOŃCZENIE ELEMENTOWY I WYNIKI OBLICZEŃ

Z uwagi na symetrię deformacji obszaru V względem płaszczyzny $x = 0$ (rys. 3) model skończenie elementowy zbudowano na obszarze U (rys. 4), będącym połową obszaru V (z uwzględnieniem warunków symetrii). Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu ABAQUS [14]. Wykorzystano elementy skończone w postaci graniastosłupów prostych o podstawach czworokątnych równoległych do granic warstw nawierzchni, o liniowych funkcjach kształtu (elementy C3D8) – rys. 4. W obliczeniach przyjęto następujące rozmiary obszaru V : $l=7\text{m}$, $b=7\text{m}$, $h=7\text{m}$. Odpowiednio do tych wartości i wielkości promienia koła obciążenia $r = 15,65 \text{ cm}$ założono rozmiary najmniejszych elementów pod obciążeniem rzędu 2 cm , które następnie zwiększano wraz ze wzrostem odległości od obciążenia do rozmiarów rzędu 20cm . W pracy [13] dokonano odpowiednich obliczeń testowych, potwierdzających zasadność przyjętego modelu mechanicznego nawierzchni i jego implementacji skończenie elementowej.

W tabeli 1 zestawiono maksymalne wartości podstawowych obliczanych wielkości na określonych głębokościach (przemieszczenia w_z , naprężenia σ_{xx} i σ_{yy} oraz odkształcenia ε_{xx} , ε_{yy} , i ε_{zz}) przy obu wariantach położenia koła obciążenia i przy obu wariantach warunków brzegowych na pobocznicy nawierzchni (na głębokości warstw asfaltowych i podbudowy mineralnej).

Na rys. 5-10 przedstawiono wizualizacje wielkości przemieszczenia w_z , naprężenia σ_{xx} oraz odkształceń ε_{xx} i ε_{zz} w obszarze U (wykorzystano symetrię zadania względem płaszczyzny $x = 0$) przy obu wariantach położenia koła obciążenia i przy obu wariantach warunków brzegowych na pobocznicy nawierzchni (na głębokości warstw asfaltowych i podbudowy mineralnej). Rysunki 5-7 przedstawiają konfiguracje zdeformowane analizowanego obszaru. Widoczny jest wpływ, umiarkowany, podparcia odkształcalnego typu Winklera części pobocznicy tego obszaru (przyjęte założenia i dane dotyczące tego

podparcia mają charakter symulacyjny, aczkolwiek jakościowo odpowiadają spotykanym realiom). Natomiast na rys. 8-10 zaznaczono granicę warunków brzegowych (i) lub (ii).

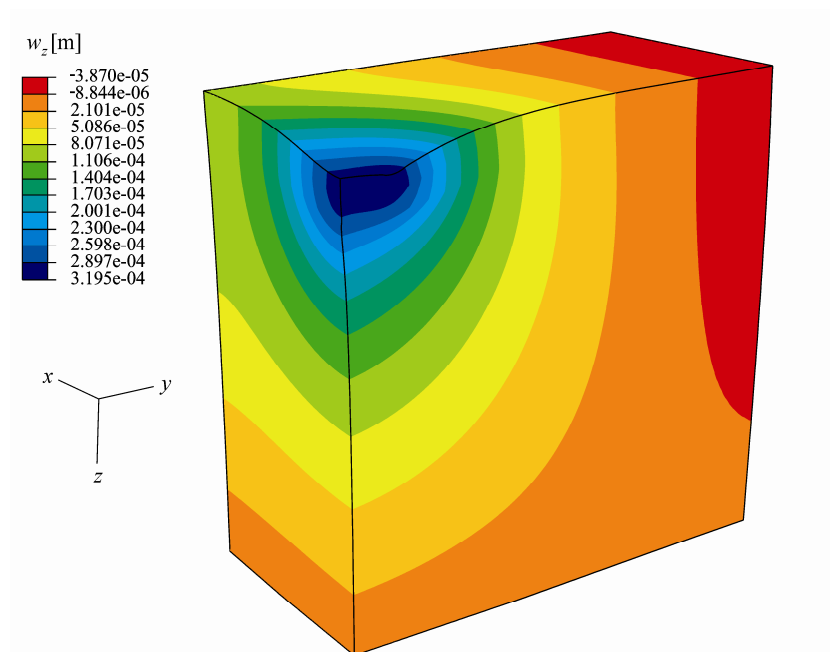


Rys. 4. Model skończenie elementowy obszaru \mathcal{U} nawierzchni (przy $c=0,75m$)

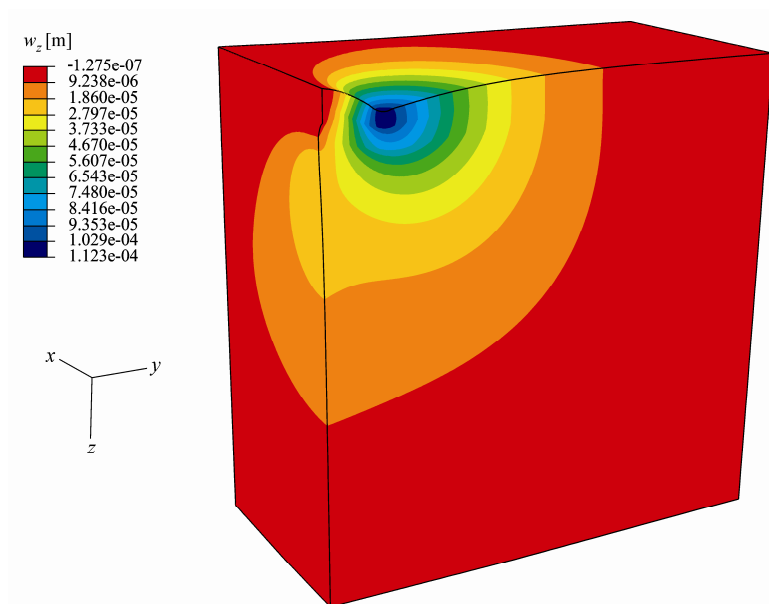
Tabela 1.

Lp.	Położenie koła / wb	$w_{z,\max}$ $z=0$ [mm]	$\sigma_{xx,\max}$ $z=0$ [MPa]	$\sigma_{yy,\max}$ $z=0$ [MPa]	ϵ_{xx} $z=22\text{cm}$ [10^{-6}]	ϵ_{yy} $z=22\text{cm}$ [10^{-6}]	ϵ_{zz} $z=42\text{cm}$ [10^{-6}]	ϵ_{zz} $z=57\text{cm}$ [10^{-6}]
1.	$c = 0,75m /$ w. b. (i)	0,123	-0,948	-1,049	51,22	57,78	-109,68	-79,76
2.	$c = 0,75m /$ w. b. (ii)	0,319	-1,116	-1,020	60,91	54,34	-175,81	-109,86
3.	$c = 2,75m /$ w. b. (i)	0,211	-1,084	-1,089	57,40	57,89	-161,36	-104,88
4.	$c = 2,75m /$ w. b. (ii)	0,228	-1,084	-1,082	57,49	57,29	-161,06	-104,51

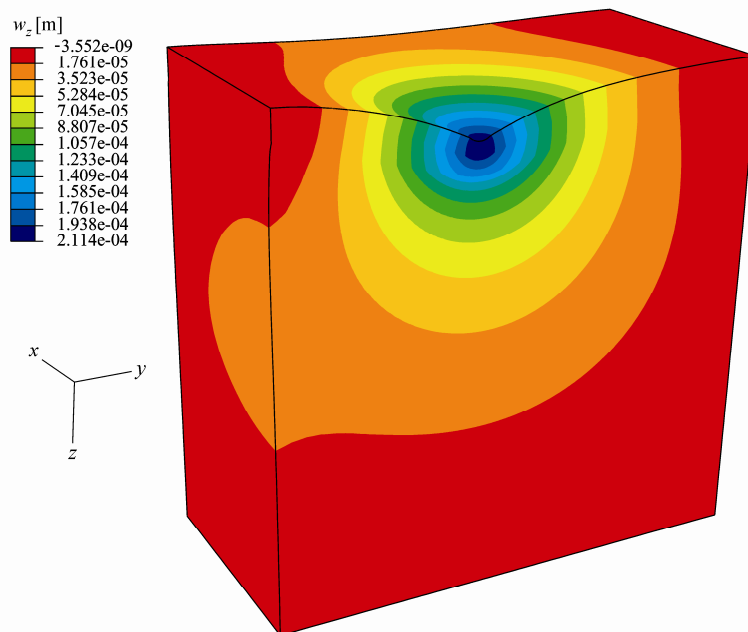
wb – warunki brzegowe na pobocznicę konstrukcji nawierzchni do głębokości 42 cm



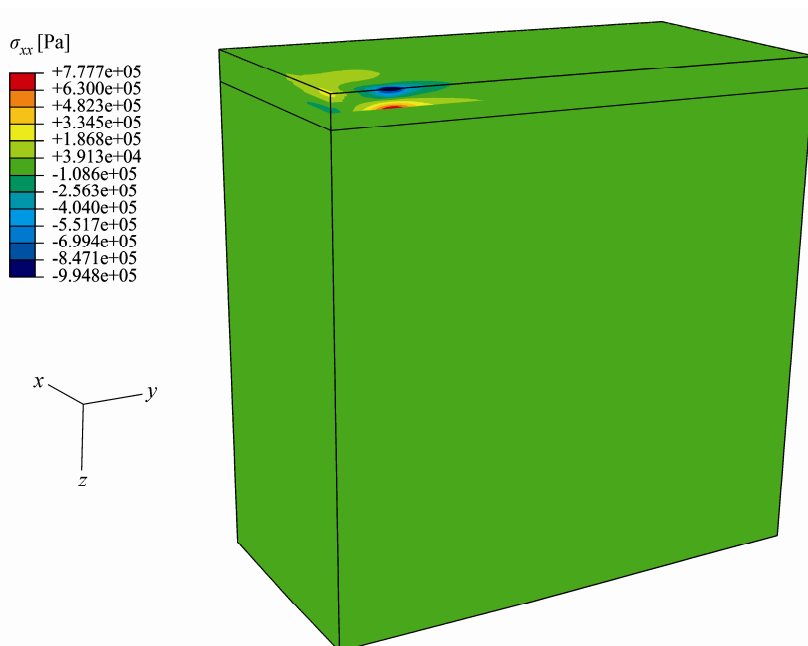
Rys.5. Wizualizacja ugięcia w_z : $c = 0,75\text{m}$, warunki brzegowe w wariancie (ii)



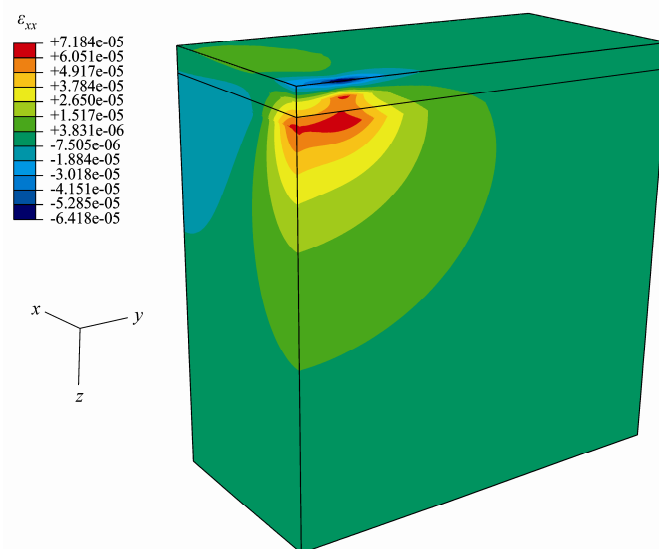
Rys.6. Wizualizacja ugięcia w_z : $c = 0,75\text{m}$, warunki brzegowe w wariancie (i)



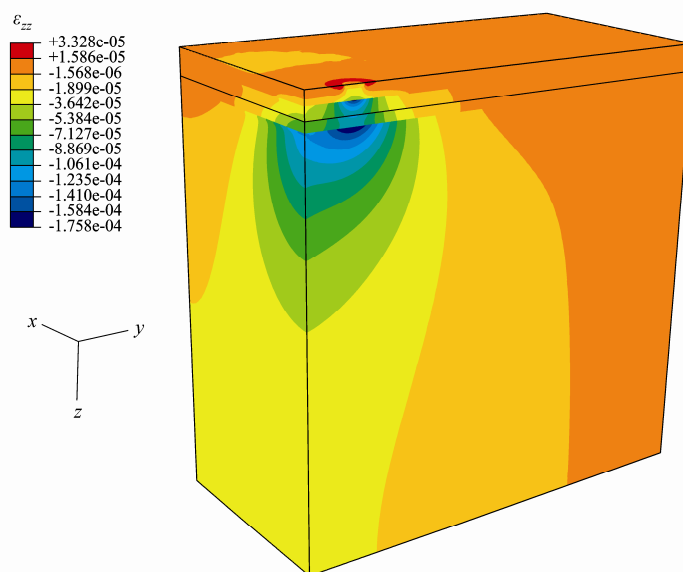
Rys 7. Wizualizacja ugięcia w_z : $c = 2,75m$, warunki brzegowe w wariancie (i)



Rys. 8. Wizualizacja naprężenia σ_{xx} : $c = 0,75m$, warunki brzegowe w wariancie (i)



Rys.9. Wizualizacja odkształcenia ϵ_{xx} : $c = 0,75m$, warunki brzegowe w wariancie (ii)



Rys. 10. Wizualizacja odkształcenia ϵ_{zz} : $c = 0,75m$, warunki brzegowe w wariancie (ii)

4. WNIOSKI

Z przedstawionych w tabeli 1 i na rys. 5-10 wyników można wnioskować (więcej rezultatów obliczeń zawiera praca [13]), że wpływ warunków brzegowych na pobocznicę konstrukcji nawierzchni o skończonej szerokości i położenia koła pojazdu w stosunku do

krawędzi jezdni na obliczone wielkości może być istotny. Należy także zwrócić uwagę, że maksymalne wartości obliczanych wielkości mogą występować nie pod środkiem powierzchni obciążenia, zwłaszcza dla położenia koła pojazdu bliżej krawędzi nawierzchni.

Przyjmowanie jako nieskończonego, w kształcie półprzestrzeni, obszaru konstrukcji nawierzchni wraz z podłożem wymaga krytycznego spojrzenia na otrzymane przy tym założeniu wyniki dotyczące stanu przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia realnej nawierzchni drogowej o skończonej szerokości. Dalszych badań wymaga modelowanie warunków brzegowych na poboczniczy konstrukcji drogi odpowiednio adekwatnie do rzeczywistych warunków.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] *Rozporządzenie z dnia 2 marca 1999 r. Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie*, Dz. U. z dnia 14 maja 1999 r.
- [2] Burmister D.M.: *General theory of stress and displacements in layered soil systems*, Appl. Physics 1945
- [3] Nilsson R., *A viscoelastic approach to flexible pavement design*, Licentiate Thesis, Royal Institute of Technology, Department of Infrastructure and Planning, Stockholm 1999, ISSN 1104-683X
- [4] Firlej S.: *Mechanika nawierzchni drogowej*, Petit s.c., Lublin 2007
- [5] Rolla S.: *Projektowanie nawierzchni*, w serii Biblioteka Drogownictwa. WKŁ, Warszawa 1987
- [6] Judycki J., Urbański P.: *Ciśnienie opon samochodów ciężarowych w projektowaniu nawierzchni*, Drogownictwo 9/2007, 281-285
- [7] *BISAR 3.0*, Shell Bitumen, 1998. Shell International Oil Products BV
- [8] Hopman P.C.: *The Visco-Elastic Multilayer Program VEROAD*, Heron, Vol. 41, 1996, No 1
- [9] Kim M.: *Three-dimensional finite element analysis of flexible pavements considering nonlinear pavement foundation behavior*, PhD diss., University of Illinois, Urbana 2007
- [10] Kim Y.R.: *Modeling of Asphalt Concrete*, ASCE Press – McGraw-Hill, New York 2009
- [11] Kettil P., Lenhof B., Runesson K., Wiberg N.-E.: *Simulation of inelastic deformation in road structures due to cyclic mechanical and thermal loads*, Computers and Structures, 85 (2007), 59-70
- [12] Chen D.-H., Zaman M., Laguros J., Soltani A.: *Assessment of Computer Programs for Analysis of Flexible Pavement Structure*, Transportation Research Record 1482, 123-133
- [13] Nagórska M.: *Wyznaczanie deformacji i naprężeń statycznych w konstrukcji nawierzchni drogowej przy wykorzystaniu MES za pomocą programu ABAQUS*, Praca dyplomowa inżynierska, Wydział Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej (promotor: prof. R. Nagórski), Warszawa 2010
- [14] *ABAQUS/Standard User's Manual*, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., v. 6.6, USA, 2006
- [15] *Katalog Typowych Konstrukcji Nawierzchni Podatnych i Pólsztynowych*, IBDM, GDDP, Warszawa 1997