

Grzegorz SZALA<sup>1</sup>

### **METODA WSTĘPNYCH OBLICZEŃ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ELEMENTÓW POJAZDÓW MECHANICZNYCH**

*W obliczeniach trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych powszechnie stosuje się metody oparte na hipotezach sumowania uszkodzeń zmęczeniowych. Poza doбором odpowiedniej hipotezy w metodach tych konieczna jest znajomość widma obciążenia, zwykle stanowiącego zbiór cykli sinusoidalnych o zmiennych parametrach ( $S_a$  i  $S_m$ ) oraz charakterystyki zmęczeniowej – zwykle w postaci wykresu zmęczeniowego Wöhlera. W procesie projektowo-konstrukcyjnym z powodu braku materialnych obiektów i możliwości dokonania pomiarów znajomość wymienionych danych jest słaba.*

*W związku z powyższym w tej pracy opisana została metoda obliczeń trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych oparta na relacjach między wykresami trwałości zmęczeniowej wyznaczonymi w warunkach stałoamplitudowych (wykresy Wöhlera) i programowanych lub losowych obciążeniach. Proponowana metoda została zweryfikowana doświadczalnie wynikami badań stalowych elementów konstrukcyjnych (spawanych węzłów rurowych i elementów z korbami geometrycznymi).*

### **INITIAL FATIGUE LIFE CALCULATION METHOD OF MOTOR VEHICLE ELEMENTS**

*Methods based on fatigue damage accumulation hypotheses are commonly applied in fatigue life calculations of constructional elements. Knowledge of the loading spectrum is essential apart from the selection of a proper hypothesis. The spectrum usually is a set of sinusoidal cycles with variable parameters ( $S_a$  and  $S_m$ ) fatigue characteristics – usually as Wohler curve. Due to the lack of material objects and possibility of measurements there is weak knowledge of mentioned data in the design process.*

*With regard to the above the paper includes the description of a fatigue life calculation method based on relations among fatigue life curves in constant amplitude (Wohler curves) and programmed or random loading conditions. The proposed method was experimentally verified with the results of steel constructional elements (welded pipe nodes and elements with geometrical notches).*

---

<sup>1</sup>Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Zakład Podstaw Konstrukcji Maszyn, 85-789 Bydgoszcz, ul. Kaliskiego 7; tel. +48 52 340 82 95, fax; +48 52 340 82 71, e-mail: szala@utp.edu.pl

**Wykaz ważniejszych oznaczeń:**

$\zeta$  - współczynnik wypełnienia widma

$S$  - ogólne oznaczenie naprężenia w MPa

$S_{\max}$  - naprężenie maksymalne: w cyklu sinusoidalnym, na analizowanym odcinku naprężeń losowych (np. odcinku pomiarowym obciążeń eksploatacyjnych) lub w widmie i programie obciążeń w MPa

$S_{\min}$  - naprężenie minimalne: w cyklu sinusoidalnym, na analizowanym odcinku naprężeń losowych (np. odcinku pomiarowym obciążeń eksploatacyjnych) lub w widmie i programie obciążeń w MPa

$S_m$  - średnia wartość naprężenia: w cyklu sinusoidalnym, na analizowanym odcinku naprężeń losowych (np. odcinku pomiarowym obciążeń eksploatacyjnych) lub w widmie i programie obciążeń w MPa

$S_a$  - amplituda naprężenia w cyklu sinusoidalnym

$S_{a_i}$  - amplituda naprężenia w cyklach sinusoidalnym i-tego stopnia w widmie i programie obciążeń

$i$  - numer stopnia w widmie i programie obciążeń

$t_i = \frac{n_i}{n_c} = \frac{n_{0i}}{n_{0c}}$  - udział cykli o amplitudzie  $S_{a_i}$  w sumarycznej liczbie cykli w widmie lub

programie obciążeń

$n_i$  - liczba cykli o amplitudzie  $S_{a_i}$  w widmie obciążeń

$n_c$  - sumaryczna liczba cykli w widmie obciążeń

$N$  - liczba cykli - oznaczenie ogólne

$N_i$  - liczba cykli do pęknięcia zmęczeniowego w warunkach obciążenia sinusoidalnego o amplitudzie  $S_{a_i}$

$N_c$  - trwałość zmęczeniowa

$F(S)$  - rozkład wartości cykli sinusoidalnych

$C_0$  i  $m_0$  - parametry we wzorach opisujących wykres Wöhlera dla  $R = -1$

$C$  i  $m$  - parametry we wzorach opisujących wykres Wöhlera dla  $R \neq -1$

$C_t$  i  $m_t$  - parametry we wzorach opisujących wykres trwałości zmęczeniowej Gassnera w postaci wykładniczej

$R$  - współczynnik asymetrii cyklu  $R = S_{\min}/S_{\max}$

$S_{f(0)}$  - granica zmęczenia dla współczynnika asymetrii cyklu  $R=0$  (obciążenie okresowo-tętniące)

$\Psi_N$  - współczynnik wrażliwości materiału na asymetrię cyklu.

indeksy:

ex - wyniki lub wartości eksploatacyjne

obl - wyniki lub wartości obliczeniowe

**1. WPROWADZENIE**

Podstawą oceny eksploatacyjnej trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych jest znajomość widma obciążenia, odpowiadającego losowemu obciążeniu eksploatacyjnemu, własności zmęczeniowych analizowanego elementu oraz w przypadku obciążeń losowych - przyjęcie odpowiedniej hipotezy sumowania uszkodzeń.

Widmo obciążeń opracowywane jest na podstawie pomiarów obciążeń obiektu badań w warunkach eksploatacji, a zatem pomiary poprzedzone być muszą odpowiednią analizą tych warunków, celem określenia czynników eksploatacyjnych mających istotny wpływ na poziom i charakter obciążeń. W przypadku pojazdów mechanicznych są to przede wszystkim: warunki drogowe (rodzaj nawierzchni, profil drogi itp.), prędkość jazdy, masa pojazdu i obciążenie eksploatacyjne, wykonywane manewry, technika jazdy oraz właściwości dynamiczne pojazdu.

W zakresie znajomości własności zmęczeniowych obiektu badań, do analizy trwałości wykorzystuje się odpowiednie charakterystyki zmęczeniowe w większości przypadków w postaci wykresów zmęczeniowych Wöhlera.

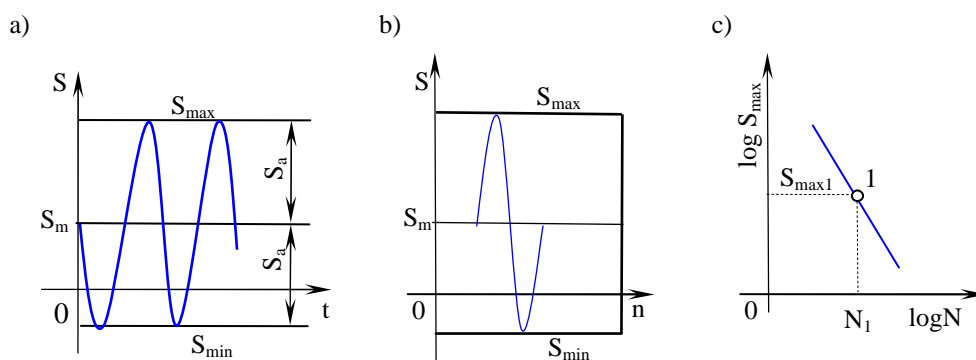
Z pobieżnego opisu przedstawionego wyżej wynika, że szczegółowa analiza trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych pojazdów mechanicznych jest bardzo złożona i wymaga znajomości wielu danych, szczególnie dotyczących warunków obciążenia eksploatacyjnego i własności zmęczeniowych elementów konstrukcyjnych. W fazie projektowo-konstrukcyjnej, tych danych brak. W fazie tej posługujemy się danymi zaczerpniętymi z badań podobnych obiektów zgromadzonymi w bazach danych producenta lub opublikowanych w artykułach, raportach lub referatach konferencji specjalistycznych.

Omówienie wszystkich wymienionych w tym punkcie zagadnień przekracza wielokrotnie ramy jednego artykułu naukowego. Istnieje zatem konieczność ograniczenia ilości i objętości opisu do wybranych zagadnień.

W niniejszym artykule przedstawione zostaną dwie metody obliczeń oparte na statystycznych zależnościach pomiędzy wykresami zmęczeniowymi Wöhlera i wykresami trwałości zmęczeniowej - zwanymi w literaturze niemieckojęzycznej – wykresami Gassnera. Zależności te zilustrowane zostaną przykładami wyników badań spawanych węzłów konstrukcyjnych pojazdów i elementu z karbem.

## 2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Podstawową charakterystyką zmęczeniową elementu konstrukcyjnego obejmującą jego własności cykliczne jest, jak wiadomo, wykres zmęczeniowy Wöhlera wyznaczany w badaniach w warunkach obciążeń sinusoidalnych o stałej amplitudzie (rys. 1.).



Rys.1. Schematyczne przedstawienie: sinusoidalnych naprężeń (a), widma obciążeń (b), wykresu zmęczeniowego Wöhlera (c)

Wykres zmęczeniowy Wöhlera opisywany jest w układzie logarytmicznym wzorem

$$\log S_{\max} = -\frac{1}{m} \log N + c \quad (1)$$

Zwykle wykres ten, celem określenia własności cyklicznych materiału lub elementu konstrukcyjnego, wyznacza się w warunkach obciążenia sinusoidalnego wahadłowego ( $S_m = 0$ ), wówczas na osi rzędnych występuje wartość amplitudy naprężeń  $S_a$ , a wzór (1) przyjmuje postać

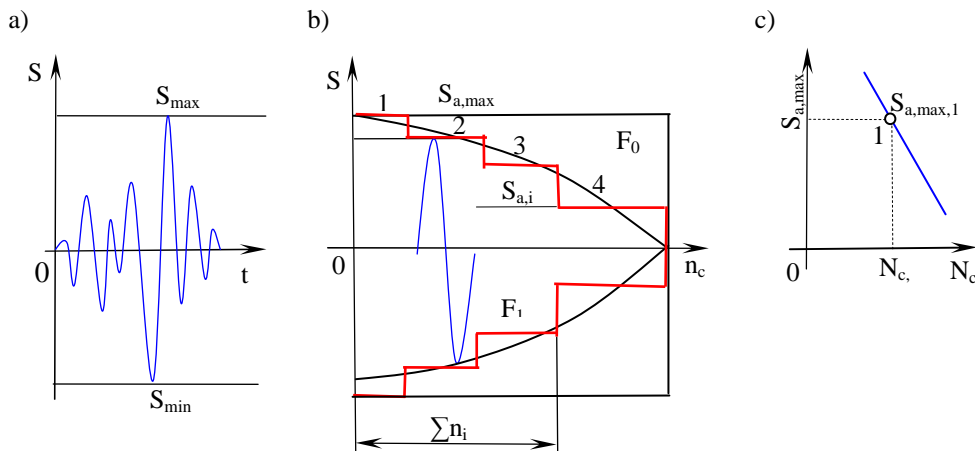
$$\log S_a = -\frac{1}{m_0} \log N + c_0 \quad (2)$$

Stosując wzór na amplitudę ekwiwalentną

$$S_{aek} = S_a + \psi_N S_m \quad (3)$$

zamienia się cykle asymetryczne  $S_m \neq 0$ ;  $R \neq -1$  (gdzie  $R = S_{\min}/S_{\max}$  jest współczynnikiem asymetrii cyklu) na wahadłowe, a co za tym idzie widmo zawierające cykle o różnej wartości  $R$  sprowadza się do widma zawierającego jedynie cykle wahadłowe o  $R = -1,0$ .

Korzystając z tych uwag na rys. 2 pokazano fragment losowych naprężeń i odpowiadające mu widmo oraz wykres trwałości zmęczeniowej Gassnera.



Rys.2. Schematyczne przedstawienie: losowych naprężeń (a), widma obciążeń (b), wykresu zmęczeniowego Gassnera (c)

Stosując odpowiednie metody zliczania cykli [1] zamienia się obciążenia (naprężenia) losowe na zbiór cykli sinusoidalnych, który odpowiednio uporządkowany daje widmo obciążeń. Widmo obciążeń charakteryzowane jest dwoma parametrami: wartością maksymalną amplitudy  $S_{a,max}$  i współczynnikiem wypełnienia widma  $\zeta$ , który określa

postać geometryczną widma i jest stosunkiem pola powierzchni ograniczonej wykresem widma  $F_1$  do pola prostokąta o bokach  $2S_{a,\max}$ ,  $n_c$  (pole  $F_0$ ).

$$\zeta = \frac{F_1}{F_0} = \frac{1}{S_{a,\max}} \sum_{i=1}^k S_{a,i} t_i \quad (4)$$

W pracy [2] widmo obciążeń opisuje się w odmienny sposób, a mianowicie

$$\ln\left(\sum_{i=1}^r n_i\right) = \left[1 - \left(\frac{S_{a,i}}{S_{a,\max}}\right)^v\right] \ln n_c \quad (5)$$

W tym wzorze kształt widma reprezentuje wykładnik potęgi  $v$ .

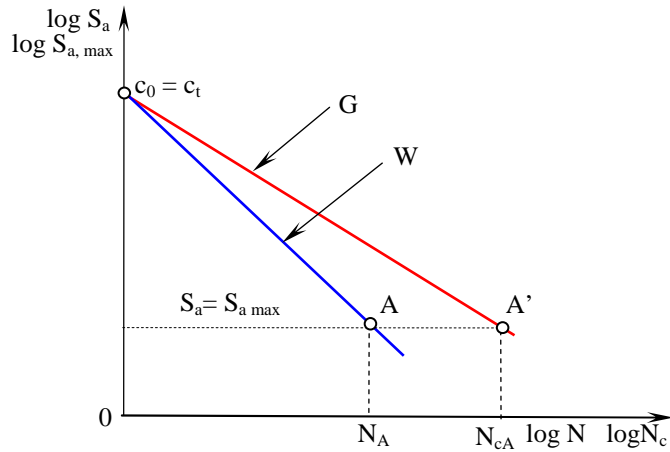
Realizując obciążenia zgodnie z widmem naprężeń aż do pęknięcia zmęczeniowego, co na rys. 2 oznaczono liczbą  $N_{c1}$ , otrzymuje się punkt 1 na wykresie trwałości. Powtarzając badania dla innych wartości  $S_{a,\max1}$ , otrzymuje się zbiór punktów wyznaczających wykres trwałości zmęczeniowej Gassnera, który może być opisany wzorem

$$\log S_{a,\max} = -\frac{1}{m_t} \log N_c + c_t \quad (6)$$

Z licznych badań opisanych w pracach [3], [4], [5] i [6] wynika, że istnieje korelacja pomiędzy wykresami zmęczeniowymi Wöhlera i wykresami trwałości zmęczeniowej Gassnera. Opracowano na tym tle dwa modele obliczeniowe. Model I opisany m. in. w pracy [1], [3] i [4] przedstawiono schematycznie na rys. 3.

Model ten opiera się na następujących założeniach:

- znany jest wykres zmęczeniowy Wöhlera (dany wzorem(2)),
- znany jest parametr widma obciążeń  $\zeta$  (dla poszczególnych grup maszyn można znaleźć jego wartości w literaturze, dla pojazdów drogowych  $\zeta = 0,3 \div 0,4$ ,
- zakłada się, że wykresy: zmęczeniowy  $W$  i trwałości zmęczeniowej  $G$  przecinają się na osi rzędnych, a zatem stałe  $c_0$  i  $c_1$  we wzorach (2) i (6) są sobie równe.



Rys.3. Schemat do obliczeń według modelu I

Na podstawie badań zmęczeniowych opisanych m. in. w pracach [3] i [4] wyprowadzono wzory oparte na statystycznych zależnościach pomiędzy parametrami wykresów W i G w zależności od współczynnika  $\zeta$ .

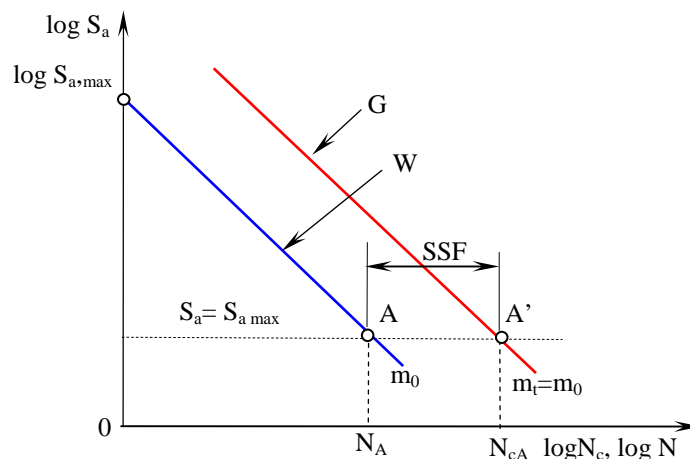
$$\log N_c = \zeta^{-r} m_0 \log \frac{C_0}{S_{a,\max}} \quad (7)$$

Należy wskazać, że  $c_0 = \log C_0$ ,  $c = \log C$  i  $c_t = \log C_t$ .

Wykładnik potęgi  $r$  we wzorze (7) dla stałych elementów w tym elementów spawanych waha się w granicach  $0,2 \div 0,4$ . Mniejsze wartości współczynnika  $r$  dają bardziej konserwatywną ocenę trwałości zmęczeniowej  $N_c$ .

Model II oparty jest na danych doświadczalnych opisanych w pracach [5] i [6]. W modelu tym zakłada się:

- znajomość wykresu zmęczeniowego Wöhlera,
- równość współczynników kierunkowych wykresów: zmęczeniowego W i trwałości zmęczeniowej G, czyli  $m_0 = m_t$ , co schematycznie pokazano na rys. 4.



Rys.4. Schemat do obliczeń według modelu II

Z przedstawionego na rys. 4 schematu wynika, że

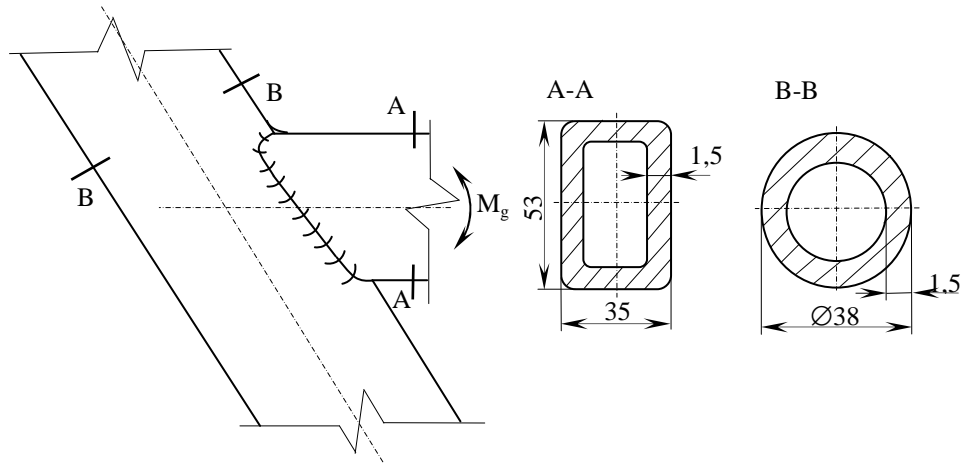
$$SSF = \log \left[ \frac{\sum n_i}{\sum n_i \left( \frac{S_{a,i}}{S_{a,max}} \right)^{m_0}} \right] \quad (7)$$

### 3. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA

Weryfikacja doświadczalna opisanych w punkcie 2 modeli polega na porównaniu wyników obliczeń z wynikami badań trwałości zmęczeniowej wybranych węzłów i elementów konstrukcyjnych.

#### 3.1 Obiekty badań

a. Do badań przyjęto węzeł rurowy ramy pojazdu, próbkę z karbem, jako model osi ruchomej z odsadzeniem. Spawany węzeł rurowy wykonany ze stali 10BX pokazano na rys. 5.



Rys.5. Spawany węzeł rurowy ze stali 10BX [(0,09±0,15)C, (0,35±0,6)Mn, max 0,03Si, 0,004P, 0,004S; spawanie w osłonie CO<sub>2</sub>, spoiny pachwinowe o grubości 2,5 mm, R<sub>m</sub> = 473 MPa, R<sub>e0,2</sub> = 400 MPa)

Wykres zmęczeniowy Wöhlera dla węzła spawanego opisany jest wzorem

$$\log S_a = -0,3088 \log N + 3,4234 \quad (10)$$

a granica zmęczenia wyznaczona a wahadłowym zginaniu  $S_{R(-1)} = 43$  MPa.

Parametry widma obciążeń zamieszczono w tabeli 1. Współczynnik wypełnienia widma  $\zeta = 0,3$ . Widmo obciążeń opracowano na podstawie pomiarów obciążeń eksploatacyjnych.

Tab. 1. Parametry widma obciążeń węzła spawanego

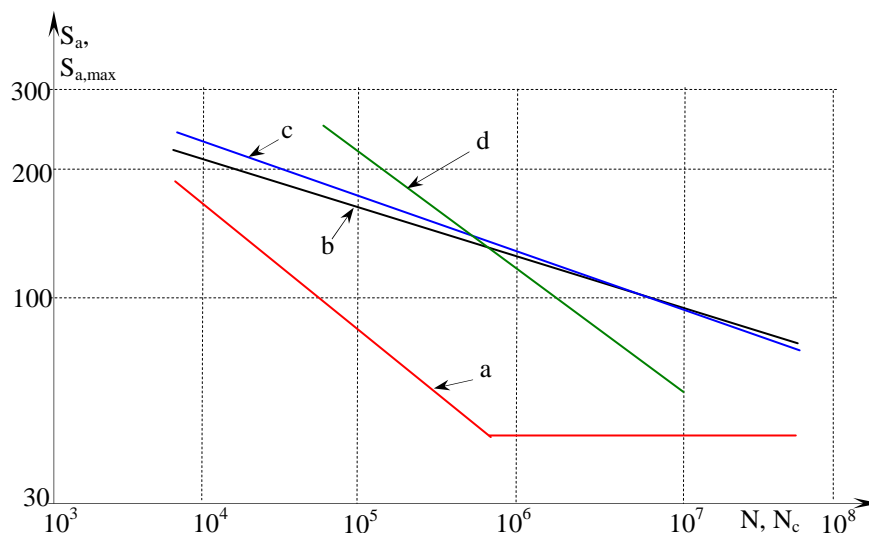
Nr poziomu naprężeń	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S_{a,i}/S_{a,max}$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$n_i/n_c$	0,002	0,001	0,001	0,018	0,061	0,104	0,072	0,252	0,429	0,06

Po przeprowadzeniu badań programowanych zgodnie z widmem podanym w tabeli 1, wyznaczono wykres trwałości zmęczeniowej Gassnera o postaci

$$\log S_{a,max} = -0,1175 \log N_c + 2,7876 \quad (11)$$

Wykresy: zmęczeniowy Wöhlera opisany wzorem (10) i wykres trwałości zmęczeniowej Gassnera opisany wzorem (11) pokazano na rys.6.





Rys. 6. Wykresy zmęczeniowe dla spawanego węzła stalowego: a) Wöhlera, b) Gassnera, c) obliczony według modelu I, d) obliczony według modelu II

Obliczenia trwałości zmęczeniowej według modelu I wykonano przyjmując wykładnik potęgi  $r = 0,35$ .

Na rys. 6, poza wymienionymi wykresami Wöhlera i Gassnera zamieszczono także wykresy trwałości obliczone dla modelu I według wzoru (7) oraz obliczone dla modelu II według wzorów (8) i (9).

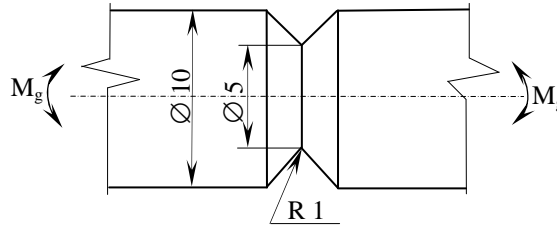
b. Drugim przykładem weryfikacji doświadczalnej opisanych w punkcie 2 modeli obliczeniowych był element z karbem, wykonany ze stali C 45 w stanie normalizowanym pokazany na rys. 7.

Wykres zmęczeniowy elementu z karbem wyznaczony w badaniach [4] opisany jest wzorem

$$\log S_a = -0,219 \log N + 3,4929 \quad (12)$$

a granica zmęczenia wyznaczona metodą schodkową w próbie obrotowego zginania  $S_{f(-1)} = 165,6$  MPa.

Parametry widma obciążeń elementu z karbem zamieszczono w tabeli 2. Współczynnik wypełnienia widma  $\zeta = 0,34$ .



Rys. 7. Element z karbem  $a_k = 1,65$  ze stali C 45 w stanie znormalizowanym ( $0,45 C$  i  $0,6 Mn$ ,  $R_m = 776 MPa$ ,  $R_{e0,2} = 390 MPa$ )

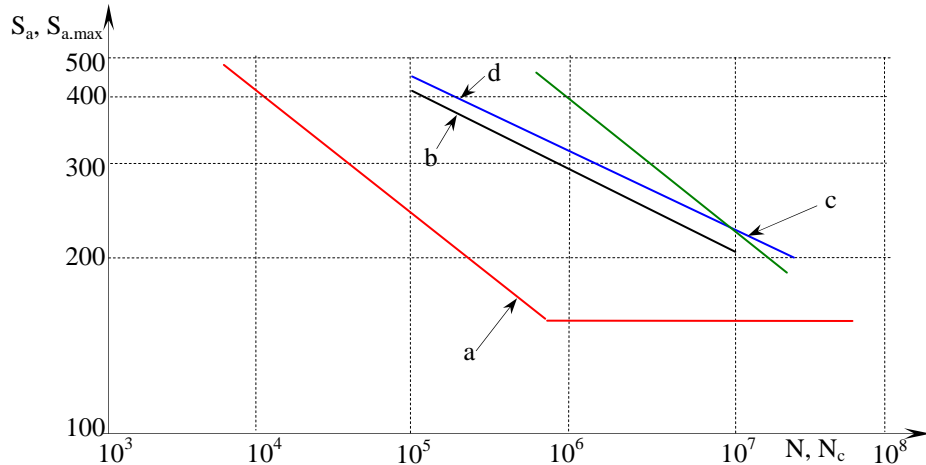
Tab.2. Parametry widma obciążeń elementu z karbem

Nr poziomu naprężeń	1	2	3	4	5	6	7	8
$S_{a,i}/S_{a,max}$	1,0	0,875	0,75	0,625	0,5	0,375	0,25	0,125
$n_i/n_c$	0,006	0,012	0,038	0,081	0,138	0,205	0,35	0,17

Wykres trwałości zmęczeniowej Gassnera wyznaczony na podstawie wyników programowanych badań elementu z karbem jest opisany wzorem

$$\log S_{a,max} = -0,1592 \log N_c + 3,4013 \quad (13)$$

Wykresy: zmęczeniowy Wöhlera opisany wzorem (12), wykres trwałości zmęczeniowej Gassnera opisany wzorem (13) oraz wykresy wyznaczone według wzoru (7) dla modelu I i wzorów (8) i (9) dla modelu II pokazano na rys.8. Obliczenia dla modelu I przeprowadzono przyjmując we wzorze (7) wartość  $r = 0,2$ .



Rys. 8. Wykresy zmęczeniowe dla elementu z karbem: a) Wöhlera, b) Gassnera, c) obliczony według modelu I, d) obliczony według modelu II

#### 4. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ I OBLICZEŃ ORAZ WNIOSKI

Trafność założeń sformułowanych dla modelu I i II można ocenić na podstawie przebiegów wykresów Wöhlera i Gassnera. Zarówno w przypadku badań konstrukcyjnego, spawanego węzła, jak i elementu z karbem współczynniki kierunkowe tych wykresów różnią się zasadniczo. Z równania (10) dla wykresu Wöhlera wartość wykładnika potęgi  $m_0=3,24$  i jest istotnie różna od wykładnika potęgi obliczonego z wzoru (11)  $m_t=8,5$  dla wykresu Gassnera. Dla modelu I po przekształceniach wzoru (7) otrzymuje się

$$\frac{m_t}{m_0} = \zeta^{-r} \quad (14)$$

co po podstawieniu danych zastosowanych do obliczenia wykresu trwałości według modelu I daje wartość 1,52. Stosunek wykładników potęgi dla wykresów z badań wynosi 2,6. Na różnicę tę istotny wpływ ma duży rozrzut wyników badań zmęczeniowych spawanego węzła.

W modelu II z założenia, stosunek wykładników potęgi  $m_t/m_0 = 1,0$ . Z porównania wymienionych danych wynika wyraźnie, że w przypadku węzła spawanego założenie to jest niewłaściwe.

Podobne porównanie wykładników potęgi dla elementu z karbem przedstawia się następująco. Z wyników badań przedstawionych na wykresach – rys. 8 otrzymuje się  $m_t/m_0=1,38$ , natomiast stosunek ten obliczony dla modelu I z wzoru (14) wynosi 1,24. Wartości te różnią się od wartości 1,0 wynikającej z założenia w modelu II.

Z przedstawionego wyżej porównania wynika, że założenia w modelu I są bliższe danym eksperymentalnym, niż ma to miejsce w modelu II.

Porównując wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej z wynikami badań dla skrajnych wartości naprężenia maksymalnego w widmie, otrzymamy dla węzła konstrukcyjnego następujące stosunki trwałości obliczeniowej  $N_c^I$  i  $N_c^{II}$  do trwałości eksperymentalnej  $N_c^{ex}$ :

- dla naprężeń  $S_{a,max} = 70$  MPa:

$$\frac{N_c^I}{N_c^{ex}} = 0,6; \frac{N_c^{II}}{N_c^{ex}} = 0,04$$

- dla naprężeń  $S_{a,max} = 200$  MPa:

$$\frac{N_c^I}{N_c^{ex}} = 2,2; \frac{N_c^{II}}{N_c^{ex}} = 11,4$$

Podobnego porównania można dokonać dla elementów z karbem:

- dla naprężeń  $S_{a,max} = 200$  MPa:

$$\frac{N_c^I}{N_c^{ex}} = 1,75; \frac{N_c^{II}}{N_c^{ex}} = 1,9$$

- dla naprężeń  $S_{a,max} = 450$  MPa:

$$\frac{N_c^I}{N_c^{ex}} = 1,3; \frac{N_c^{II}}{N_c^{ex}} = 8,4$$

Z przedstawionych wyżej danych wynika, że bliższe eksperymentalnym są wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej według modelu I, który może być zalecany w obliczeniach wstępnych w procesie projektowo-konstrukcyjnym elementów maszyn i urządzeń narażonych na zmęczeniowe pękanie.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Kocańda S., Szala J.: *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, Warszawa, PWN 1997.
- [2] Heuler P., Klätsche H.: *Generation and use of standardised load spectra and load – time histories*, International Journal of Fatigue 27, 2005.
- [3] Haibach E.: *Betriebsfestigkeit*, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 1989.
- [4] Fricke W., Petershagen, Paetzold H.: *GL – Technology, Information from Germanischer Lloyd Grup, Fatigue Strenght of Ship Structures*, Hamburg, 1997.
- [5] Szala J.: *Ocena trwałości zmęczeniowej elementów maszyn w warunkach obciążeń losowych I programowanych*, Bydgoszcz, ZN ATR nr 79, 1980.
- [6] Szala J.: *O pewnej metodzie obliczeń elementów konstrukcyjnych na zmęczenie w warunkach obciążeń stochastycznych*, Archiwum Budowy Maszyn tom XXIX, 1982.
- [7] Szala J., Boroński D.: *Ocena stanu zmęczenia materiału w diagnostyce maszyn I urządzeń*, ITE-PIB, Radom, 2008.