

MACIEJCZYK Andrzej¹
ZDZIENNICKI Zbigniew²

Niekonwencjonalna metoda określania własności niezawodnościowych sprzęgieł ciernych. Charakterystyki niezawodnościowe pewnej klasy obiektów bezawaryjnych

Zmienna losowa pewna, funkcja rozkładu gęstości prawdopodobieństw, delta Diraca, charakterystyki niezawodnościowe, rozkład Gaussa

Streszczenie

W artykule przedstawiono niekonwencjonalną metodę określania własności niezawodnościowych sprzęgieł ciernych, poprzez zastosowanie tzw. zmiennej losowej pewnej. Za funkcję rozkładu gęstości prawdopodobieństwa tejże zmiennej, można uważać deltę Diraca i wykorzystać do opisu uszkodzeń/dysfunkcji pewnej grupy obiektów mechanicznych. Dla typowego mechanizmu sprzęgła samochodowego określono następujące niezawodnościowe charakterystyki funkcyjne:

- funkcję niezawodności,
- funkcję zawodności,
- gęstość prawdopodobieństwa uszkodzeń.

THE UNCONVENTIONAL METHOD OF DETERMINING THE RELIABILITY PROPERTIES OF THE FRICTION CLUTCH. RELIABILITY OF CERTAIN CLASSES TROUBLE-FREE OBJECTS

Abstract

This paper presents an unconventional method of determining the reliability properties of the friction clutch, by applying the so-called. a random variable. For the probability density distribution function of that variable, you can consider the Dirac delta and used to describe the damage / dysfunction, a group of mechanical objects. For a typical automotive clutch mechanism reliability identified the following functional characteristics:

- A function of reliability,
- The function of unreliability,
- Density of the probability of damage.

1. WSTĘP

W budowie maszyn, w procesie konstruowania i wytwarzania, często występują elementy lub podzespoły mające dokładnie określoną trwałość, tzn. których poprawne funkcjonowanie odbywa się w czasie jednowartościowym, z góry określonym. Po tym czasie, najczęściej w wyniku zużycia, obiekty te nie nadają się do dalszego, poprawnego funkcjonowania i muszą być zastąpione przez nowe.

Przykładem takiego obiektu mogą być powierzchnie cierne rozłącznego sprzęgła suchego (Rys.1.)

Trwałość tych powierzchni opisuje zależność, [1], [2]

$$t_0 = \frac{V}{q_v W_t m_w} \quad [\text{godz.}] \quad (1)$$

gdzie: V – zużycie objętościowe powierzchni ciernych sprzęgła, cm^3 ,
 q_v – zużycie właściwe (parametr materiału okładziny), cm^3/kWh ,
 W_t – praca tarcia, kWh,
 m_w – liczba włączeń sprzęgła na godzinę, 1/godz.

Zużycie objętościowe określa zależność:

$$V = A \cdot s \quad [\text{cm}^3] \quad (2)$$

gdzie: A – powierzchnia okładzin sprzęgła, cm^2 ,
 s – dopuszczalne zużycie liniowe (zazwyczaj przyjmuje się $0,8 \div 0,9$ grubości okładziny), cm

¹Politechnika Łódzka, Wydział Mechaniczny; 90-924 Łódź; ul. Żeromskiego 116. Tel. + 48 42 631-22-41, E-mail: maciejcz@p.lodz.pl

²Politechnika Łódzka, Wydział Mechaniczny; 90-924 Łódź; ul. Żeromskiego 116. Tel. + 48 42 631-22-62, E-mail: zbychu@p.lodz.pl



Rys.1. Klasyczne sprzęgło samochodowe

Pracę tarcia określa zależność:

$$W_t = \frac{1}{2} M_0 \omega_p r_m t_w \quad [\text{kWh}] \quad (3)$$

gdzie: M_0 – moment obliczeniowy przenoszony przez sprzęgło, kNcm,
 ω_p – prędkość kątowna poślizgu sprzęgła, zazwyczaj przyjmuje się $\omega_p = 0,92\omega$ – prędkości kątowej sprzęgła, rd/s
 t_w – czas włączenia sprzęgła, s
 r_m – średni promień działania siły tarcia, cm

Moment obliczeniowy przenoszony przez sprzęgło określa zależność:

$$M_0 = F_w \cdot \mu \cdot r_m \quad [\text{kNcm}] \quad (4)$$

gdzie: F_w – siła nacisku, kN
 μ – współczynnik tarcia

Analizując zależności (1) ÷ (4) można zauważyć, że wszystkie wielkości wchodzące w skład tych związków są wielkościami określonymi w sposób zdeterminowany (o ile liczba włączeń sprzęgła jest ściśle określona). Zależą one od wymiarów geometrycznych elementów sprzęgła, ich własności materiałowych i konstrukcyjnych.

W przypadku przyjęcia założenia, że wielkość m_w (liczba włączeń sprzęgła na godzinę, 1/godz.) przyjmuje swoje wartości w sposób probabilistyczny, to jest ona określona przez zmienną losową, zależną od szeregu czynników, przede wszystkim od warunków natężenia ruchu drogowego (ruch miejski, pozamiejski, korki itp.) oraz od stylu jazdy kierowcy. W konsekwencji trwałość powierzchni sprzęgła t , określająca czas jego poprawnej pracy, jest również zmienną losową.

Prezentowane niekonwencjonalne podejście do analizy uszkodzeń/dysfunkcji własności ciernych takiego sprzęgła zakłada zastosowanie zmiennej losowej, zwanej zmienną pewną (tzn. takiej, której realizacja jest zawsze taka sama).

W konwencjonalnej metodzie określania charakterystyk niezawodnościowych tego typu obiektu, jego trwałość będąca zmienną losową podlegałaby rozkładowi Gaussa. [4]

2. ROZKŁAD GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIEŃSTWA ZMIENNEJ LOSOWEJ PEWNEJ

Deltę Diraca [3] można uważać za funkcję rozkładu gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej pewnej. Tworzy ona rozkład jednopunktowy – dyskretny rozkład prawdopodobieństwa skoncentrowany w jednym punkcie przestrzeni czasu $t = t_0$, czyli przyjmuje dokładnie jedną wartość.

W rozważanym zagadnieniu, gęstość prawdopodobieństwa uszkodzeń wyrażona będzie następująco:

$$f(t) = \delta(t - t_0) \quad (5)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \delta(t - t_0) &= +\infty \quad \text{dla } t = t_0 \\ &= 0 \quad \text{dla } t \neq t_0 \end{aligned} \quad (6)$$

jest impulsem Diraca przesuniętym o wielkość t_0 na osi czasu.

Ponieważ skok jednostkowy Heaviside'a można uważać za dystrybuantę delty Diraca (jest on „funkcją” pierwotną delty Diraca), to funkcja zawodności rozważanej tutaj klasy obiektów jest przedstawiona wyrażeniem:

$$F(t) = \mathbf{1}(t - t_0) \quad (7)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{1}(t - t_0) &= 1 \quad \text{dla } t \geq t_0 \\ &= 0 \quad \text{dla } t < t_0 \end{aligned} \quad (8)$$

jest skokiem jednostkowym Heaviside'a przesuniętym o wielkość t_0 na osi czasu.

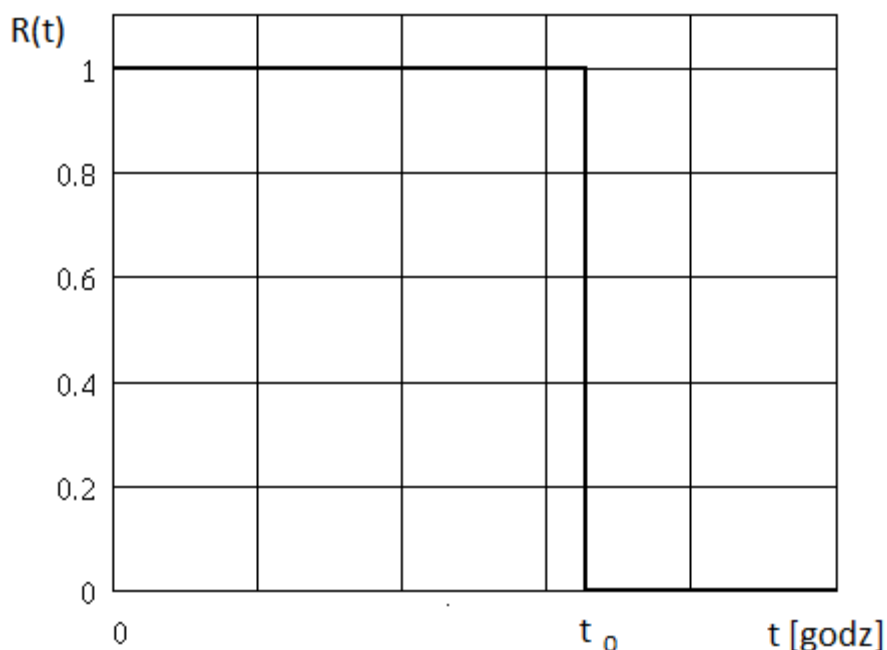
W celu wyznaczenia funkcji niezawodności $R(t)$ rozważanej klasy obiektów, należy posłużyć się znaną zależnością:

$$R(t) = 1 - F(t - t_0) \quad (9)$$

Po uwzględnieniu wyrażenia (8) otrzymuje się:

$$R(t) = 1 - \mathbf{1}(t - t_0) \quad (10)$$

Graficzny przebieg zależności (10) przedstawiony został na rys. 2.



Rys.2. Funkcja niezawodności rozpatrywanej klasy obiektów

3. KONWENCJONALNE WYZNACZENIE PARAMETRÓW ROZKŁADU ZMIENNEJ LOSOWEJ [4]

W przypadku podejścia konwencjonalnego, gdzie trwałość powierzchni sprzęgła t , jest zmienną losową podlegającą rozkładowi Gaussa,

- wartość średnia (oczekiwany czas zdatności) dla przedmiotowego rozkładu:

$$\bar{t} = \frac{t_{\max} + t_{\min}}{2} \quad [\text{godz.}] \quad (11)$$

natomiast odchylenie standardowe dla tego rozkładu:

$$\sigma = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{6} \quad [\text{godz}] \quad (12)$$

Dla powyższych parametrów rozkładu gaussowskiego zmiennej losowej opisującej czas, po którym następuje zużycie powierzchni ciernych sprzęgła, funkcja prawdopodobieństwa tej dysfunkcji sprzęgła ma postać:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2} \right] \quad (13)$$

Funkcję niezawodności poprawnego procesu funkcjonowania sprzęgła, z uwagi na zużycie jego powierzchni ciernych, można wyznaczyć z zależności:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(\lambda) d\lambda \quad (14)$$

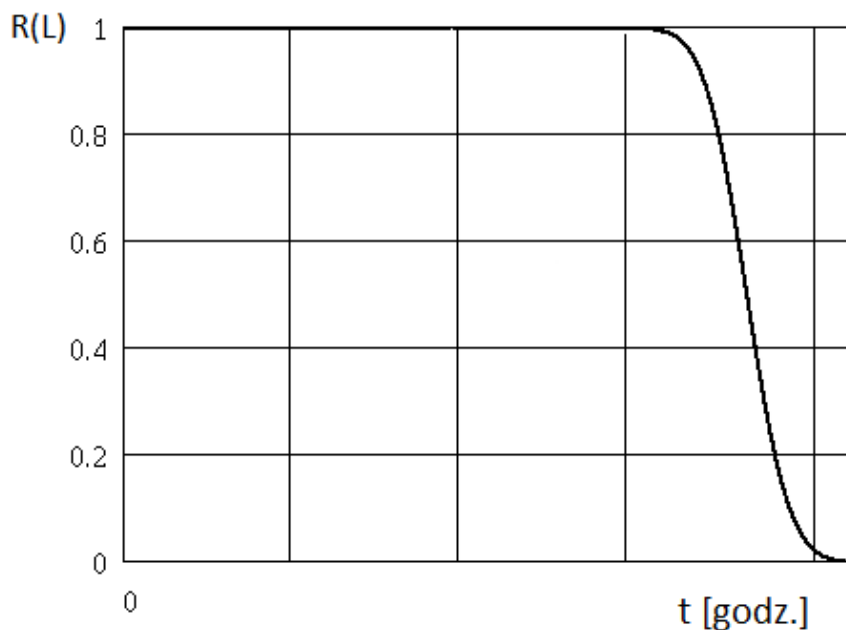
Aby rozwiązać powyższą zależność, należy funkcję gaussowską (8) scałkować w granicach od 0 do t . Funkcję pierwotną całki z wyrażenia (9) można wyrazić za pomocą funkcji błędu $erf(t)$ w następujący sposób [1]:

$$\int \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2} \right] dt = \frac{1}{2} erf \left(\frac{t-\bar{t}}{\sigma\sqrt{2}} \right) + C \quad (15)$$

funkcja prawdopodobieństwa ma postać [3]:

$$R(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} erf \left(\frac{t-\bar{t}}{\sigma\sqrt{2}} \right) \quad (16)$$

Wykres zależności (16) przedstawia rys.3.



Rys. 3. Wykres funkcji niezawodności zmiennej losowej podlegającej rozkładowi Gaussa dla prezentowanego obiektu

4. WNIOSKI

W artykule przedstawiono niekonwencjonalny aspekt niezawodnościowy obiektów technicznych.

Wskazano konkretny przykład obiektu, który spełnia kryteria obiektu o zdeterminowanej trwałości.

Przedstawiono porównanie podejścia niezawodnościowego konwencjonalnego, zdeterminowanego dla tego typu obiektów rozkładem Gaussa oraz niekonwencjonalnego w oparciu o zmienną losową pewną.

Podano ścisły opis matematyczny obiektów o zdeterminowanej trwałości.

Opis ten może być punktem wyjścia do ilościowej analizy systemów niezawodnościowych z takimi obiektami.

Przedstawiono dla porównania proponowanej metody i konwencjonalnej wykresy funkcji niezawodności.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Osiński Z.: *Sprzęgła i hamulce*, PWN, Warszawa 1988.
- [2] Shigley J. E., Mischke C. R., Brown T. H.: *Standard Handbook of Machine Design*, McGraw-Hill, 2004.
- [3] Zemanian A. H., *Teoria dystrybucji i analiza transformat. Wprowadzenie do funkcji uogólnionych i ich zastosowania*, PWN, Warszawa 1969.
- [4] Maciejczyk A., Zdziennicki Z.: *Własności niezawodnościowe sprzęgieł ciernych*, Logistyka, 6 /2011.