

TARGOSZ Jan¹
ADAMCZYK Jan²

PROBLEM WIBRO I DŹWIĘKOIZOLACJI W ZAGADNIENIACH TRANSPORTU

W pracy poruszone są zagadnienia, które w aktualnie dość często, zarówno w opracowaniach naukowych jak i publicystycznych (prasie), są celowo bądź z braku dostatecznej wiedzy źle postawione. Należy w końcu wyjaśnić co to jest wibroizolacja a co dźwiękoizolacja i czym się różni jedno pojęcie od drugiego tym bardziej, że w wielu przypadkach znajdują swoje zastosowania jako elementy wibroizolacyjne, materiały których własności fizyko mechaniczne determinują ich zastosowanie do dźwiękoizolacji.

Różnice pomiędzy wibroizolacją a dźwiękoizolacją są istotne i warte wyjaśnienia w szczególności w zagadnieniach dróg transportu drogowego i szynowego, co stanowi tematykę niniejszego artykułu. Wyniki pracy są rezultatem prac w ramach projektu badawczego 4875/B/TO2/2010/38.

PROBLEM VIBRO AND SOUND-PROOF IN TRANSPORT

The paper raised issues which are currently quite often, both in scientific studies and publications (newspapers), deliberately or from lack of sufficient knowledge poorly posed. It should finally explain what sound isolation and vibration isolation is and what is the difference between a concept from another. The differences are important and worth clarifying in particular the issues of road transport by road and rail, and it will be the subject of this article. The results of work are within the confines of investigative project 4875/B/TO2/2010/38.

1. WSTĘP

Wibroizolacja i dźwiękoizolacja są odrębnymi zagadnieniami z praktycznego punktu widzenia. Oba zagadnienia można zakwalifikować do teorii drgań, tyle że teoria wibroizolacji to drżania obiektów mechanicznych i konstrukcji budowlanych w zakresie częstotliwości $f < 100$ Hz a teoria dźwiękoizolacji to drżania materiałowe i akustyczne o

¹ Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki; 30-059 Kraków; Al. Mickiewicza 30.

Tel: + 48 12 634-35-05, Fax: + 48 12 634-35-05, E-mail: jantargosz@interia.pl

² Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki; 30-059 Kraków; Al. Mickiewicza 30.

Tel: + 48 12 617 30 55, Fax: + 48 12 634-35-05, E-mail: adamczyk@agh.edu.pl

częstotliwościach w zakresie $f = 100 - 5000$ Hz, czyli w obszarze w którym klasyczna teoria dotycząca wibroizolacji nie ma zastosowania i jest nieadekwatna.

Wibroizolacja jest rozumiana jako ochrona przed drganiami lub oddziaływaniami dynamicznymi przenoszonymi od źródła drgań do obiektu (człowiek, aparatura, konstrukcja inżynierska, podłoże itp.) w granicach dopuszczalnych przez ten obiekt. Modelami mechanicznymi układów wibroizolacji są układy dyskretne lub dyskretno-ciągłe opisane przez równania różniczkowe zwyczajne lub układem równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych.

Dźwiękoizolacja jest rozumiana jako ograniczenie drgań cząstek środowiska sprężystego rozchodzącego się w sposób falowy. Z punktu widzenia mechanicznego są to drgania materiałowe oraz akustyczne w zakresie częstotliwości $f = 100 - 5000$ Hz. Modelami są układy mechaniczne o strukturze ciągłej i odpowiadający im opis matematyczny – równania różniczkowe cząstkowe.

2. TEORETYCZNE PODSTAWY OPISU I ANALIZY UKŁADÓW WIBRO I DŹWIĘKOIZOLACJI

2.1 Teoretyczne podstawy wibroizolacji dróg transportowych.

Teoria wibroizolacji rozróżnia dwa przypadki tj. ograniczenia przekazywania sił typu dynamicznego wywołanych poprzez maszyny i środki transportu do otoczenia (wibroizolacja siłowa) lub ograniczenia ich wpływu na otoczenie (wibroizolacja przemieszczeniowa). W obu tych przypadkach mamy do czynienia z częstotliwościami drgań $f < 100$ Hz a wynika to z przyjętego modelu układu wibroizolacji jako układu dyskretnego o 1 – nym stopniu swobody. Ponieważ problem torowisk to nie tylko drgania rozumiane jako oddziaływania dynamiczne ale również drgania materiałowe, które odpowiadają za dźwięki materiałowe, teoria powyższa nie jest adekwatna w przypadku wystąpienia drgań o częstotliwościach w przedziale $f = 100 \div 5000$ Hz. Ponieważ między innymi celem tej pracy jest rozwiązanie problemu oddziaływania na otoczenie komunikacji szynowej i samochodowej należy uwzględnić również aspekty drgań materiałowych. Analizując znane w literaturze przebiegi amplitudy w funkcji częstotliwości wymuszeń

drgań, już przy ilorazie $\frac{\omega}{\omega_0} = 10$, gdzie ω - częstość wymuszenia, a ω_0 - częstość drgań

własnych układu wibroizolowanego, izolacyjność drgań materiałowych jest rzędu 35–40

dB a przy ilorazie $\frac{\omega}{\omega_0} = 100$ wartość ta jest rzędu 60 – 80 dB. W praktyce wartości tak

dużej izolacyjności nie są możliwe do osiągnięcia ze względu na strukturę układu wibroizolacji.

Matematycznie takie zagadnienia można określić jako proces optymalizacji z pewnymi ograniczeniami. Funkcje celu, w tym procesie są określone w zależności od rodzaju rozpatrywanego urządzenia np. jako minimum zmian amplitudy drgań wynikającej z procesu technologicznego dla danej częstotliwości, minimum zapotrzebowania energii, minimum oddziaływania dynamicznego na otoczenie dla określonej częstotliwości wymuszenia. Ograniczenia te w procesie projektowania dróg transportu, przejazdów

samochodowo – kolejowych, podtorzy pojazdów szynowych, studzienek kanalizacyjnych wynikają z ograniczeń konstrukcyjnych, do których należą: rozmieszczenie elementów sprężysto-tłumiących, dopuszczalne ugięcia statyczne, rozmieszczenie mas, możliwości technologiczne realizacji elementów sprężystych napędowych o żądanych parametrach, jak również z ograniczeń zewnętrznych np. oddziaływań dynamicznych na otoczenie.

Dobór parametrów elementów sprężystych winien być w nowoczesnym ujęciu przeprowadzony w oparciu o analizę modelu drgającego wraz z równaniami, które uwzględniają dynamikę urządzeń transportowych. Dla dróg transportowych, podtorzy, przejazdów kolejowo – samochodowych posadowionych na elementach sprężysto-tłumiących w ogólnym przypadku przyjmuje się model o sześciu stopniach swobody, traktując te układy jako bryły sztywne podparte na bezmasowych elementach sprężysto-tłumiących. Efektem takiego podejścia jest występowanie w rozpatrywanym układzie conajmniej sześciu częstotliwości drgań własnych. Jeżeli w analizowanym układzie wystąpi częstotliwość wymuszenia równa jednej z częstotliwości drgań własnych, wówczas wystąpi zjawisko rezonansu. Wystąpienie zjawiska rezonansu może spowodować niekorzystny, z punktu widzenia technologicznego wzrost amplitudy urządzenia a w skrajnych przypadkach do zerwania więzi sprężystych. Aby temu zapobiec, w trakcie procesu projektowania, należy przeprowadzić analizę dynamiczną drgań wymuszonych, pozwalającą na ocenę poprawności doboru elementów sprężysto – masowych.

Wprowadzając układ współrzędnych uogólnionych s_i i odpowiadające im wymuszenia uogólnione P_i , gdzie $i = 1,2,...,6$, wykorzystując równania Lagrange'a II rodzaju otrzymujemy dynamiczne równanie ruchu w postaci:

$$\beta_i \ddot{s} + h_i \dot{s} + k_i s_i = P_i(t). \quad (1)$$

gdzie: β_i, h_i, k_i – współczynniki masy, tłumienia i sprężystości.

Układ ten charakteryzuje się dla bryły sztywnej, sześcioma częstotliwościami drgań własnych. Częstotliwości te wyznacza się rozwiązując zagadnienie własne dynamiki układu we współrzędnych uogólnionych, którymi są przemieszczenia w kierunkach osi układu prostokątnego x,y,z oraz obroty względem tych osi. Wówczas równanie dynamiki układu wibroizolacji (1), przy założeniu że jest ona bryłą sztywną podparta na elementach sprężystych rozmieszczonych w przestrzeni oraz założeniem, że tłumienie w układzie jest równe zero, otrzymujemy równanie w postaci ogólnej:

$$B\ddot{s} + Ks = P(t) \quad (2)$$

gdzie: B - macierz bezwładności

K – macierz sprężystości,

$P(t)$ – wymuszenie zewnętrzne.

Wyznaczenie współczynników sztywności dla układu wibroizolacyjnego pozwala na wyznaczenie częstotliwości własnych układu za pomocą rozwiązania zagadnienia własnego zdefiniowanego za pomocą zależności:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{B})\mathbf{X} = 0 \quad (3)$$

Równanie (3) przekształcamy do postaci standardowej. W tym celu mnożymy powyższe równanie przez macierz odwrotną bezwładności \mathbf{B}^{-1} i otrzymujemy:

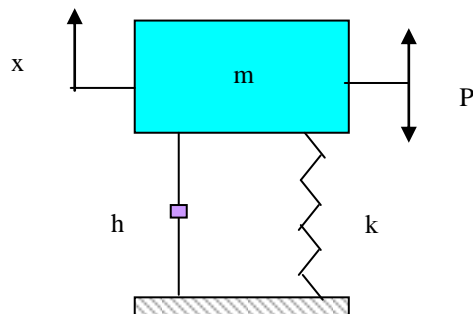
$$(\mathbf{A} - \omega^2 \mathbf{I})\mathbf{X} = 0 \quad (4)$$

gdzie: $\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}$,

$\mathbf{I} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}$ – macierz jednostkowa.

W ten sposób określone zagadnienie własne można rozwiązać za pomocą znanych i ogólnie dostępnych w wielu pakietach programów matematycznych algorytmów obliczeń numerycznych. Wyprowadzone równania ruchu umożliwiają również analizę drgań wymuszonych układu.

Klasyczne podejście do projektowania układu wibroizolacji polega na sprowadzeniu dynamiki układu do modelu o jednym lub dwóch stopniach swobody. Jest to możliwe poprzez taki dobór i rozmieszczenie elementów sprężysto – tłumiących aby ruch modelu układu zachodził wzdłuż jednej z głównych centralnych osi bezwładności. Aby to było spełnione musi zachodzić następujący warunek: rozmieszczenie elementów sprężystych pod układem wibroizolowanym musi zapewniać, aby środek ich sztywności pokrywał się ze środkiem masy układu wibroizolowanego. Wymaga to przede wszystkim odpowiedniego rozmieszczenia elementów sprężystych względem głównych centralnych osi bezwładności. Takie podejście pozwala na jasne określenie charakterystyk amplitudowo częstotliwościowych oraz zakresów spełniających warunek wibroizolacji dla poszczególnych typów obiektów wibroizolowanych. Na rys.2 przedstawiono model układu drgającego o jednym stopniu swobody będącym przybliżeniem rzeczywistego układu dynamicznego obiektów wibroizolowanych. Uogólnienie polega przede wszystkim na tym, że nie definiuje się w tym przypadku rodzaju wymuszenia, przyjmując że charakter wymuszenia jest harmoniczny. Stąd równanie różniczkowe ruchu masy m ma następującą postać:



Rys.2. Ogólny model układu wibroizolacji.

$$m\ddot{s} + h\dot{s} + ks = P_0 \sin \omega t \quad (5)$$

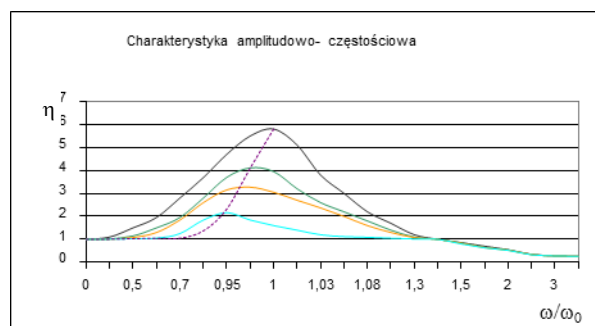
Rozwiązaniem równania (5) dla ruchu ustalonego będzie całka szczególna w postaci:

$$s = A_0 \sin(\omega t - \phi) \quad (6)$$

gdzie: A_0 – amplituda drgań wymuszonych, ω – częstość wymuszenia,

ϕ - kąt przesunięcia fazowego.

Charakterystyka amplitudowo częstościowa $\eta = f(\omega)$, gdzie: η - współczynnik uwielokrotnienia amplitudy ma przebieg jak na rys.3. Na bazie tego wykresu można określić między innymi warunek wibroizolacji, który wynosi: $\omega/\omega_0 \geq \sqrt{2}$



Rys.3. Charakterystyka amplitudowo - częstościowa

Oczywiście z praktycznego punktu widzenia warunek wibroizolacji nie jest jedynym, który powinien spełniać układ wibroizolacji. Niezbędnym jest również spełnienie warunku wytrzymałościowego przez zastosowany element elastyczny.

Spełnienie tych dwu ograniczeń doprowadziło do warunku w postaci:

$$\frac{Q}{\sigma_{dop}} \leq F \leq \alpha \omega^2 \quad (7)$$

gdzie: σ - naprężenia dopuszczalne na ściskanie,
 Q - ciężar płyty dociskowej i pojazdu szynowego,
 F - powierzchnia elementu elastycznego,
 α - $f(Q, 1, E^*)$ - funkcja zależna od masy, grubości elementu elastycznego
 oraz własności fizycznych materiałów i tak przykładowo dla modelu

liniowego o jednym stopniu swobody współczynnik α ma postać: $\alpha = \frac{Ql}{gE^*}$

Na podstawie przedstawionej powyżej analizy wynika, że wibroizolacja jest tym bardziej skuteczna im podatniejsze są elementy elastyczne, tzn. , że im większy jest współczynnik η tym lepiej dobrany jest układ wibroizolacji. Nic bardziej błędnego, gdyż w tej analizie pominięto wpływ masy wibroizolatora (założono że elementy sprężyste są bezmasowe). W praktyce wpływ masy na skuteczność wibroizolacji istnieje i zwiększa się w miarę jej wzrostu. Przy wyższych wartościach $\eta > 5$ pojawiają się w elemencie sprężystym fale stojące, które mogą wejść w rezonans z siłą wymuszającą, tak jest w większości przypadków wibroizolacji dróg transportowych. Aby wyznaczyć te częstotliwości w przypadku złożonych obiektów dynamicznych, należy przeprowadzić analizę modeli o strukturze dyskretno – ciągłej.

W przypadku urządzeń przeznaczonych do transportu, dotyczy to głównie dróg pojazdów szynowych, samochodowych, mamy w zasadzie do czynienia z wibroizolacją siłową. Jak wiadomo, rzeczywiste układy techniczne, w miarę możliwości, powinny być modelowane układami o dyskretnymi o 6-ciu stopniach swobody. Warunkiem poprawnego działania układu wibroizolacji jest jak wiadomo spełnienie warunku:

$$\frac{f}{f_0} \geq \sqrt{2} \quad (8)$$

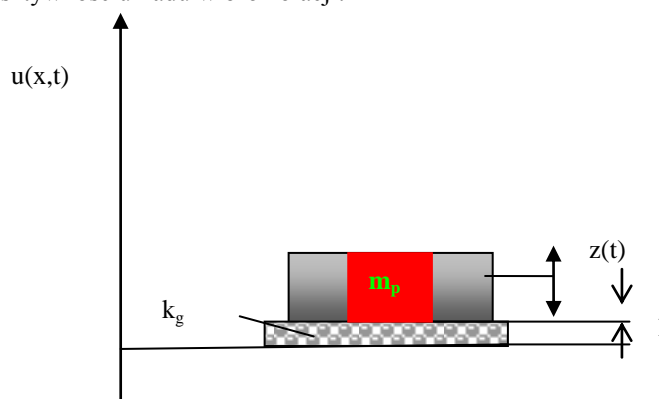
gdzie: f – częstotliwość wymuszenia, f_0 – częstotliwość drgań własnych, $f_0 = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$

Spełnienie warunku (8) nie zawsze jest możliwe do zrealizowania, gdyż układ mechaniczny, który jest wibroizolowany byłby narażony na wielokrotny rezonans. Stąd też koniecznym jest wprowadzenia pojęcia warunku **wibroizolacji technicznej**, której wzorcem jest znana w literaturze stateczność techniczna Prof. W. Bogusza [1] , tzn. wibroizolacja techniczna, która najogólniej polega na tym, że system wibroizolacji przy zmianie częstotliwości wymuszeń od pojazdów, zapewnia dopuszczalne w pewnym ograniczonym zakresie zmiany amplitudy drgań, spełniając jednocześnie warunek wibroizolacji, który jest opisany na pewnym ograniczonym zbiorze częstotliwości drgań

własnych wykluczającym możliwość powstania rezonansów wewnętrznych (związanych z efektami falowymi), spełniając jednocześnie warunek wibroizolacji [2]. Stąd możemy postawić zmodyfikowany warunek wibroizolacji w postaci:

$$f_{oi} < f_w < f_{oi+1}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (9)$$

Oznacza to, że należy tak dobrać parametry fizyczne układu o wielu stopniach swobody aby częstotliwość wymuszenia była zawarta w przedziale ograniczonym przez dwie kolejne częstotliwości drgań własnych. W przypadku gdy masa elementu wibroizolującego jest znaczna, a tak jest w przypadku maszyn i urządzeń transportowych, gdy wymiary geometryczne elementów układu wibroizolacji, upodobniają się do pasa lub arkusza, modelowanie układu wibroizolacji jako układu dyskretnego niesie za sobą pewne zagrożenia. Najważniejszym z nich to zjawisko falowe elementów sprężystych, ponieważ nie można w tym przypadku założyć, że elementy te są bezmasowe. W takim elemencie elastycznym mogą pojawić się tzw. rezonanse wewnętrzne (efekty falowe), co może spowodować, że efekt wibroizolacji będzie przeciwny do zamierzonego tzn. ograniczenia oddziaływań dynamicznych na otoczenie. Aby zapobiec takiej możliwości, koniecznym jest wyznaczenie częstotliwości drgań własnych układu wibroizolującego w oparciu o rozpatrzenie tego układu wibroizolacji jako modelu ciągłego lub dyskretno – ciągłego, którego koncepcje na rys.4 w którym masa m_p symbolizuje masę zredukowaną pojazdu i podłoża wibroizolowanego, która w modelu spełnia rolę płyty dociskowej a współczynnik k_g charakteryzuje sztywność układu wibroizolacji.



Rys.4. Model dyskretno - ciągły układu wibroizolacji podtorza, przejazdu

Rozwiązując równanie różniczkowe cząstkowe opisujące ten model, z uwzględnieniem warunków brzegowych otrzymujemy równanie na częstości własne problemu początkowo- brzegowego w postaci:

$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{a} l - \frac{E^* F}{m_z a \omega} = 0 \quad (10)$$

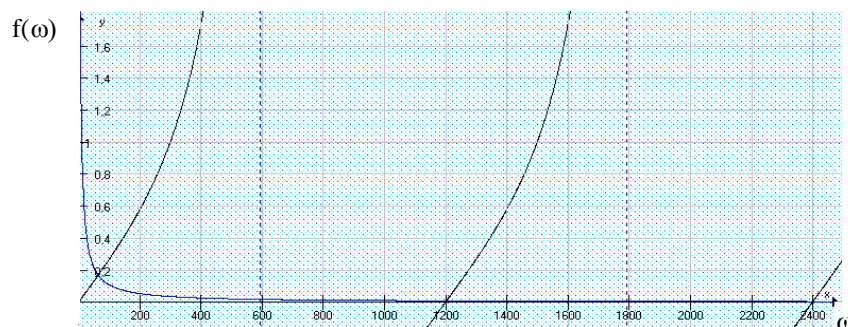
Na podstawie tej zależności wyznaczamy ω_1 stanowiące częstotliwości własne modelu układu wibroizolacji przejazdu, przedstawionego na rys.4. Pozwala ona, po podstawieniu rzeczywistych wartości, wiedząc że, zakres częstotliwości wymuszeń transportu

samochodowego zawarta jest w przedziale $f = 30 - 50$ Hz, gdzie: $f = \frac{\omega}{2\pi}$, tak dobrać

parametry elementu wibroizolacji oraz masę płyty dociskowej (inercyjnej), aby nie pokrywały się one z częstotliwościami własnymi układu wibroizolacji a ponad to spełniały warunek wibroizolacji w postaci zależności (10).

Dla przykładu przeprowadzono obliczenia układu wibroizolacji składającego się z elementu gumowego o grubości 0.4 m, płyty betonowej stanowiących rzeczywisty układ systemu przejazdu kolejowo – samochodowego, podtorza pojazdów szynowych oraz studzienek kanalizacyjnych.

Na rys.5 przedstawiono wykres w oparciu o który wyznaczono częstotliwości własne w/w układu



Rys.5. Częstotliwości drgań układu dyskretno - ciągłego

wibroizolacji. Trzy pierwsze częstotliwości własne układu wibroizolacji wynoszą odpowiednio $\omega_1 = 59 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = 1200 \text{ s}^{-1}$ i $\omega_3 = 2400 \text{ s}^{-1}$, co odpowiada częstotliwościom $f_1 = 9.39 \text{ Hz}$, $f_2 = 191 \text{ Hz}$ i $f_3 = 382 \text{ Hz}$.

W przypadku obiektów wibroizolowanych z wykorzystaniem elementów o strukturze ciągłej (gumy, sylomery itd.), warunku wibroizolacji technicznej (9).

2.2 Teoretyczne podstawy dźwiękoizolacji dróg transportowych.

Dźwiękoizolacja jest rozumiana jako ograniczenie drgań cząstek środowiska sprężystego rozchodzącego się w sposób falowy. Z punktu widzenia mechanicznego są to drgania materiałowe oraz akustyczne w zakresie częstotliwości $f = 100 - 5000 \text{ Hz}$. Modelami są układy mechaniczne o strukturze ciągłej i odpowiadający im opis matematyczny – równania różniczkowe cząstkowe. Drgania materiałowe elementów konstrukcji dróg transportowych można określić za pomocą ich admitancji:

$$\frac{1}{Z(\omega)} = \frac{V(\omega)}{F(\omega)} \quad (11)$$

gdzie: $Z(\omega)$ – impedancja, $V(\omega)$ - amplituda prędkości drgań, $F(\omega)$ -amplituda siły wymuszającej.

Admitancja wejściowa określa prędkość $V(x_0)$ w punkcie przyłożenia siły wymuszającej, ale także z dobrym przybliżeniem średnią prędkość $V_m = \sqrt{V^2}$ która na drgającym elemencie konstrukcji jest wymuszona. Wykorzystując wiedzę, że widmo siły wymuszającej pokrywa relatywnie gęsto amplitudy widma odpowiadające prędkości V_m możemy wykorzystać zależność w postaci:

$$V_m^2 = \frac{1}{m\sqrt{B}} \quad (12)$$

gdzie: B – sztywność płyty elementu dźwiękoizolacyjnego, m – masa elementu dźwiękoizolacyjnego

Z powyższej zależności wynika, że drgania materiałowe są tym mniejsze im cięższa i sztywniejsza jest konstrukcja elementu dźwiękoizolacyjnego. Drgania materiałowe generują dźwięki wypromieniowując je zewnętrznymi powierzchniami konstrukcji, stąd też ważne jest aby ograniczyć wpływ sztywności i masy na poziom ciśnienia akustycznego pochodzącego od fal giętych poprzez zastosowanie odpowiednich wykładzin elastycznych, charakteryzujących się dużą izolacyjnością i pochłaniających częstotliwości słyszalne.

3. WNIOSKI

W przypadku złożonych obiektów wibroizolacji gdy masa elementu wibroizolującego jest znaczna, a tak jest w przypadku maszyn i urządzeń transportowych, gdy wymiary geometryczne elementów układu wibroizolacji, upodobniają się do płyty, modelowanie układu wibroizolacji jako układu dyskretnego niesie za sobą ogromne zagrożenia w przypadku doboru wibroizolacji bez uwzględnienia ich masy. Najpoważniejszym z nich to możliwość wystąpienia zjawiska falowego elementów sprężysto - tłumiących, gdyż nie można w tym przypadku założyć, że elementy te są bezmasowe. W takim elastycznym elemencie mogą pojawić się efekty falowe, co może spowodować, że efekt wibroizolacji będzie przeciwny do zamierzonego tzn. ograniczenia oddziaływań dynamicznych na otoczenie. Aby zapobiec takiej możliwości, koniecznym jest wyznaczenie częstotliwości drgań własnych układu wibroizolującego w oparciu o rozpatrzenie układu wibroizolacji jako modelu ciągłego lub dyskretno - ciągłego. W przypadku, gdy elementy wibroizolujące (guma lub sprężyna) charakteryzują się masą rozłożoną w sposób ciągły, częstotliwości dla jednorodnych pryzmatycznych układów, np. gumowych o wysokości „l”, można wyznaczyć w oparciu o metodykę przedstawioną w powyższym rozdziale. Metodyka ta przedstawiona została w pracach [2], [3] i stanowi jeden z elementów niezbędnych do zrealizowania celu pracy. Zastosowanie wibroizolacji winno być poprzedzone starannym doбором odpowiedniego materiału, przeprowadzeniem symulacji, a zespół winien mieć w tej materii duże doświadczenie. Stosowanie materiałów elastycznych nie posiadających odpowiedniej aprobaty, po wcześniejszym określeniu własności fizyko-mechanicznych tzn. dynamicznego modułu Younga, dynamicznej sztywności, nasiąkliwością wody, odpornością na oleje itp. nie powinno mieć miejsca.

4. BIBLIOGRAFIA

- [1] Bogusz W.: Stateczność techniczna, IPPT PAN Warszawa 1972.
- [2] Targosz J.: Układy wibroizolacji w transporcie szynowym i samochodowym, UWN-D AGH, Kraków 2007.
- [3] Adamczyk j., Targosz J.: Teoretyczne podstawy wibro i dźwiękoizolacji podtorzy pojazdów szynowych, Structural Acoustics' Zakopane 1996